

TOÁN RỜI RẠC 1

Bài tập - Thực hành Chương 1

Tập hợp và ánh xạ

TẬP HỢP

• Nội dung 1: Ứng dụng Lược đồ Venn

Một người nghiên cứu dữ liệu của 100 hộ gia đình nhận thấy rằng, có¹:

21 hộ có máy tính (computer);

56 hộ có máy ghi-phát băng video (VCR- videocassette recorder) và

12 hộ có cả hai loại máy trên.

Sử dụng lược đồ Venn để trả lời các câu hỏi sau đây:

- (a) Có bao nhiêu hộ không có VCR?
- (b) Bao nhiêu hộ không có máy tính hoặc VCR?
- (c) Bao nhiêu hộ chỉ có máy tính?

• Nội dung 2: Cài đặt thủ tục liệt kê tất cả các tập con của tập S (chính là $\mathcal{P}(S)$)

Chẳng hạn: Cho $S = \{1, 2, 3, 4\}$. Liệt kê $\mathcal{P}(S)$ = Tập tất cả các tập con của S

Liệt kê theo đường chạy nhị phân:

S:	1	2	3	4	Tập con	S:	1	2	3	4	Tập con
	0	0	0	0	\emptyset hoặc $\{\}$		0	0	0	1	$\{4\}$
	1	0	0	0	$\{1\}$		1	0	0	1	$\{1, 4\}$
	0	1	0	0	$\{2\}$		0	1	0	1	$\{2, 4\}$
	1	1	0	0	$\{1, 2\}$		1	1	0	1	$\{1, 2, 4\}$
	0	0	1	0	$\{3\}$		0	0	1	1	$\{3, 4\}$
	1	0	1	0	$\{1, 3\}$		1	0	1	1	$\{1, 3, 4\}$
	0	1	1	0	$\{2, 3\}$		0	1	1	1	$\{2, 3, 4\}$
	1	1	1	0	$\{1, 2, 3\}$		1	1	1	1	S

¹ Lial M. L., Miller C. D., Greenwell R. N., *Finite Mathematics and Calculus with Applications*, HarperCollins College Publishers, Fifth Edition, 1993.

Hint:

- Xây dựng thuật toán liệt kê (xuất) các tập con của tập S theo đường nhị phân.
- Cài đặt thuật toán.
- (Nâng cao): Kết xuất kết quả ra file .txt

• Nội dung 3: Các đẳng thức tập hợp

Sử dụng các phép toán tập hợp hãy chứng minh các đẳng thức sau:²

Cho các tập A, B, và C (trong vũ trụ \mathcal{U})

- (a) $(A \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap C^c) = A \cap B$.
- (b) $(A^c \cap (B \cup C))^c = (A \cup B^c) \cap (A \cup C^c)$.
- (c) $A \cap (A^c \cup B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- (d) $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$.
- (e) $(A \cap B \cap C^c) \cup (A \cap B^c \cap C) = A \cap (B \Delta C)$.
- (f) $(A \cap B \cap C^c) \cup (A \cap B^c \cap C^c) = A \cap C^c$.
- (g) $A \cap ((B \cap C)^c) = (A \cap B^c) \cup (A \cap C^c)$.
- (h) $(A \cup (B \cap C))^c = (A \cup B)^c \cup (A \cup C)^c$.
- (i) $(A \cap B) \cup (A \cap B \cap C) = A \cap B$
- (j) $(A \cup B) \cap (A \cup B \cup C) = A \cup B$

² Ferland K., *Discrete Mathematics: An Introduction to Proofs and Combinatorics*, Houghton Mifflin Company, Boston, New York, 2009.

TOÁN RỜI RẠC 1

Bài tập - Thực hành Chương 1

Tập hợp và ánh xạ

TẬP HỢP

• Nội dung 1: Ứng dụng Lược đồ Venn

Một điều tra về 60 sinh viên năm thứ nhất ngành thương mại tại một trường đại học lớn ghi nhận được kết quả như sau:¹

19 sinh viên đọc *Business Week*;

18 sinh viên đọc *The Wall street Journal*;

50 sinh viên đọc *Fortune*;

13 sinh viên đọc *Business Week* và *The Wall street Journal*;

11 sinh viên đọc *The Wall street Journal* và *Fortune*;

13 sinh viên đọc *Business Week* và *Fortune*.

9 sinh viên đọc tất cả ba loại.

Sử dụng lược đồ Venn để trả lời các câu hỏi sau đây:

- (a) Có bao nhiêu sinh viên không đọc bất kỳ ấn phẩm nào ở trên?
- (b) Bao nhiêu sinh viên chỉ đọc *Fortune*?
- (c) Bao nhiêu sinh viên chỉ đọc *Business Week* và *The Wall street Journal*?

