

การวิเคราะห์เชิงความถี่

ตอนที่ 1 : แนวคิดของพลังของสัญญาณ (Concept of Power of Signal)

ก่อนที่จะพูดถึงการลดทอนสัญญาณรบกวน เราจำเป็นต้องศึกษาเกี่ยวกับพลังของสัญญาณ

กำหนดให้พลัง (power) P ของสัญญาณแบบเวลาต่อเนื่อง $x(t)$ ที่เป็นคาบ (periodic) สามารถคำนวณได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$P = \frac{1}{T} \int_{t=-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} (|x(t)|^2) dt$$

โดยที่ T คือคาบ (Period) ของสัญญาณ

เมื่อประยุกต์ใช้นี้กับสัญญาณคลื่นไซน์ เราจะสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างพลังของสัญญาณและแอมพลิจูดของสัญญาณได้ดังต่อไปนี้

$$x(t) = R \cos(\omega t + \phi)$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$u = \omega t + \phi$$

$$du = \omega dt$$

$$dt = \frac{du}{\omega}$$

$$\begin{aligned} P &= \frac{\omega}{2\pi} \int_{t=-\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}} (|R \cos(\omega t + \phi)|^2) dt \\ &= \frac{1}{2\pi} R^2 \int_{\tau=-\pi+\phi}^{\pi+\phi} (\cos^2(u)) du \\ &= \frac{1}{2\pi} R^2 \left[\frac{1}{2} u + \frac{1}{4} \sin(2u) \right]_{\tau=-\pi+\phi}^{\pi+\phi} \\ &= \frac{1}{2} R^2 \end{aligned}$$

เราสรุปได้ว่า พลังของสัญญาณแบบคลื่นไซน์นั้นเท่ากับ ครึ่งหนึ่งของค่าแอมพลิจูดที่โด่งกำลังสอง

พลังของสัญญาณถูกนำมาใช้ในการเปรียบสัญญาณที่เราสนใจและสัญญาณรบกวน เราทำการกำหนดให้ อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (Signal-to-Noise ratio, SNR, S/N) เป็นอัตราส่วนของพลังของสัญญาณที่เราสนใจ y และสัญญาณรบกวน w

$$\text{SNR} = \frac{P_y}{P_w} = \frac{R_y^2}{R_w^2}$$

โดยส่วนมาก อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนมักจะถูกอธิบายในเดซิเบล (decibel) ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\text{SNR}_{\text{dB}} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_y}{P_w} \right) = 10 \log_{10} \left(\frac{R_y^2}{R_w^2} \right) = 20 \log_{10} \left(\frac{R_y}{R_w} \right)$$

ค่าของอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนที่คั่นขึ้นขึ้นอยู่กับประสิทธิภาพใช้ของสัญญาณ เช่นการสื่อสารไร้สาย การป้อนกลับของสัญญาณในระบบควบคุมการเคลื่อนที่ การกรองสัญญาณ ภาพถ่าย ยิ่งค่าของอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนมากเท่าไร ยิ่งทำให้สัญญาณชัดเจนขึ้น