Cấu trúc dữ liệu và giải thuật

CẤU TRÚC CÂY

Văn Chí Nam – Nguyễn Thị Hồng Nhung – Đặng Nguyễn Đức Tiến - Vũ Thanh Hưng

Nội dung trình bày

- Khái niệm
- Phép duyệt cây và Biểu diễn cây
- Cây nhị phân và Cây nhị phân tìm kiếm
- Cây AVL
- Cây AA

Cây AVL

AVL tree

Giới thiệu

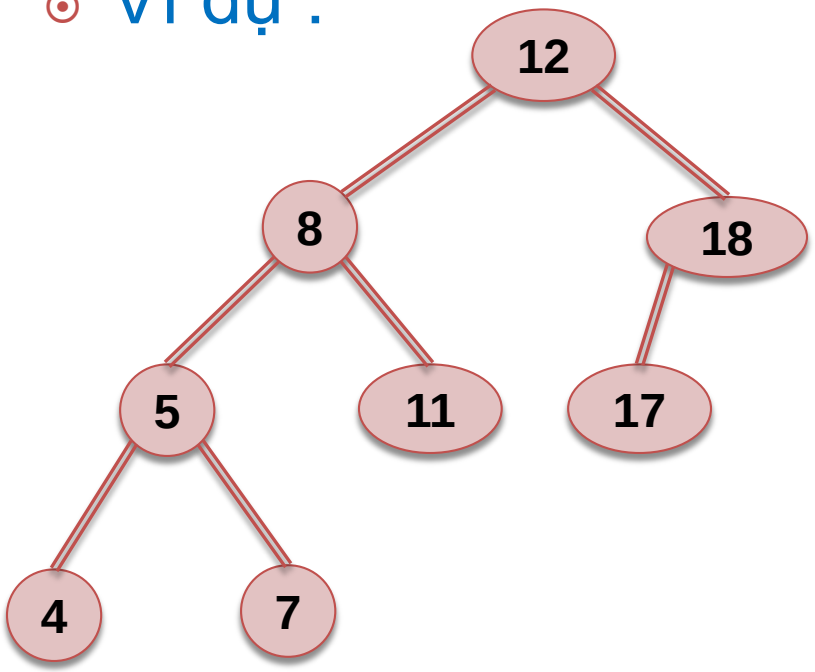
- Do G.M. **A**delsen **V**elskii và E.M. **L**endis đưa ra vào năm 1962, đặt tên là cây AVL.

Định nghĩa

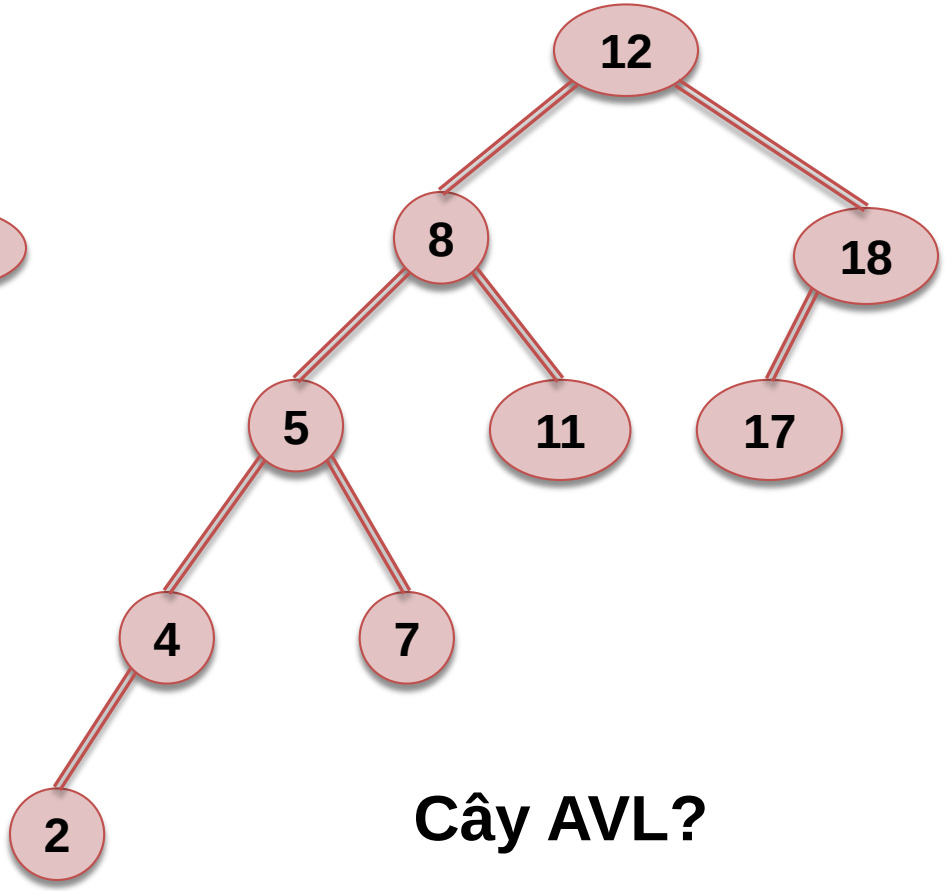
- Cây cân bằng AVL là cây nhị phân tìm kiếm mà tại mỗi đỉnh của cây, độ cao của cây con trái và cây con phải **không chênh lệch quá 1**.