¹ Lial M. L., Miller C. D., Greenwell R. N., *Finite Mathematics and Calculus with Applications*, HarperCollins College Publishers, Fifth Edition, 1993.

• **Nội dung 2:** Cài đặt thủ tục liệt kê tất cả các tập con của tập S (chính là $\mathcal{P}(S)$)

Chẳng hạn: Cho $S = \{1, 2, 3, 4\}$. Liệt kê $\mathcal{P}(S)$ = Tập tất cả các tập con của S

Liệt kê theo đường chạy nhị phân:

S:	1	2	3	4	Tập con	S:	1	2	3	4	Tập con
0	0	0	0	0	\emptyset hoặc $\{\}$	0	0	0	1		$\{4\}$
1	0	0	0	0	$\{1\}$	1	0	0	1		$\{1, 4\}$
0	1	0	0	0	$\{2\}$	0	1	0	1		$\{2, 4\}$
1	1	0	0	0	$\{1, 2\}$	1	1	0	1		$\{1, 2, 4\}$
0	0	1	0	0	$\{3\}$	0	0	1	1		$\{3, 4\}$
1	0	1	0	0	$\{1, 3\}$	1	0	1	1		$\{1, 3, 4\}$
0	1	1	0	0	$\{2, 3\}$	0	1	1	1		$\{2, 3, 4\}$
1	1	1	0	0	$\{1, 2, 3\}$	1	1	1	1		S

Hint:

- Xây dựng thuật toán liệt kê (xuất) các tập con của tập S theo đường nhị phân.
- Cài đặt thuật toán.
- (Nâng cao): Kết xuất kết quả ra file .txt

• **Nội dung 3:** Các đẳng thức tập hợp

Sử dụng các phép toán tập hợp hãy chứng minh các đẳng thức sau:²

Cho các tập A , B , và C (trong vũ trụ \mathcal{U})

- $(A \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap C^c) = A \cap B$.
- $(A^c \cap (B \cup C))^c = (A \cup B^c) \cap (A \cup C^c)$.
- $A \cap (A^c \cup B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$.
- $(A \cap B \cap C^c) \cup (A \cap B^c \cap C) = A \cap (B \Delta C)$.
- $(A \cap B \cap C^c) \cup (A \cap B^c \cap C^c) = A \cap C^c$.
- $A \cap ((B \cap C)^c) = (A \cap B^c) \cup (A \cap C^c)$.
- $(A \cup (B \cap C))^c = (A \cup B)^c \cup (A \cup C)^c$
- $(A \cap B) \cup (A \cap B \cap C) = A \cap B$
- $(A \cup B) \cap (A \cup B \cup C) = A \cup B$

² Ferland K., *Discrete Mathematics: An Introduction to Proofs and Combinatorics*, Houghton Mifflin Company, Boston, New York, 2009.

TOÁN RỜI RẠC 1

Bài tập - Thực hành Chương 1

Tập hợp và ánh xạ

TẬP HỢP

• Nội dung 1: Ứng dụng Lược đồ Venn

Jeff Friedman là một trưởng chi nhánh cho một công ty điện. Nhân viên trong chi nhánh của ông ta làm các việc chặt hạ cây, leo cột điện và nối dây truyền dẫn. Friedman đã báo cáo thông tin sau đây đến quản lý của công ty: ¹ “về 100 nhân viên trong chi nhánh của tôi,

45 người có thể chặt hạ cây;

50 người có thể leo cột điện;

57 người có thể nối dây truyền dẫn;

28 người có thể chặt hạ cây và leo cột điện;

20 người có thể leo cột điện và nối dây truyền dẫn;

25 người có thể chặt hạ cây và nối dây truyền dẫn;

11 người có thể làm tất cả ba công việc trên;

9 người không thể làm bất kỳ công việc nào trong ba công việc này (các thực tập viên quản lý).”

Theo bạn, báo cáo của Friedman có vấn đề gì không? Tại sao?

¹ Lial M. L., Miller C. D., Greenwell R. N., *Finite Mathematics and Calculus with Applications*, HarperCollins College Publishers, Fifth Edition, 1993.

• **Nội dung 2:** Cài đặt thủ tục liệt kê tất cả các tập con của tập S (chính là $\mathcal{P}(S)$)

Chẳng hạn: Cho $S = \{1, 2, 3, 4\}$. Liệt kê $\mathcal{P}(S)$ = Tập tất cả các tập con của S

Liệt kê theo đường chạy nhị phân:

S:	1	2	3	4	Tập con	S:	1	2	3	4	Tập con
0	0	0	0	0	\emptyset hoặc $\{\}$	0	0	0	1		$\{4\}$
1	0	0	0	0	$\{1\}$	1	0	0	1		$\{1, 4\}$
0	1	0	0	0	$\{2\}$	0	1	0	1		$\{2, 4\}$
1	1	0	0	0	$\{1, 2\}$	1	1	0	1		$\{1, 2, 4\}$
0	0	1	0	0	$\{3\}$	0	0	1	1		$\{3, 4\}$
1	0	1	0	0	$\{1, 3\}$	1	0	1	1		$\{1, 3, 4\}$
0	1	1	0	0	$\{2, 3\}$	0	1	1	1		$\{2, 3, 4\}$
1	1	1	0	0	$\{1, 2, 3\}$	1	1	1	1		S

