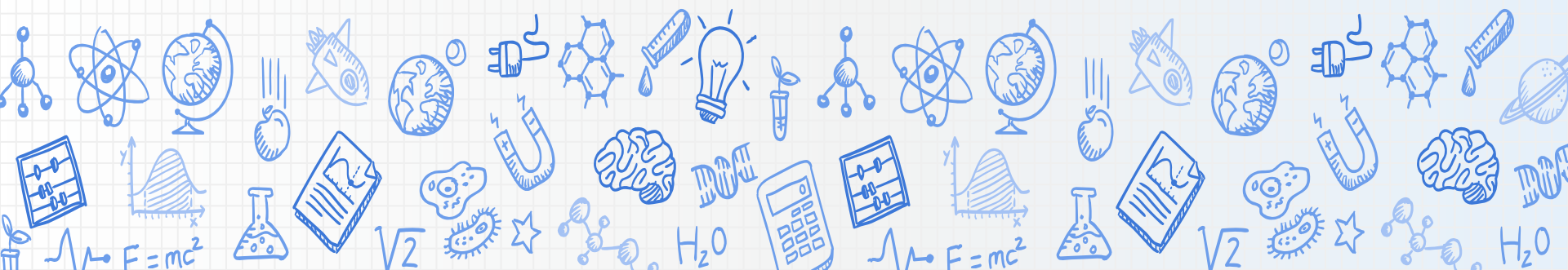


Trường Đại học Khoa học tự nhiên TP. Hồ Chí Minh
Khoa Toán - Tin học
Bộ môn Ứng dụng tin học

TOÁN RỜI RẠC

GV: Lê Thị Tuyết Nhung



[illegible]

- [illegible]

[illegible]

- [illegible]

[illegible]

- [illegible]

Chương 1: Cơ sở logic

Nội dung

1. Mệnh đề - Dạng mệnh đề
2. Quy tắc suy diễn
3. Vị từ và lượng từ
4. Nguyên lý quy nạp

I. Phép tính mệnh đề

□ **Định nghĩa:** *Mệnh đề* là một khẳng định có giá trị chân lý xác định, đúng hoặc sai (nhưng không thể vừa đúng vừa sai).

Nhận xét. Câu hỏi, câu cảm thán, mệnh lệnh, ... không là mệnh đề.

Ví dụ:

- $1 + 1 = 2$.
- 4 là số nguyên tố.
- Hôm nay trời đẹp quá!
- Hôm nay trời nắng
-

I. Phép tính mệnh đề

- **Ký hiệu:** Ta dùng các ký hiệu P, Q, R, S, \dots để chỉ mệnh đề.
 - Mệnh đề **P** đúng ta nói **P** có **chân trị đúng**, mệnh đề **P** sai ta nói **P** có **chân trị sai**.
 - Chân trị đúng và chân trị sai được ký hiệu lần lượt là **1** (hay Đ, T) và **0** (hay S, F).
- **Bảng chân trị:** biểu diễn mối quan hệ giữa những giá trị chân lý của các mệnh đề.

I Phép tính mệnh đề

□ Kiểm tra các khẳng định sau có phải là mệnh đề không?

- Mặt trăng quay quanh mặt trời.
- n là số nguyên tố.
- Toán rời rạc là môn học bắt buộc của ngành Tin học.
- Hôm nay trời đẹp.
- Bạn là sinh viên năm 2 à?
- Tam giác cân có 2 cạnh bằng nhau
- Toronto là thủ đô của Canada

I. Phép tính mệnh đề

□ **Phân loại:** gồm 2 loại

- a. Mệnh đề **sơ cấp** (nguyên thủy): thường là một mệnh đề khẳng định đơn.
- b. Mệnh đề **phức hợp**: là mệnh đề được xây dựng từ các mệnh đề sơ cấp nhờ liên kết bằng các liên từ (và, hay, khi và chỉ khi, nếu ... thì, ...) hoặc trạng từ “không”.

Ví dụ:

- 2 là số nguyên tố.
- 2 không là số nguyên tố.
- Nếu trời đẹp thì tôi đi chơi.
- Hôm nay trời đẹp và tôi đang học bài.

I. Phép tính mệnh đề

□ **Các phép toán trên mệnh đề:** gồm 5 phép toán

a. **Phép phủ định:** phủ định của mệnh đề P được ký hiệu là $\neg P$ hay \overline{P} (đọc là “không” P hay “**phủ định của**” P).