Cây AVL

- Ví dụ :



Cây AVL?



Cây AVL?

Xây dựng cây cân bằng

- Việc xây dựng cây cân bằng dựa trên cây nhị phân tìm kiếm, chỉ bổ sung thêm 1 giá trị cho biết sự cân bằng của các cây con như thế nào.
- Cách làm gợi ý:

```
struct NODE {
    Data key;
    NODE *pLeft, *pRight;
    int bal;
};
```

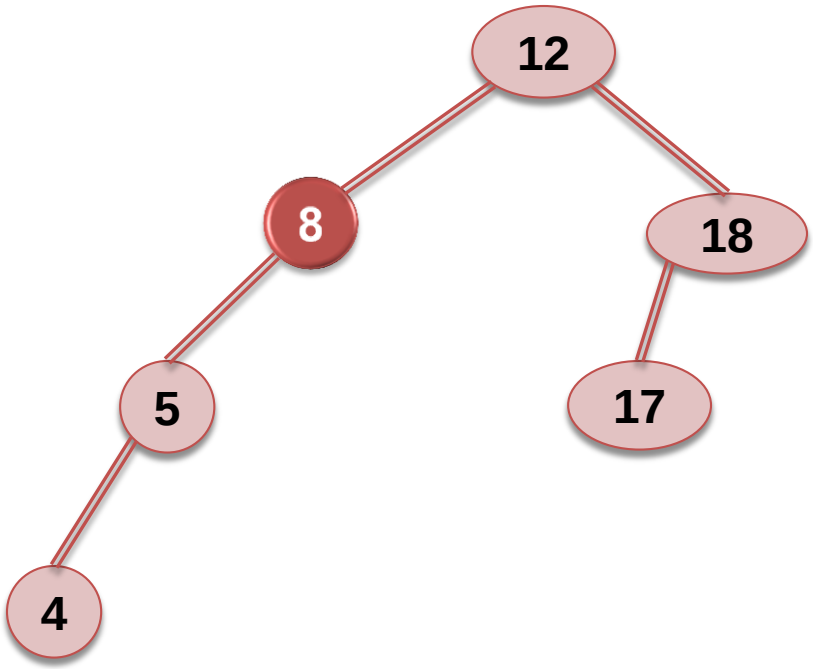
- Trong đó giá trị bal (balance, cân bằng) có thể là: 0: cân bằng; -1: lệch trái; 1: lệch phải

Các trường hợp mất cân bằng

- Mất cân bằng trái-trái (L-L)
- Mất cân bằn trái-phải (L-R)
- Mất cân bằng phải-phải (R-R)
- Mất cân bằng phải-trái (R-L)