Hint:

- Xây dựng thuật toán liệt kê (xuất) các tập con của tập S theo đường nhị phân.
- Cài đặt thuật toán.
- (Nâng cao): Kết xuất kết quả ra file .txt

• **Nội dung 3:** Các đẳng thức tập hợp

Sử dụng các phép toán tập hợp hãy chứng minh các đẳng thức sau:²

Cho các tập A, B, và C (trong vũ trụ \mathcal{U})

- $(A \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap C^c) = A \cap B$.
- $(A^c \cap (B \cup C))^c = (A \cup B^c) \cap (A \cup C^c)$.
- $A \cap (A^c \cup B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$.
- $(A \cap B \cap C^c) \cup (A \cap B^c \cap C) = A \cap (B \Delta C)$.
- $(A \cap B \cap C^c) \cup (A \cap B^c \cap C^c) = A \cap C^c$.
- $A \cap ((B \cap C)^c) = (A \cap B^c) \cup (A \cap C^c)$.
- $(A \cup (B \cap C))^c = (A \cup B)^c \cup (A \cup C)^c$.
- $(A \cap B) \cup (A \cap B \cap C) = A \cap B$.
- $(A \cup B) \cap (A \cup B \cup C) = A \cup B$.

² Ferland K., *Discrete Mathematics: An Introduction to Proofs and Combinatorics*, Houghton Mifflin Company, Boston, New York, 2009.

TOÁN RỜI RẠC 1

Bài tập - Thực hành Chương 1

Tập hợp và ánh xạ

TẬP HỢP

• Nội dung 1: Ứng dụng Lược đồ Venn

- The following exercise is referenced from [2] and is only used with the purpose for students to practice model calculations.

Business and Economics

Harvesting Fruit Toward the middle of the harvesting season, peaches for canning come in three types, early, late, and extra late, depending on the expected date of ripening. During a certain week, the following data were recorded at a fruit delivery station:

34 trucks went out carrying early peaches;

61 carried late peaches;

50 carried extra late;

25 carried early and late;

30 carried late and extra late;

8 carried early and extra late;

6 carried all three;

9 carried only figs (no peaches at all).

Use Venn diagram to answer the following questions:

- (a) How many trucks carried only late variety peaches?
- (b) How many carried only extra late?
- (c) How many carried only one type of peach?
- (d) How many trucks (in all) went out during the week?

• **Nội dung 2:** Cài đặt thủ tục liệt kê tất cả các tập con của tập S (chính là $\mathcal{P}(S)$)

Chẳng hạn: Cho $S = \{1, 2, 3, 4\}$. Liệt kê $\mathcal{P}(S)$ = Tập tất cả các tập con của S

Liệt kê theo đường chạy nhị phân:

S:	1	2	3	4	Tập con	S:	1	2	3	4	Tập con
0	0	0	0	0	\emptyset hoặc $\{\}$	0	0	0	1		$\{4\}$
1	0	0	0	0	$\{1\}$	1	0	0	1		$\{1, 4\}$
0	1	0	0	0	$\{2\}$	0	1	0	1		$\{2, 4\}$
1	1	0	0	0	$\{1, 2\}$	1	1	0	1		$\{1, 2, 4\}$
0	0	1	0	0	$\{3\}$	0	0	1	1		$\{3, 4\}$
1	0	1	0	0	$\{1, 3\}$	1	0	1	1		$\{1, 3, 4\}$
0	1	1	0	0	$\{2, 3\}$	0	1	1	1		$\{2, 3, 4\}$
1	1	1	0	0	$\{1, 2, 3\}$	1	1	1	1		S

Hint:

- Xây dựng thuật toán liệt kê (xuất) các tập con của tập S theo đường nhị phân.
- Cài đặt thuật toán.
- (Nâng cao): Kết xuất kết quả ra file .txt

• **Nội dung 3: Các đẳng thức tập hợp**

Sử dụng các phép toán tập hợp hãy chứng minh các đẳng thức sau:¹

Cho các tập A, B, và C (trong vũ trụ \mathcal{U})

- $(A \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap C^c) = A \cap B$.
- $(A^c \cap (B \cup C))^c = (A \cup B^c) \cap (A \cup C^c)$.
- $A \cap (A^c \cup B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$.
- $(A \cap B \cap C^c) \cup (A \cap B^c \cap C) = A \cap (B \Delta C)$.
- $(A \cap B \cap C^c) \cup (A \cap B^c \cap C^c) = A \cap C^c$.
- $A \cap ((B \cap C)^c) = (A \cap B^c) \cup (A \cap C^c)$.
- $(A \cup (B \cap C))^c = (A \cup B)^c \cup (A \cup C)^c$.
- $(A \cap B) \cup (A \cap B \cap C) = A \cap B$.
- $(A \cup B) \cap (A \cup B \cup C) = A \cup B$.

