

## การวิเคราะห์เชิงความถี่

### ตอนที่ 1 : แนวคิดของความถี่ของสัญญาณ (Concept of Frequency of Signal)

ในทางทฤษฎี สัญญาณสามารถถูกแบ่งเป็นผลรวมของสัญญาณคลื่นไซน์ (**sinusoidal**) ที่มีความถี่ที่แตกต่างกัน เพื่อให้เข้าใจองค์ประกอบของสัญญาณโดยทั่วไป เราจะวิเคราะห์ถึงองค์ประกอบของสัญญาณคลื่นไซน์ซึ่งสัญญาณคลื่นไซน์  $y(t)$  สามารถเขียนเป็นฟังก์ชันได้ดังต่อไปนี้

$$y(t) = R \cos(2\pi f t + \phi)$$

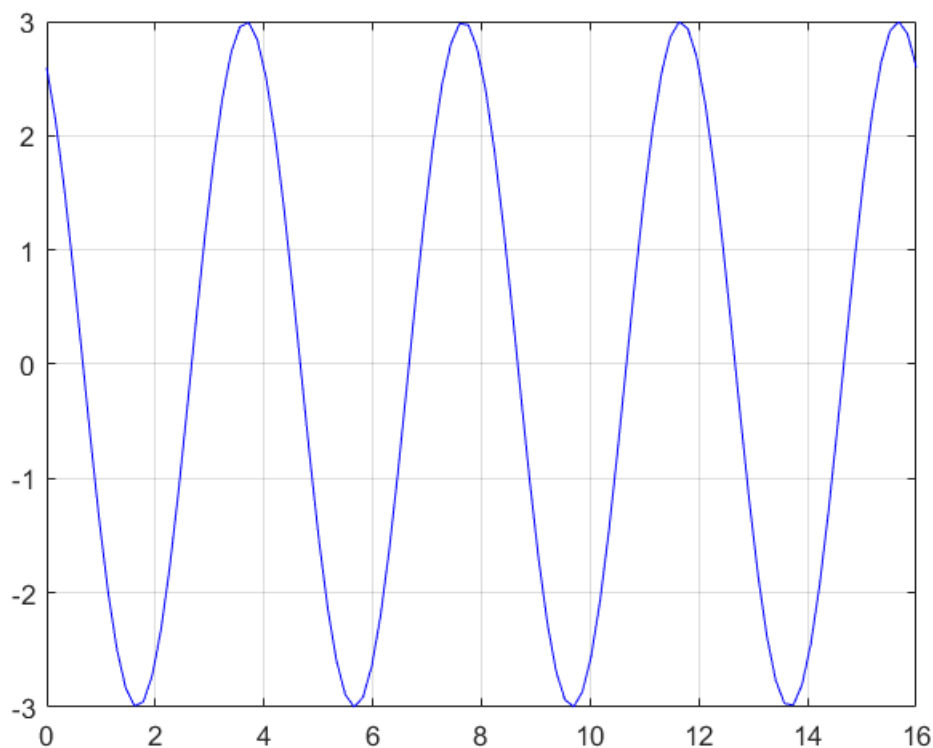
โดยที่

$R$  [unit] คือ แอมพลิจูด (Amplitude) ของคลื่น

$f$  [Hz] คือ ความถี่ (frequency) ของคลื่น

$\phi$  [rad] คือ มุมเฟส (phase angle)

```
R = 3;  
f = 0.25;  
phi = pi/6;  
t = linspace(0,4/f,100)';  
y = R*cos(2*pi*f*t+phi);  
ax = axes;  
plot(ax,t,y, 'b');  
grid(ax, 'on');
```



ในบางครั้ง การวิเคราะห์สัญญาณอาจจะใช้ตัวแปรความถี่เชิงมุม (angular frequency)  $\omega \left[ \frac{\text{rad}}{s} \right]$  ซึ่งมีความสัมพันธ์กับความถี่ปกติดังต่อไปนี้

$$\omega = 2\pi f$$

ดังนั้นเราสามารถเขียนสัญญาณได้ดังต่อไปนี้

$$y(t) = R \cos(\omega t + \phi)$$

ถ้าเรามีสัญญาณที่มีความถี่เท่ากันและเอามารวมกัน เราสามารถที่จะรวมแอมพลิจูดของสัญญาณนี้ได้