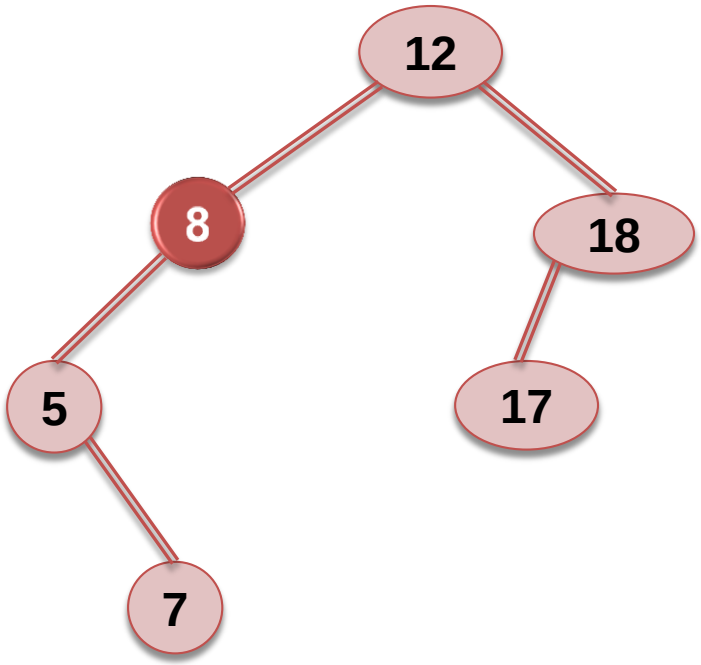
Các trường hợp mất cân bằng

- Mất cân bằng trái-trái (L-L)



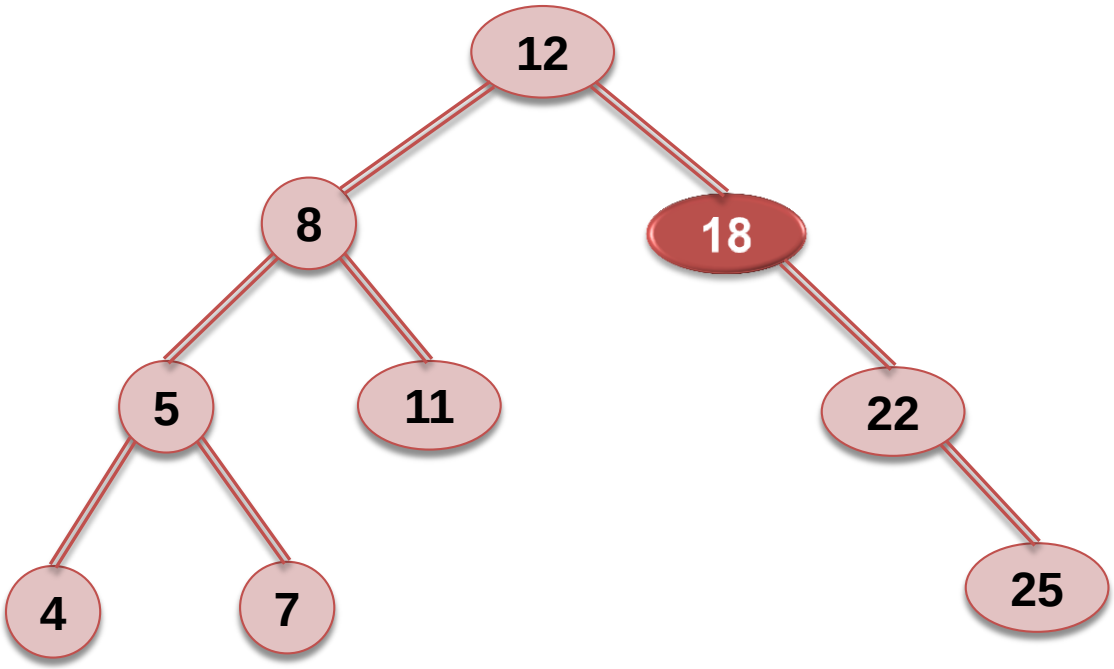
Các trường hợp mất cân bằng

- Mất cân bằng trái-phải (L-R)