¹ Ferland K., *Discrete Mathematics: An Introduction to Proofs and Combinatorics*, Houghton Mifflin Company, Boston, New York, 2009.

TOÁN RỜI RẠC 1

Bài tập - Thực hành Chương 1

Tập hợp và ánh xạ

TẬP HỢP

• Nội dung 1: Ứng dụng Lược đồ Venn

The following exercise is referenced from [2] and is only used with the purpose for students to practice model calculations.

Business and Economics

Cola Consumption Market research showed that the adult residents of a certain small town in Georgia fit the following categories of cola consumption.

Using the letters given in the table, find the number of people in each of the following sets.

Age	Drink Regular Cola (R)	Drink Diet Cola (D)	Drink No Cola (N)	Totals
21-25 (Y)	40	15	15	70
26-35 (M)	30	30	20	80
Over 35 (O)	10	50	10	70
Totals	80	95	45	220

(a) $Y \cap R$

(b) $M \cap D$

(c) $M \cup (D \cap Y)$

(a) $Y^c \cap (D \cup N)$

(e) $O^c \cup N$

(f) $M^c \cap (R^c \cap N^c)$

(g) Describe the set $M \cup (D \cap Y)$ in words.

• **Nội dung 2:** Cài đặt thủ tục liệt kê tất cả các tập con của tập S (chính là $\mathcal{P}(S)$)

Chẳng hạn: Cho $S = \{1, 2, 3, 4\}$. Liệt kê $\mathcal{P}(S)$ = Tập tất cả các tập con của S

Liệt kê theo đường chạy nhị phân:

S:	1	2	3	4	Tập con	S:	1	2	3	4	Tập con
0	0	0	0	0	\emptyset hoặc $\{\}$	0	0	0	1		$\{4\}$
1	0	0	0	0	$\{1\}$	1	0	0	1		$\{1, 4\}$
0	1	0	0	0	$\{2\}$	0	1	0	1		$\{2, 4\}$
1	1	0	0	0	$\{1, 2\}$	1	1	0	1		$\{1, 2, 4\}$
0	0	1	0	0	$\{3\}$	0	0	1	1		$\{3, 4\}$
1	0	1	0	0	$\{1, 3\}$	1	0	1	1		$\{1, 3, 4\}$
0	1	1	0	0	$\{2, 3\}$	0	1	1	1		$\{2, 3, 4\}$
1	1	1	0	0	$\{1, 2, 3\}$	1	1	1	1		S

Hint:

- Xây dựng thuật toán liệt kê (xuất) các tập con của tập S theo đường nhị phân.
- Cài đặt thuật toán.
- (Nâng cao): Kết xuất kết quả ra file .txt

• **Nội dung 3:** Các đẳng thức tập hợp

Sử dụng các phép toán tập hợp hãy chứng minh các đẳng thức sau:¹

Cho các tập A, B, và C (trong vũ trụ \mathcal{U})

- $(A \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap C^c) = A \cap B$.
- $(A^c \cap (B \cup C))^c = (A \cup B^c) \cap (A \cup C^c)$.
- $A \cap (A^c \cup B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$.
- $(A \cap B \cap C^c) \cup (A \cap B^c \cap C) = A \cap (B \Delta C)$.
- $(A \cap B \cap C^c) \cup (A \cap B^c \cap C^c) = A \cap C^c$.
- $A \cap ((B \cap C)^c) = (A \cap B^c) \cup (A \cap C^c)$.
- $(A \cup (B \cap C))^c = (A \cup B)^c \cup (A \cup C)^c$.
- $(A \cap B) \cup (A \cap B \cap C) = A \cap B$.
- $(A \cup B) \cap (A \cup B \cup C) = A \cup B$.

¹ Ferland K., *Discrete Mathematics: An Introduction to Proofs and Combinatorics*, Houghton Mifflin Company, Boston, New York, 2009.

TOÁN RỜI RẠC 1

Bài tập - Thực hành Chương 1

Tập hợp và ánh xạ

TẬP HỢP

• Nội dung 1: Ứng dụng Lược đồ Venn

The following exercise is referenced from [2] and is only used with the purpose for students to practice model calculations.

Business and Economics

Investment Habits The following table shows the results of a survey taken by a bank in a medium-sized town in Tennessee. The survey asked questions about the investment habits of bank customers.

