Πρώτη εργασία - Αριθμητική Ανάλυση

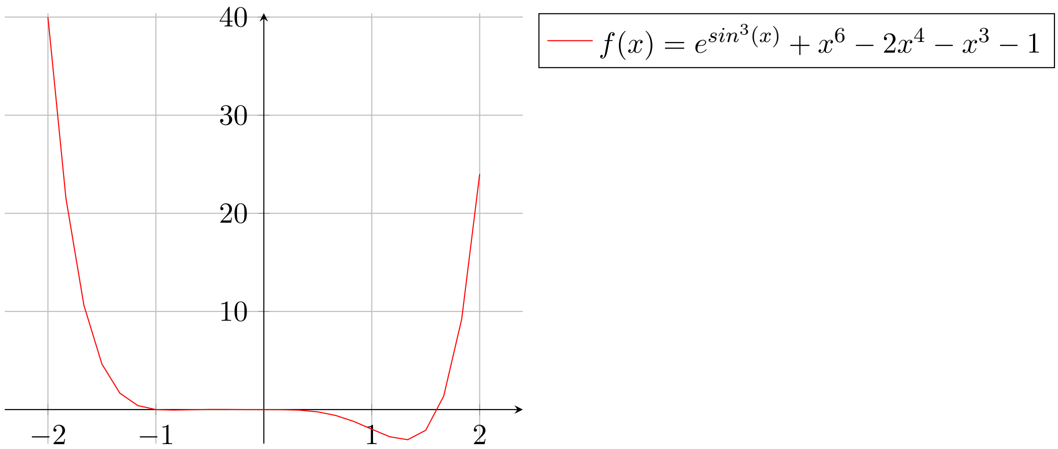
Όνοματεπώνυμο: Θανάσης Ξανθόπουλος
ΑΕΜ: 2392

19 Δεκεμβρίου 2019

(Οι υλοποιήσεις των ασκήσεων έγιναν σε **python 3** και χρησιμοποιήθκαν οι βιβλιοθήκες **math**, **random**, **matplotlib.pyplot**, **datetime** και **numpy**)

1 Πρώτη Άσκηση

1.1 Λύση



Στο αρχείο

```
askisi1_2392.py
```

βρίσκονται οι υλοποιήσεις των μεθόδων που ζητήθηκαν καθώς και η εκτέλεση αυτών με δοκιμαστικές τιμές.

- Η συνάρτηση **bisection** επιστρέφει το αποτέλεσμα της μεθόδου διχοτόμησης με την ακριβεια που ορίζουμε, πιο συγκεκριμένα:

1. πρωτο όρισμα **f**: Η συνάρτηση
2. δεύτερο όρισμα **a**: Το ένα από τα δύο άκρα
3. τρίτο ορισμα **b**: Το δεύτερο από τα δύο άκρα
4. τέταρτο όρισμα **n**: Η ακρίβεια δεκαδικού ψηφίου που θέλουμε

Ο τρόπος που λειτουργεί είναι ο εξής:
Εφόσον η διαφορά των δύο σημείων είναι μεγαλύερη απο την ακρίβεια που έχουμε ορίσει, (αρχή διαδικασίας) τότε βρες το μέσο των δύο αυτών σημείων και έλεγξε για αρχή μήπως είναι ρίζα (άμα είναι σταμάτα την διαδικασία και επέστρεψε το αποτέλεσμα). Έλεγξε τις συνθήκες bolzano για τα σημεία m(μέσο) και a, άν ισχύουν τότε θέσε στη μεταβλητή του άλλου σημείου b την τιμή του m(μέσο), αλλιώς θέσε στη μεταβλητή σημείου a την τιμή του m(μέσο) και επανέλαβε την διαδικασία.