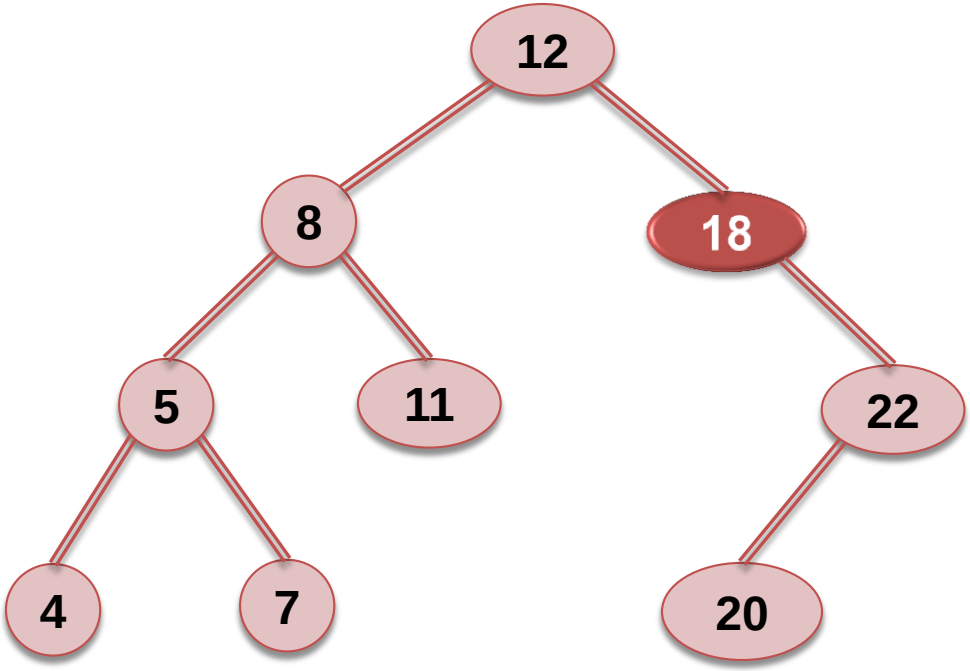
Các trường hợp mất cân bằng

- Mất cân bằng phải-phải (R-R)



Các trường hợp mất cân bằng

- Mất cân bằng phải-trái (R-L)