Age	Stocks (S)	Bonds (B)	Savings Accounts (A)	Totals
18-29 (Y)	6	2	15	23
30-49 (M)	14	5	14	33
50 or over (O)	32	20	12	64
Totals	52	27	41	120

Using the letters given in the table, find the number of people in each of the following sets.

(a) $Y \cap B$

(b) $M \cup A$

(c) $Y \cap (S \cup B)$

(d) $O^c \cup (S \cup A)$

(e) $(M^c \cup O^c) \cap B$

(f) Describe the set $Y \cap (S \cup B)$ in words.

• **Nội dung 2:** Cài đặt thủ tục liệt kê tất cả các tập con của tập S (chính là $\mathcal{P}(S)$)

Chẳng hạn: Cho $S = \{1, 2, 3, 4\}$. Liệt kê $\mathcal{P}(S)$ = Tập tất cả các tập con của S

Liệt kê theo đường chạy nhị phân:

S:	1	2	3	4	Tập con	S:	1	2	3	4	Tập con
0	0	0	0	0	\emptyset hoặc $\{\}$	0	0	0	1		$\{4\}$
1	0	0	0	0	$\{1\}$	1	0	0	1		$\{1, 4\}$
0	1	0	0	0	$\{2\}$	0	1	0	1		$\{2, 4\}$
1	1	0	0	0	$\{1, 2\}$	1	1	0	1		$\{1, 2, 4\}$
0	0	1	0	0	$\{3\}$	0	0	1	1		$\{3, 4\}$
1	0	1	0	0	$\{1, 3\}$	1	0	1	1		$\{1, 3, 4\}$
0	1	1	0	0	$\{2, 3\}$	0	1	1	1		$\{2, 3, 4\}$
1	1	1	0	0	$\{1, 2, 3\}$	1	1	1	1		S

Hint:

- Xây dựng thuật toán liệt kê (xuất) các tập con của tập S theo đường nhị phân.
- Cài đặt thuật toán.
- (Nâng cao): Kết xuất kết quả ra file .txt

• **Nội dung 3:** Các đẳng thức tập hợp

Sử dụng các phép toán tập hợp hãy chứng minh các đẳng thức sau:¹

Cho các tập A, B, và C (trong vũ trụ \mathcal{U})

- $(A \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap C^c) = A \cap B$.
- $(A^c \cap (B \cup C))^c = (A \cup B^c) \cap (A \cup C^c)$.
- $A \cap (A^c \cup B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$.
- $(A \cap B \cap C^c) \cup (A \cap B^c \cap C) = A \cap (B \Delta C)$.
- $(A \cap B \cap C^c) \cup (A \cap B^c \cap C^c) = A \cap C^c$.
- $A \cap ((B \cap C)^c) = (A \cap B^c) \cup (A \cap C^c)$.
- $(A \cup (B \cap C))^c = (A \cup B)^c \cup (A \cup C)^c$.
- $(A \cap B) \cup (A \cap B \cap C) = A \cap B$.
- $(A \cup B) \cap (A \cup B \cup C) = A \cup B$.

¹ Ferland K., *Discrete Mathematics: An Introduction to Proofs and Combinatorics*, Houghton Mifflin Company, Boston, New York, 2009.

TOÁN RỜI RẠC 1

Bài tập - Thực hành Chương 1

Tập hợp và ánh xạ

TẬP HỢP

• Nội dung 1: Ứng dụng Lược đồ Venn

The following exercise is referenced from [2] and is only used with the purpose for students to practice model calculations.

Life Sciences and Public Health

Genetics After a genetics experiment, the number of pea plants having certain characteristics was tallied, with the following results.

- 22 were tall;
- 25 had green peas;
- 39 had smooth peas;
- 9 were tall and had green peas;
- 17 were tall and had smooth peas;
- 20 had green peas and smooth peas;
- 6 had all three characteristics;
- 4 had none of the characteristics.

Use Venn diagram to answer the following questions:

- (a) Find the total number of plants counted.
- (b) How many plants were tall and had peas that were neither smooth nor green?
- (c) How many plants were not tall but had peas that were smooth and green?

• **Nội dung 2:** Cài đặt thủ tục liệt kê tất cả các tập con của tập S (chính là $\mathcal{P}(S)$)

Chẳng hạn: Cho $S = \{1, 2, 3, 4\}$. Liệt kê $\mathcal{P}(S)$ = Tập tất cả các tập con của S

Liệt kê theo đường chạy nhị phân:

S:	1	2	3	4	Tập con	S:	1	2	3	4	Tập con
0	0	0	0	0	\emptyset hoặc $\{\}$	0	0	0	1		$\{4\}$
1	0	0	0	0	$\{1\}$	1	0	0	1		$\{1, 4\}$
0	1	0	0	0	$\{2\}$	0	1	0	1		$\{2, 4\}$
1	1	0	0	0	$\{1, 2\}$	1	1	0	1		$\{1, 2, 4\}$
0	0	1	0	0	$\{3\}$	0	0	1	1		$\{3, 4\}$
1	0	1	0	0	$\{1, 3\}$	1	0	1	1		$\{1, 3, 4\}$
0	1	1	0	0	$\{2, 3\}$	0	1	1	1		$\{2, 3, 4\}$
1	1	1	0	0	$\{1, 2, 3\}$	1	1	1	1		S