- Η συνάρτηση **newtonraphson** επιστρέφει το αποτέλεσμα της μεθόδου Newton-Raphson με την ακριβεια που ορίζουμε, πιο συγκεκριμένα:

    1. πρωτο όρισμα **f**: Η συνάρτηση
    2. δεύτερο όρισμα **f_par**: Η παράγωγος της συνάρτησης **f**
    3. τρίτο όρισμα **x0**: Σημείο που επιλέγουμε (πρεπει να ικανοποιεί την συνθήκη $f(x0) * f''(x0) > 0$
    4. τέταρτο όρισμα **n**: Η ακρίβεια δεκαδικού ψηφίου που θέλουμε

    Ο τρόπος που λειτουργεί είναι ο εξής:
    Αρχικά έλεγξε άμα ικανοποιείται η συνηνθήκη $f(x0)f''(x0) > 0$
    Έπειτε θέσε στην μεταβλητη x την τιμή του $x0$ (για λόγους αναγνωσιμώτητας του κώδικα), και στην μεταβλητή h την τιμή $\frac{f(x)}{f'(x)}$.
    Όσο η τιμή της μεταβλητής h είναι μεγαλύερη ή ίση με τον αριθμό που έχουμε θέσει ως ακρίβεια (n δεκαδικά ψηφία, όπου ακρίβεια: 10^{-n}), έλεγξε άν το x είναι ρίζα, άμα είναι βγες από τον βρόγχο και επέστρεψε την αποτέλεσμα(τέλος),
    έπειτα, (αρχή διαδικασίας) θέσε στην μεταβλητή h την τιμή $\frac{f(x)}{f'(x)}$ και στην μεταβλητή x την τιμή $x - h$ και επανέλαβε την διαδικασία.

- Η συνάρτηση **temnousa** επιστρέφει το αποτέλεσμα της μεθόδου της Τέμνουσας με την ακριβεια που ορίζουμε, πιο συγκεκριμένα:

    1. πρωτο όρισμα **f**: Η συνάρτηση
    2. δεύτερο όρισμα **x0**: Το πρώτο από τα δύο σημεία
    3. τρίτο όρισμα **x1**: Το δεύτερο απο τα δύο σημεία
    4. τέταρτο όρισμα **n**: Η ακρίβεια δεκαδικού ψηφίου που θέλουμε

Ο τρόπος που λειτουργεί είναι ο εξής:
Όσο η απόλυτη τιμή της διαφοράς $f(x1) - f(x0)$ είναι μεγαλύτερη ή ίση με την τιμή του σφάλματος, έλεγξε άν το σημείο $x0$ είναι ρίζα της συνάρτησης, άμα είναι βγες από τον βρόγχο και επέστρεψε την αποτέλεσμα(τέλος),
έπειτα, θέσε στην μεταβλητή x_temp την τιμή $x1 - \frac{f(x1)(x1-x0)}{f(x1)-f(x0)}$, την μεταβλητή $x0$ την τιμή της μεταβλητής $x1$ και στην μεταβλητή $x1$ την τιμή της μεταββλητής x_temp, επανέλαβε την διαδικασία μέχρι να ικανοποιηθεί η συνθήκη (η απόλυτη τιμή της διαφοράς $f(x1) - f(x0)$ είναι μεγαλύτερη ή ίση με την τιμή του σφάλματος).

1.2 Αποτελέσματα

—Μέθοδος Διχοτόμησης—
Τιμές: $(-2, 1.5)$ Προσσέγγιση ρίζας: -1.19763 Επαναλήψεις: 18
Τιμές: $(0, 2)$ Προσσέγγιση ρίζας: 1.53013 Επαναλήψεις: 17
Τιμές: $(-2, 2)$ Προσσέγγιση ρίζας: 0.00000 Επαναλήψεις: 1

—Μέθοδος Newton Raphson—
Τιμή: (-2) Προσσέγγιση ρίζας: -1.19762 Επαναλήψεις: 8
Τιμή: (2) Προσσέγγιση ρίζας: 1.53013 Επαναλήψεις: 6
Τιμή: (0.5) Προσσέγγιση ρίζας: 0.00009 Επαναλήψεις: 30

—Μέθοδος Τέμνουσας—
Τιμές: $(-2, 0)$ Προσσέγγιση ρίζας: 0.00000 Επαναλήψεις: 1
Τιμές: $(-2, -1)$ Προσσέγγιση ρίζας: -1.19762 Επαναλήψεις: 14
Τιμές: $(-2, 2)$ Προσσέγγιση ρίζας: 1.53013 Επαναλήψεις: 12

2 Δεύτερη Άσκηση

2.1 Λύση

Στο αρχείο

```
askisi1_2392.py
```

βρίσκονται οι υλοποιήσεις των τροποποιημένων μεθόδων που ζητήθηκαν καθώς και η εκτέλεση αυτών με δοκιμαστικές τιμές.