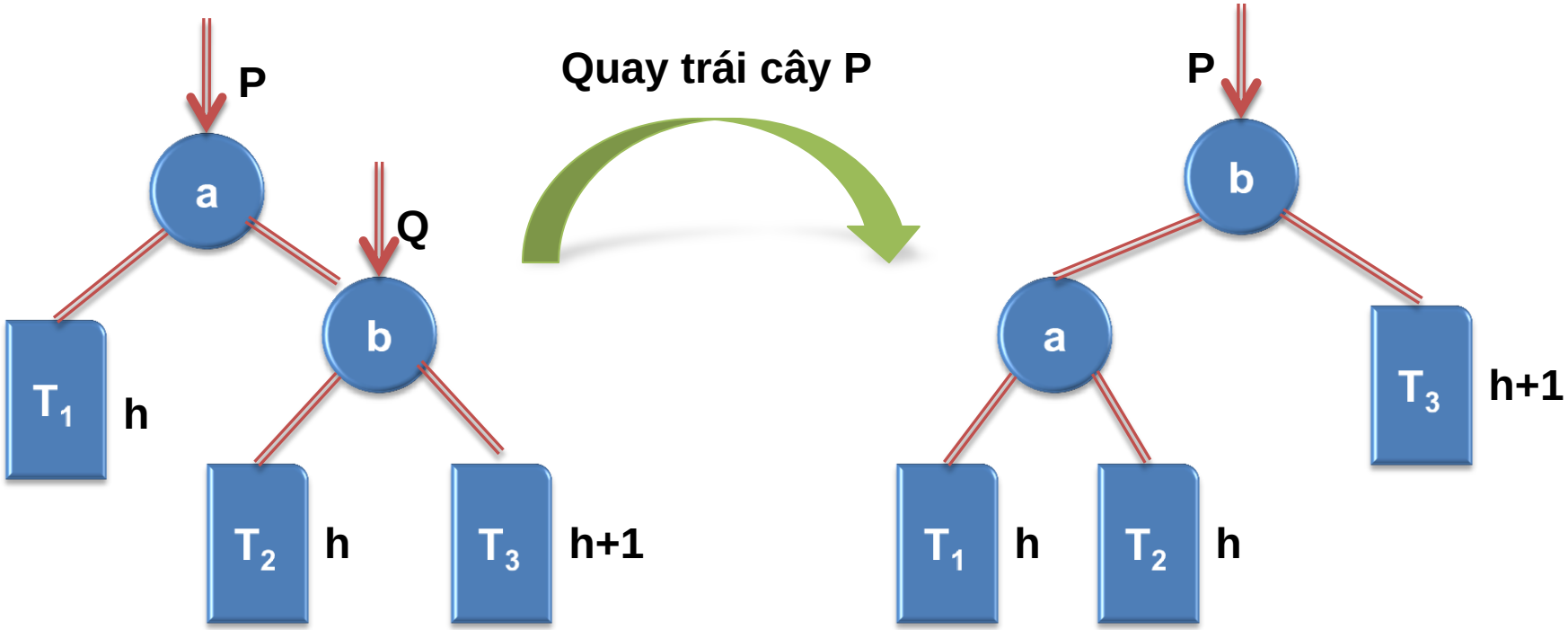


Xử lý mất cân bằng

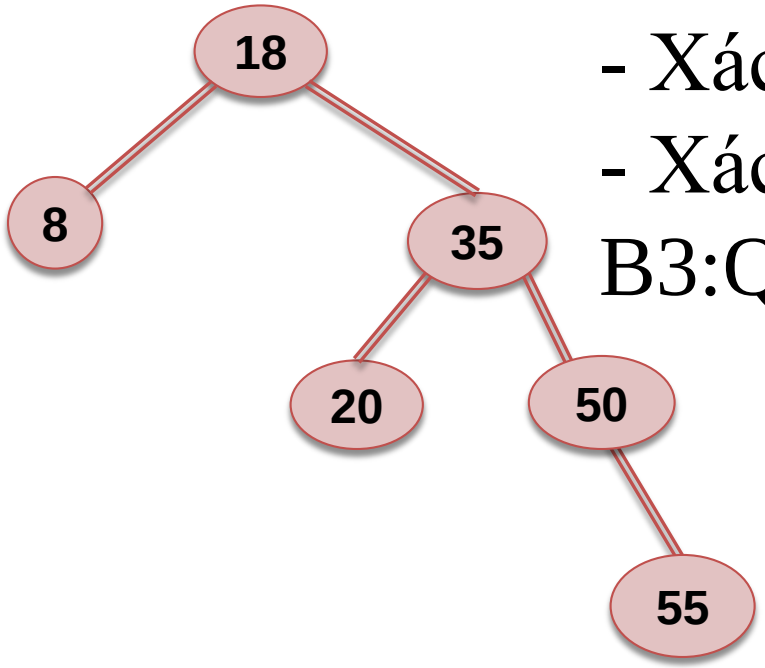
- Giả sử tại một node cây xảy ra mất cân bằng bên phải (cây con phải chênh lệch với cây con trái hơn một đơn vị):
  - Mất cân bằng phải-phải (RR)
    - Quay trái
  - Mất cân bằng phải-trái (R-L)
    - Quay phải
    - Quay trái

Xử lý mất cân bằng

- P mất cân bằng phải-phải (RR):



Ví dụ:



B1:Xác định node mất cân bằng P

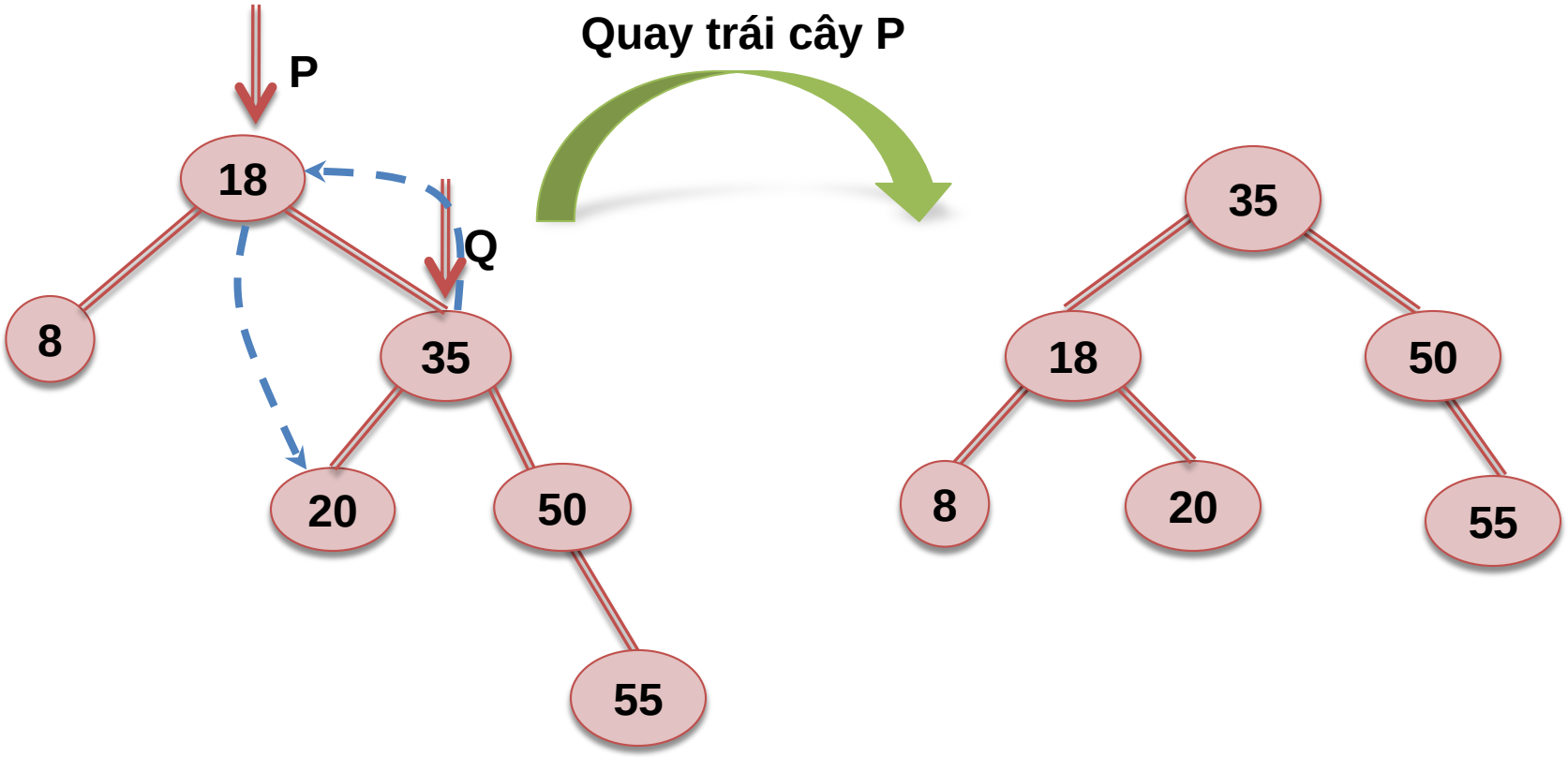
B2:Xác định kiểu mất cân bằng

- Xác định Q, R
- Xác định là L-L, R-R, L-R hay R-L

B3:Quay cây

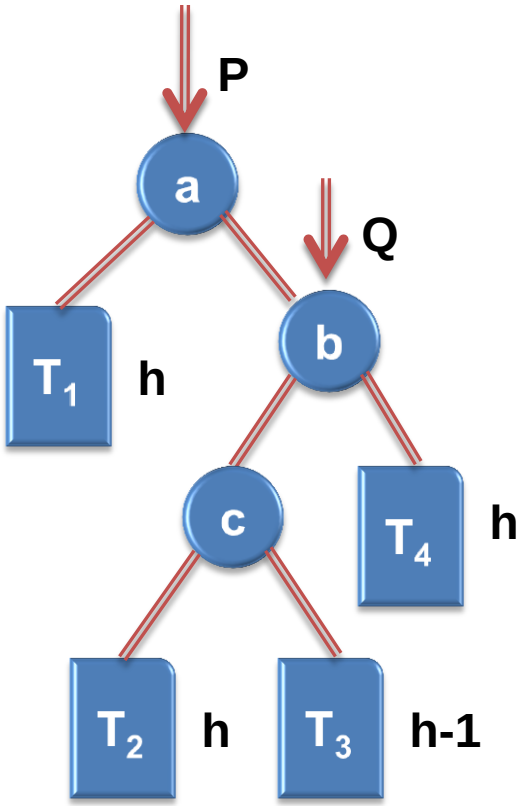
Xử lý mất cân bằng

- P mất cân bằng phải-phải (RR):