Hint:

- Xây dựng thuật toán liệt kê (xuất) các tập con của tập S theo đường nhị phân.
- Cài đặt thuật toán.
- (Nâng cao): Kết xuất kết quả ra file .txt

• **Nội dung 3: Các đẳng thức tập hợp**

Sử dụng các phép toán tập hợp hãy chứng minh các đẳng thức sau:¹

Cho các tập A, B, và C (trong vũ trụ \mathcal{U})

- $(A \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap C^c) = A \cap B$.
- $(A^c \cap (B \cup C))^c = (A \cup B^c) \cap (A \cup C^c)$.
- $A \cap (A^c \cup B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$.
- $(A \cap B \cap C^c) \cup (A \cap B^c \cap C) = A \cap (B \Delta C)$.
- $(A \cap B \cap C^c) \cup (A \cap B^c \cap C^c) = A \cap C^c$.
- $A \cap ((B \cap C)^c) = (A \cap B^c) \cup (A \cap C^c)$.
- $(A \cup (B \cap C))^c = (A \cup B)^c \cup (A \cup C)^c$.
- $(A \cap B) \cup (A \cap B \cap C) = A \cap B$.
- $(A \cup B) \cap (A \cup B \cup C) = A \cup B$.

¹ Ferland K., *Discrete Mathematics: An Introduction to Proofs and Combinatorics*, Houghton Mifflin Company, Boston, New York, 2009.

TOÁN RỜI RẠC 1

Bài tập - Thực hành Chương 1

Tập hợp và ánh xạ

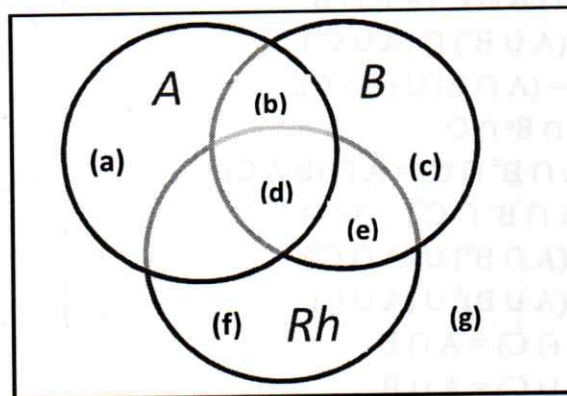
TẬP HỢP

• Nội dung 1: Ứng dụng Lược đồ Venn

The following exercise is referenced from [2] and is only used with the purpose for students to practice model calculations.

Life Sciences and Public Health

Blood Antigens Human blood can contain either no antigens, the A antigen, the B antigen, or both the A and B antigens. A third antigen, called the Rh antigen, is important in human reproduction, and again may or may not be present in an individual. Blood is called type A-positive if the individual has the A and Rh, but not the B antigen. A person having only the A and B antigens is said to have type AB-negative blood. A person having only the Rh antigen has type O-positive blood. Other blood types are defined in a similar manner. Identify the blood types of the individuals in regions (a)-(g) below. (One region has no letter assigned to it.)



• **Nội dung 2:** Cài đặt thủ tục liệt kê tất cả các tập con của tập S (chính là $\mathcal{P}(S)$)

Chẳng hạn: Cho $S = \{1, 2, 3, 4\}$. Liệt kê $\mathcal{P}(S)$ = Tập tất cả các tập con của S

Liệt kê theo đường chạy nhị phân:

S:	1	2	3	4	Tập con	S:	1	2	3	4	Tập con
0	0	0	0	0	\emptyset hoặc $\{\}$	0	0	0	1		$\{4\}$
1	0	0	0	0	$\{1\}$	1	0	0	1		$\{1, 4\}$
0	1	0	0	0	$\{2\}$	0	1	0	1		$\{2, 4\}$
1	1	0	0	0	$\{1, 2\}$	1	1	0	1		$\{1, 2, 4\}$
0	0	1	0	0	$\{3\}$	0	0	1	1		$\{3, 4\}$
1	0	1	0	0	$\{1, 3\}$	1	0	1	1		$\{1, 3, 4\}$
0	1	1	0	0	$\{2, 3\}$	0	1	1	1		$\{2, 3, 4\}$
1	1	1	0	0	$\{1, 2, 3\}$	1	1	1	1		S

Hint:

- Xây dựng thuật toán liệt kê (xuất) các tập con của tập S theo đường nhị phân.
- Cài đặt thuật toán.
- (Nâng cao): Kết xuất kết quả ra file .txt