Η συνάρτηση **newtonraphson_mod** επιστρέφει το αποτέλεσμα της τροποποιημένης μεθόδου Newton-Raphson με την ακριβεια που ορίζουμε, πιο συγκεκριμένα:

1. πρωτο όρισμα **f**: Η συνάρτηση
2. δεύτερο όρισμα **f_par1**: Η πρώτη παράγωγος της συνάρτησης **f**
3. τρίτο όρισμα **f_par2**: Η δεύτερη παράγωγος της συνάρτησης **f**
4. τρίτο όρισμα **x0**: Σημείο που επιλέγουμε (πρεπει να ικανοποιεί την συνθήκη $f(x0) * f''(x0) > 0$
5. τέταρτο όρισμα **n**: Η ακρίβεια δεκαδικού ψηφίου που θέλουμε

Ο τρόπος που λειτουργεί είναι ο εξής:
Αρχικά έλεγξε άμα ικανοποιείται η συνηνθήκη $f(x0)f''(x0) > 0$
Έπειτε θέσε στην μεταβλητη x την τιμή του $x0$ (για λόγους αναγνωσιμότητας του κώδικα) και στην μεταβλητή h την τιμή $\frac{1}{\frac{f'(x)}{f(x)} - \frac{1}{2}\frac{f''(x)}{f'(x)}}$. Όσο η τιμή της μεταβλητής h είναι μεγαλύερη ή ίση με τον αριθμό που έχουμε θέσει ως ακρίβεια (n δεκαδικά ψηφία, όπου ακρίβεια: 10^{-n}), έλεγξε άν το x είναι ρίζα, άμα είναι βγες από τον βρόγχο και επέστρεψε την αποτέλεσμα(τέλος), έπειτα, (αρχή διαδικασίας) θέσε στην μεταβλητή h την τιμή $\frac{1}{\frac{f'(x)}{f(x)} - \frac{1}{2}\frac{f''(x)}{f'(x)}}$ και στην μεταβλητή x την τιμή $x - h$ και επανέλαβε την διαδικασία.

- Η συνάρτηση **bisection_mod** επιστρέφει το αποτέλεσμα της τροποποιημένης μεθόδου διχοτόμησης με την ακριβεια που ορίζουμε, πιο συγκεκριμένα:

  1. πρωτο όρισμα **f**: Η συνάρτηση
  2. δεύτερο όρισμα **a**: Το ένα από τα δύο άκρα

3. τρίτο ορισμα **b**: Το δεύτερο από τα δύο άκρα
4. τέταρτο όρισμα **n**: Η ακρίβεια δεκαδικού ψηφίου που θέλουμε

Ο τρόπος που λειτουργεί είναι ο εξής:
Εφόσον η διαφορά των δύο σημείων είναι μεγαλύερη απο την ακρίβεια που έχουμε ορίσει, (αρχή διαδικασίας) τότε βρες το μέσο των δύο αυτών σημείων και έλεγξε για αρχή μήπως είναι ρίζα (άμα είναι σταμάτα την διαδικασία και επέστρεψε το αποτέλεσμα). Έλεγξε τις συνθήκες bolzano για τα σημεία r(μέσο) και a, άν ισχύουν τότε θέσε στη μεταβλητή του άλλου σημείου b την τιμή του r(τυχαίο σημείο μεταξύ (a, b)), αλλιώς θέσε στη μεταβλητή σημείου a την τιμή του r(τυχαίο σημείο μεταξύ (a, b))και επανέλαβε την διαδικασία.