Bảng chân trị:

P	$\neg P$
0	1
1	0

Ví dụ:

- P: “2 là số nguyên tố”
- $\neg P$: “2 **không** là số nguyên tố”
- Q: “15 > 30”
- $\neg Q$: “15 ≤ 30”

I. Phép tính mệnh đề

b. **Phép nối liền (hội, giao)**: của hai mệnh đề P, Q được kí hiệu bởi $P \wedge Q$ (đọc là “**P và Q**”), là mệnh đề được định bởi: $P \wedge Q$ đúng khi và chỉ khi P và Q đồng thời đúng.

Bảng chân trị:

P	Q	$P \wedge Q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Ví dụ:

- 2 là số chẵn và 2 là số nguyên tố
- Trời đẹp và tôi đi dạo
- $7 > 1$ và 7 là số lẻ

I. Phép tính mệnh đề

c. Phép nối rời (tuyển, hợp): của hai mệnh đề P, Q được kí hiệu bởi $P \vee Q$ (đọc là “**P hay Q**”), là mệnh đề được định bởi: $P \vee Q$ sai khi và chỉ khi P và Q đồng thời sai.

Bảng chân trị:

P	Q	$P \vee Q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Ví dụ:

- 9 là số chẵn hay 9 chia hết cho 3
- Mặt trời mọc hướng đông hay $1+2 = 6$
- $7 > 1$ hay 7 là số lẻ

I. Phép tính mệnh đề

d. **Phép kéo theo**: mệnh đề P kéo theo Q của hai mệnh đề P, Q được kí hiệu bởi $P \rightarrow Q$ (đọc là “ **P kéo theo Q** ” hay “**nếu P thì Q** ” hay “ **P là điều kiện đủ của Q** ”, hay “ **Q là điều kiện cần của P** ”), là mệnh đề được định bởi: $P \rightarrow Q$ sai khi và chỉ khi P đúng mà Q sai.

Bảng chân trị:

P	Q	$P \rightarrow Q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Ví dụ:

- Nếu 4 là số chẵn thì 4 chia hết cho 2
- Nếu trời đẹp thì tôi đi dạo
- Nếu $2 > \pi$ thì trời mưa.

I. Phép tính mệnh đề

e. **Phép kéo theo 2 chiều:** mệnh đề P kéo theo Q và ngược lại của hai mệnh đề P và Q được kí hiệu bởi $P \leftrightarrow Q$ (đọc là “P nếu và chỉ nếu Q” hay “P khi và chỉ khi Q” hay “P là điều kiện cần và đủ của Q”, hay “P tương đương Q”), là mệnh đề được định bởi: $P \leftrightarrow Q$ đúng khi và chỉ khi P và Q có cùng chân trị.

Bảng chân trị:

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Ví dụ:

- $2=1$ khi và chỉ khi $2*2=1$.
- $1 > \pi$ là điều kiện cần và đủ của $2 > \pi$.
- Hình vuông có một góc tù khi và chỉ khi 100 là số nguyên tố.

[illegible]

- $$E = mc^2$$

II. Dạng mệnh đề

- **Định nghĩa:** *Dạng mệnh đề* là một biểu thức được cấu tạo từ:
 - a. Các mệnh đề.
 - b. Các biến mệnh đề p, q, r, \dots , tức là các biến lấy giá trị là các mệnh đề nào đó.
 - c. Các phép toán $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ và dấu đóng mở ngoặc $()$.

Ví dụ:

- $E(p, q) = \neg p \vee q$
- $E(p, q, r) = (p \rightarrow r) \wedge (q \vee \neg r)$

II. Dạng mệnh đề

□ **Bảng chân trị của dạng mệnh đề $E(p, q, r)$:** là bảng ghi tất cả các trường hợp chân trị có thể xảy ra đối với dạng mệnh đề E theo chân trị của các biến mệnh đề p, q, r .

Nếu có n biến, bảng này sẽ có 2^n dòng, chưa kể dòng tiêu đề.

Ví dụ: Cho p, q, r là biến mệnh đề. Lập bảng chân trị của dạng mệnh đề: $E(p, q, r) = p \vee (q \wedge r)$.