• **Nội dung 3: Các đẳng thức tập hợp**

Sử dụng các phép toán tập hợp hãy chứng minh các đẳng thức sau:¹

Cho các tập A, B, và C (trong vũ trụ \mathcal{U})

- $(A \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap C^c) = A \cap B$.
- $(A^c \cap (B \cup C))^c = (A \cup B^c) \cap (A \cup C^c)$.
- $A \cap (A^c \cup B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$.
- $(A \cap B \cap C^c) \cup (A \cap B^c \cap C) = A \cap (B \Delta C)$.
- $(A \cap B \cap C^c) \cup (A \cap B^c \cap C^c) = A \cap C^c$.
- $A \cap ((B \cap C)^c) = (A \cap B^c) \cup (A \cap C^c)$.
- $(A \cup (B \cap C))^c = (A \cup B)^c \cup (A \cup C)^c$.
- $(A \cap B) \cup (A \cap B \cap C) = A \cap B$.
- $(A \cup B) \cap (A \cup B \cup C) = A \cup B$.

¹ Ferland K., *Discrete Mathematics: An Introduction to Proofs and Combinatorics*, Houghton Mifflin Company, Boston, New York, 2009.

TOÁN RỜI RẠC 1

Bài tập - Thực hành Chương 1

Tập hợp và ánh xạ

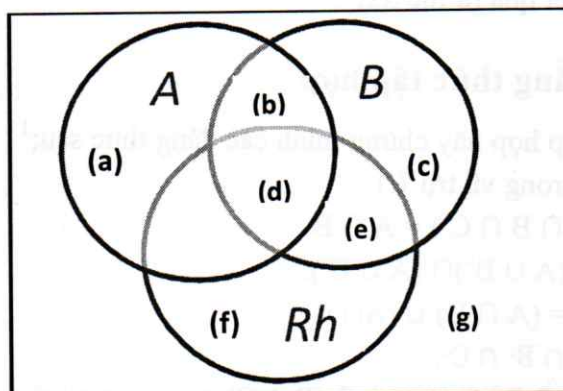
TẬP HỢP

• Nội dung 1: Ứng dụng Lược đồ Venn

The following exercise is referenced from [2] and is only used with the purpose for students to practice model calculations.

Life Sciences and Public Health

Blood Antigens Human blood can contain either no antigens, the A antigen, the B antigen, or both the A and B antigens. A third antigen, called the Rh antigen, is important in human reproduction, and again may or may not be present in an individual. Blood is called type A-positive if the individual has the A and Rh, but not the B antigen. A person having only the A and B antigens is said to have type AB-negative blood. A person having only the Rh antigen has type O-positive blood. Other blood types are defined in a similar manner.



In a certain hospital, the following data were recorded.

- 25 patients had the A antigen;
- 17 had the A and B antigens;
- 27 had the B antigen;
- 22 had the B and Rh antigens;
- 30 had the Rh antigen;
- 12 had none of the antigens;
- 16 had the A and Rh antigens;
- 15 had all three antigens.

How many patients

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| (a) were represented? | (b) had exactly one antigen? |
| (c) had exactly two antigen? | (d) had O-positive blood? |
| (e) had AB-positive blood? | (f) had B-negative blood? |
| (g) had O-negative blood? | (h) had A-positive blood? |

• **Nội dung 2:** Cài đặt thủ tục liệt kê tất cả các tập con của tập S (chính là $\mathcal{P}(S)$)

Chẳng hạn: Cho $S = \{1, 2, 3, 4\}$. Liệt kê $\mathcal{P}(S)$ = Tập tất cả các tập con của S

Liệt kê theo đường chạy nhị phân:

S:	1	2	3	4	Tập con	S:	1	2	3	4	Tập con
0	0	0	0	0	\emptyset hoặc $\{\}$	0	0	0	1		$\{4\}$
1	0	0	0	0	$\{1\}$	1	0	0	1		$\{1, 4\}$
0	1	0	0	0	$\{2\}$	0	1	0	1		$\{2, 4\}$
1	1	0	0	0	$\{1, 2\}$	1	1	0	1		$\{1, 2, 4\}$
0	0	1	0	0	$\{3\}$	0	0	1	1		$\{3, 4\}$
1	0	1	0	0	$\{1, 3\}$	1	0	1	1		$\{1, 3, 4\}$
0	1	1	0	0	$\{2, 3\}$	0	1	1	1		$\{2, 3, 4\}$
1	1	1	0	0	$\{1, 2, 3\}$	1	1	1	1		S

Hint:

- Xây dựng thuật toán liệt kê (xuất) các tập con của tập S theo đường nhị phân.
- Cài đặt thuật toán.
- (Nâng cao): Kết xuất kết quả ra file .txt