กำหนดให้ สัญญาณ A ( $y_A$ ) และสัญญาณ B ( $y_B$ ) มีแอมพลิจูดเท่ากับ  $R_A$  และ  $R_B$  และมุมเฟสเท่ากับ  $\phi_A$  และ  $\phi_B$  โดยให้ความถี่เชิงมุมเท่ากับ  $\omega$  ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังต่อไปนี้

$$y_A(t) = R_A \cos(\omega t + \phi_A)$$

$$y_B(t) = R_B \cos(\omega t + \phi_B)$$

หากเรานำทั้งสองสัญญาณนี้มารวมกัน เราจะได้สัญญาณลัพธ์ดังต่อไปนี้

$$y(t) = y_A(t) + y_B(t) = R_A \cos(\omega t + \phi_A) + R_B \cos(\omega t + \phi_B)$$

เพื่อการจัดรูป เราสามารถกระจาย COS ของผลบวกได้ดังต่อไปนี้

$$y(t) = R_A \cos(\omega t) \cos(\phi_A) - R_A \sin(\omega t) \sin(\phi_A) + R_B \cos(\omega t) \cos(\phi_B) - R_B \sin(\omega t) \sin(\phi_B)$$

$$y(t) = [R_A \cos(\phi_A) + R_B \cos(\phi_B)] \cos(\omega t) - [R_A \sin(\phi_A) + R_B \sin(\phi_B)] \sin(\omega t)$$

เพื่อการจัดรูป เราจะกำหนดให้

$$R \cos(\phi) = R_A \cos(\phi_A) + R_B \cos(\phi_B)$$

$$R \sin(\phi) = R_A \sin(\phi_A) + R_B \sin(\phi_B)$$

การกำหนดดังกล่าวทำให้เราจัดรูปสัญญาณให้เป็นรูปปกติได้ดังต่อไปนี้

$$y(t) = R \cos(\omega t + \phi)$$

$$R = \sqrt{R_A^2 + R_B^2 + 2R_A R_B \cos(\phi_A - \phi_B)}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{R_A \sin(\phi_A) + R_B \sin(\phi_B)}{R_A \cos(\phi_A) + R_B \cos(\phi_B)} \right)$$

การคำนวณแสดงให้เห็นว่าเราสามารถนำสัญญาณคลื่นไซน์ที่มีความถี่เดียวกันได้เป็นคลื่นเดียวกัน

```
R_A = 3;
R_B = 5;
phi_A = pi/6;
phi_B = pi/4;
f = 0.25;
w = 2*pi*f;
t = linspace(0,4/f,100)';
y_A = R_A*cos(w*t+phi_A);
y_B = R_B*cos(w*t+phi_B);
y_C = y_A+y_B;
R = sqrt(R_A^2+R_B^2+2*R_A*R_B*cos(phi_A-phi_B));
```

```

phi = atan((R_A*sin(phi_A)+R_B*sin(phi_B))/(R_A*cos(phi_A)+R_B*cos(phi_B)));
y_D = R*cos(w*t+phi);
clf
ax = axes;
hold(ax, 'on')
plot(ax,t,y_C, 'b');
plot(ax,t,y_D, 'ro');
grid(ax, 'on');

```

หากเรารวมสัญญาณคลื่นไซน์ที่มีความถี่ที่แตกต่างกัน เราจะได้ฟังก์ชันที่เป็นคาบ แต่เราจะได้ฟังก์ชันที่เป็นคลื่นไซน์ ยกตัวอย่างเช่น

$$y(t) = R_A \cos(\omega_A t + \phi_A) + R_B \cos(\omega_B t + \phi_B)$$

โดยที่

$$R_A > R_B$$

$$\omega_A < \omega_B$$

```

R_A = 3;
R_B = 0.2;
phi_A = pi/6;
phi_B = pi/4;
f = 0.25;
w_A = 2*pi*f;
w_B = 2*pi*f*20;
t = linspace(0,4/f,1000)';
y_A = R_A*cos(w_A*t+phi_A);
y_B = R_B*cos(w_B*t+phi_B);
y_C = y_A+y_B;
ax = axes;
hold(ax, 'on')
plot(ax,t,y_A);
plot(ax,t,y_B);
plot(ax,t,y_C);
grid(ax, 'on');

```