II. Dạng mệnh đề

Bài tập: Lập bảng chân trị cho các dạng mệnh đề sau

a. $E(p,q,r) = \neg(p \wedge q) \wedge p$

a. $E(p,q,r) = p \wedge (q \vee r) \leftrightarrow \neg q$

II. Dạng mệnh đề

□ Độ ưu tiên của phép toán mệnh đề trong dạng mệnh đề

Thứ tự ưu tiên lần lượt như sau:

- + Ngoặc ()
- + Phủ định (\neg)
- + Và, hay (\wedge , \vee)
- + Kéo theo, kéo theo 2 chiều (\rightarrow , \leftrightarrow)

Ví dụ: Cho p , q , r là biến mệnh đề.

a. $p \vee q \rightarrow r$

b. $p \wedge (q \vee r) \leftrightarrow \neg q$

c. $\overline{p \wedge q} \wedge p$

II. Dạng mệnh đề

□ Định nghĩa:

- Một dạng mệnh đề được gọi là một **hằng đúng** nếu nó luôn luôn lấy chân trị **1**.
- Một dạng mệnh đề được gọi là một **hằng sai** hay mâu thuẫn nếu nó luôn luôn lấy chân trị **0**.

Ví dụ: Kiểm tra xem các dạng mệnh đề sau là hằng đúng hay hằng sai:

1. $A(p) = \overline{\overline{p}} \leftrightarrow p$

2. $B(p, q) = (p \wedge q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$

A vertical collage of various hand-drawn science-related icons on a background of horizontal blue lines. The icons include: a chemistry flask with bubbles, a calculator, an atomic model, a microorganism, a graph with axes labeled x and y, a globe, a molecular structure, a rocket ship, a lightbulb, a book, a pi symbol, a heartbeat line, a abacus, a DNA double helix, a brain, a water molecule (H2O), a planet with rings, a magnet, a hexagonal crystal lattice, a pill, a star, a lightbulb, a book, a pi symbol, an apple, a test tube with a plant sprout, a globe, a molecular structure, a microorganism, a globe, a calculator, an atomic model, and a chemistry flask. The drawing style is simple and sketchy, typical of a child's artwork.

- $$E = mc^2$$

II. Dạng mệnh đề – Tương đương logic

□ **Định nghĩa:** Hai dạng mệnh đề E và F được gọi là **tương đương logic** nếu chúng có cùng bảng chân trị.

Ký hiệu: $E \Leftrightarrow F$ (hay $E \equiv F$).

Ví dụ: $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$

□ **Định lý:** Hai mệnh đề E và F tương đương với nhau khi và chỉ khi $E \leftrightarrow F$ là hằng đúng.

II. Dạng mệnh đề – Tương đương logic

Bài tập: Chứng minh các tương đương logic sau

a. $\neg \neg p \Leftrightarrow p$

a. $p \vee p \Leftrightarrow p$

a. $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$

a. $p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$

a. $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

II. Dạng mệnh đề – Tương đương logic

□ **Các luật logic:** Với p, q, r là các mệnh đề bất kỳ. Khi đó ta có

1. Phủ định của phủ định

$$\neg \neg p \Leftrightarrow p$$

1. Luật De Morgan

$$\neg (p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$$

$$\neg (p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$$

1. Luật giao hoán

$$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$$

$$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$$

1. Luật kết hợp

$$(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$$

$$(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$$

II. Dạng mệnh đề – Tương đương logic

5. Luật phân phối

$$p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

$$p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

6. Luật lũy đẳng

$$p \vee p \Leftrightarrow p$$

$$p \wedge p \Leftrightarrow p$$

7. Luật trung hòa

$$p \vee 0 \Leftrightarrow p$$

$$p \wedge 1 \Leftrightarrow p$$

II. Dạng mệnh đề – Tương đương logic

8. Luật về phần tử bù

$$p \wedge \neg p \Leftrightarrow 0$$

$$p \vee \neg p \Leftrightarrow 1$$

9. Luật thống trị

$$p \wedge 0 \Leftrightarrow 0$$

$$p \vee 1 \Leftrightarrow 1$$

10. Luật hấp thụ

$$p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$$

$$p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$$

11. Luật về phép kéo theo

$$p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q \Leftrightarrow \neg q \rightarrow \neg p$$

II. Dạng mệnh đề – Tương đương logic

Ví dụ:

Nếu trời mưa thì đường trơn \Leftrightarrow nếu đường không trơn thì trời không mưa.

Bài tập: Cho p, q, r là các biến mệnh đề. Hãy dùng các luật logic chứng minh rằng

a. $(\neg p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow r$

a. $((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$ là hằng đúng