• **Nội dung 3:** Các đẳng thức tập hợp

Sử dụng các phép toán tập hợp hãy chứng minh các đẳng thức sau:¹

Cho các tập A , B , và C (trong vũ trụ \mathcal{U})

- $(A \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap C^c) = A \cap B$.
- $(A^c \cap (B \cup C))^c = (A \cup B^c) \cap (A \cup C^c)$.
- $A \cap (A^c \cup B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$.
- $(A \cap B \cap C^c) \cup (A \cap B^c \cap C) = A \cap (B \Delta C)$.
- $(A \cap B \cap C^c) \cup (A \cap B^c \cap C^c) = A \cap C^c$.
- $A \cap ((B \cap C)^c) = (A \cap B^c) \cup (A \cap C^c)$.
- $(A \cup (B \cap C))^c = (A \cup B)^c \cup (A \cup C)^c$.
- $(A \cap B) \cup (A \cap B \cap C) = A \cap B$.
- $(A \cup B) \cap (A \cup B \cup C) = A \cup B$.

¹ Ferland K., *Discrete Mathematics: An Introduction to Proofs and Combinatorics*, Houghton Mifflin Company, Boston, New York, 2009.

TOÁN RỜI RẠC 1

Bài tập - Thực hành Chương 1

Tập hợp và ánh xạ

TẬP HỢP

• Nội dung 1: Ứng dụng Lược đồ Venn

The following exercise is referenced from [2] and is only used with the purpose for students to practice model calculations.

General Interest

Native American Ceremonies As a pow-wow in Arizona, Native Americans from all over the Southwest came to participate in the ceremonies. A coordinator of the pow-wow took a survey and found that

- 15 families brought food, costumes, and crafts;
- 25 families brought food and crafts;
- 42 families brought food;
- 20 families brought costumes and food;
- 6 families brought costumes and crafts, but not food;
- 4 families brought crafts, but neither food nor costumes;
- 10 families brought none of the three items;
- 18 families brought costumes but not crafts.

Use Venn diagram to answer the following questions:

- (a) How many families were surveyed?
- (b) How many families brought costumes?
- (c) How many families brought crafts, but not costumes?
- (d) How many families did not bring crafts?
- (e) How many families brought food or costumes?

• Nội dung 2: Cài đặt thủ tục liệt kê tất cả các tập con của tập S (chính là $\mathcal{P}(S)$)

Chẳng hạn: Cho $S = \{1, 2, 3, 4\}$. Liệt kê $\mathcal{P}(S)$ = Tập tất cả các tập con của S

Liệt kê theo đường chạy nhị phân:

S:	1	2	3	4	Tập con	S:	1	2	3	4	Tập con
0	0	0	0	0	\emptyset hoặc $\{\}$	0	0	0	1	1	$\{4\}$
1	0	0	0	0	$\{1\}$	1	0	0	1	1	$\{1, 4\}$
0	1	0	0	0	$\{2\}$	0	1	0	1	1	$\{2, 4\}$
1	1	0	0	0	$\{1, 2\}$	1	1	0	1	1	$\{1, 2, 4\}$
0	0	1	0	0	$\{3\}$	0	0	1	1	1	$\{3, 4\}$
1	0	1	0	0	$\{1, 3\}$	1	0	1	1	1	$\{1, 3, 4\}$
0	1	1	0	0	$\{2, 3\}$	0	1	1	1	1	$\{2, 3, 4\}$
1	1	1	0	0	$\{1, 2, 3\}$	1	1	1	1	1	S

Hint:

- Xây dựng thuật toán liệt kê (xuất) các tập con của tập S theo đường nhị phân.
- Cài đặt thuật toán.
- (Nâng cao): Kết xuất kết quả ra file .txt

• Nội dung 3: Các đẳng thức tập hợp

Sử dụng các phép toán tập hợp hãy chứng minh các đẳng thức sau:¹

Cho các tập A, B, và C (trong vũ trụ \mathcal{U})

- $(A \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap C^c) = A \cap B$.
- $(A^c \cap (B \cup C))^c = (A \cup B^c) \cap (A \cup C^c)$.
- $A \cap (A^c \cup B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cap B^c \cap C^c$.
- $(A \cap B \cap C^c) \cup (A \cap B^c \cap C) = A \cap (B \Delta C)$.
- $(A \cap B \cap C^c) \cup (A \cap B^c \cap C^c) = A \cap C^c$.
- $A \cap ((B \cap C)^c) = (A \cap B^c) \cup (A \cap C^c)$.
- $(A \cup (B \cap C))^c = (A \cup B)^c \cup (A \cup C)^c$.
- $(A \cap B) \cup (A \cap B \cap C) = A \cap B$.
- $(A \cup B) \cap (A \cup B \cup C) = A \cup B$.

¹ Ferland K., *Discrete Mathematics: An Introduction to Proofs and Combinatorics*, Houghton Mifflin Company, Boston, New York, 2009.