- Η συνάρτηση **temnousa_mod** επιστρέφει το αποτέλεσμα της τροποποιημένης μεθόδου της Τέμνουσας με την ακριβεια που ορίζουμε, πιο συγκεκριμένα:

  1. πρωτο όρισμα **f**: Η συνάρτηση
  2. δεύτερο όρισμα **x0**: Το πρώτο από τα τρία σημεία
  3. τρίτο όρισμα **x1**: Το δεύτερο απο τα τρία σημεία
  4. τέταρτο όρισμα **x2**: Το τρίτο απο τα τρία σημεία
  5. πέμπτο όρισμα **n**: Η ακρίβεια δεκαδικού ψηφίου που θέλουμε

  Ο τρόπος που λειτουργεί είναι ο εξής:
  Όσο η απόλυτη τιμή της διαφοράς $f(x1) - f(x0)$ είναι μεγαλύτερη ή ίση με την τιμή του σφάλματος (αρχή διαδικασίας), έλεγξε άν το σημείο $x0$ είναι ρίζα της συνάρτησης, άμα είναι βγες από τον βρόγχο και επέστρεψε την αποτέλεσμα(τέλος),
  έπειτα, θέσε στην μεταβλητή x_temp την τιμή
  $x2 - \frac{r(r-q)(x2-x1)+(1-r)s(x2-x0)}{(q-1)(r-1)(s-1)}$, την μεταβλητή $x0$ την τιμή της μεταβλητής $x1$, την μεταβλητή $x1$ την τιμή της μεταββλητής $x2$ και στην μεταβλητή $x2$ την τιμή της μεταβλητής x_temp, επανέλαβε την διαδικασία μέχρι να ικανοποιηθεί η συνθήκη (η απόλυτη τιμή της διαφοράς $f(x1) - f(x0)$ είναι μεγαλύτερη ή ίση με την τιμή του σφάλματος). *Όπου q, r, s : $q = \frac{f(x0)}{f(x1)}$, $r = \frac{f(x2)}{f(x1)}$, $s = \frac{f(x2)}{f(x0)}$.

2.2 Αποτελέσματα

—***Τροποποιημένη Μέθοδος Newton Raphson***—
Τιμή: (-2) Προσσέγγιση ρίζας: -1.38130 Επαναλήψεις: 5
Τιμή: (-1) Προσσέγγιση ρίζας: -0.66667 Επαναλήψεις: 11
Τιμή: $(3/4)$ Προσσέγγιση ρίζας: 0.50000 Επαναλήψεις: 4
Τιμή: (1.5) Προσσέγγιση ρίζας: 1.17612 Επαναλήψεις: 4
Τιμή: $(3/20)$ Προσσέγγιση ρίζας: 0.20518 Επαναλήψεις: 3

—***Τροποποιημένη Μέθοδος Διχοτόμησης***—
Τιμές: $(-2, -1)$ Προσσέγγιση ρίζας: -1.38130 Επαναλήψεις: 22
Τιμές: $(-1, 0.5)$ Προσσέγγιση ρίζας: 0.20519 Επαναλήψεις: 29
Τιμές: $(1, 2)$ Προσσέγγιση ρίζας: 1.17612 Επαναλήψεις: 15
Τιμές: $(0.3, 1)$ Προσσέγγιση ρίζας: 0.50000 Επαναλήψεις: 18
Τιμές: $(-0.69, -0.66)$ Προσσέγγιση ρίζας: -0.66000 Επαναλήψεις: 9

—***Τροποποιημένη Μέθοδος Τέμνουσας***—
Τιμές: $(-2, 0, 2)$ Προσσέγγιση ρίζας: 0.20518 Επαναλήψεις: 8
Τιμές: $(0, 1, 2)$ Προσσέγγιση ρίζας: -0.66645 Επαναλήψεις: 14
Τιμές: $(1, 0, 1.5)$ Προσσέγγιση ρίζας: 0.50000 Επαναλήψεις: 9
Τιμές: $(2, 1, 1.5)$ Προσσέγγιση ρίζας: 1.17612 Επαναλήψεις: 11
Τιμές: $(-1, -1.5, -1.4)$ Προσσέγγιση ρίζας: -1.38130 Επαναλήψεις: 7