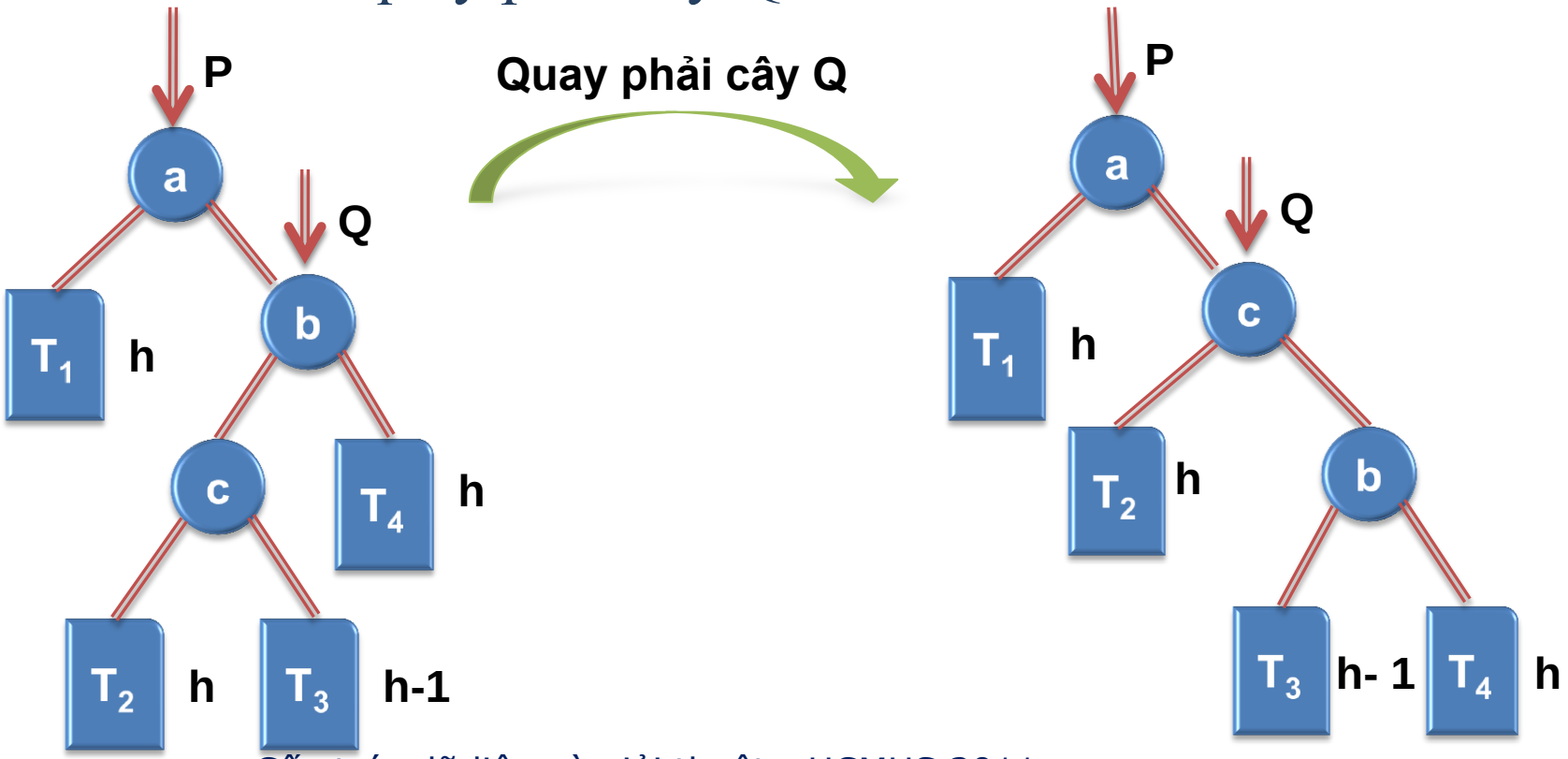
Xử lý mất cân bằng

- P mất cân bằng phải-trái (RL):
  - Bước 1: quay phải Q
  - Bước 2: quay trái cây P



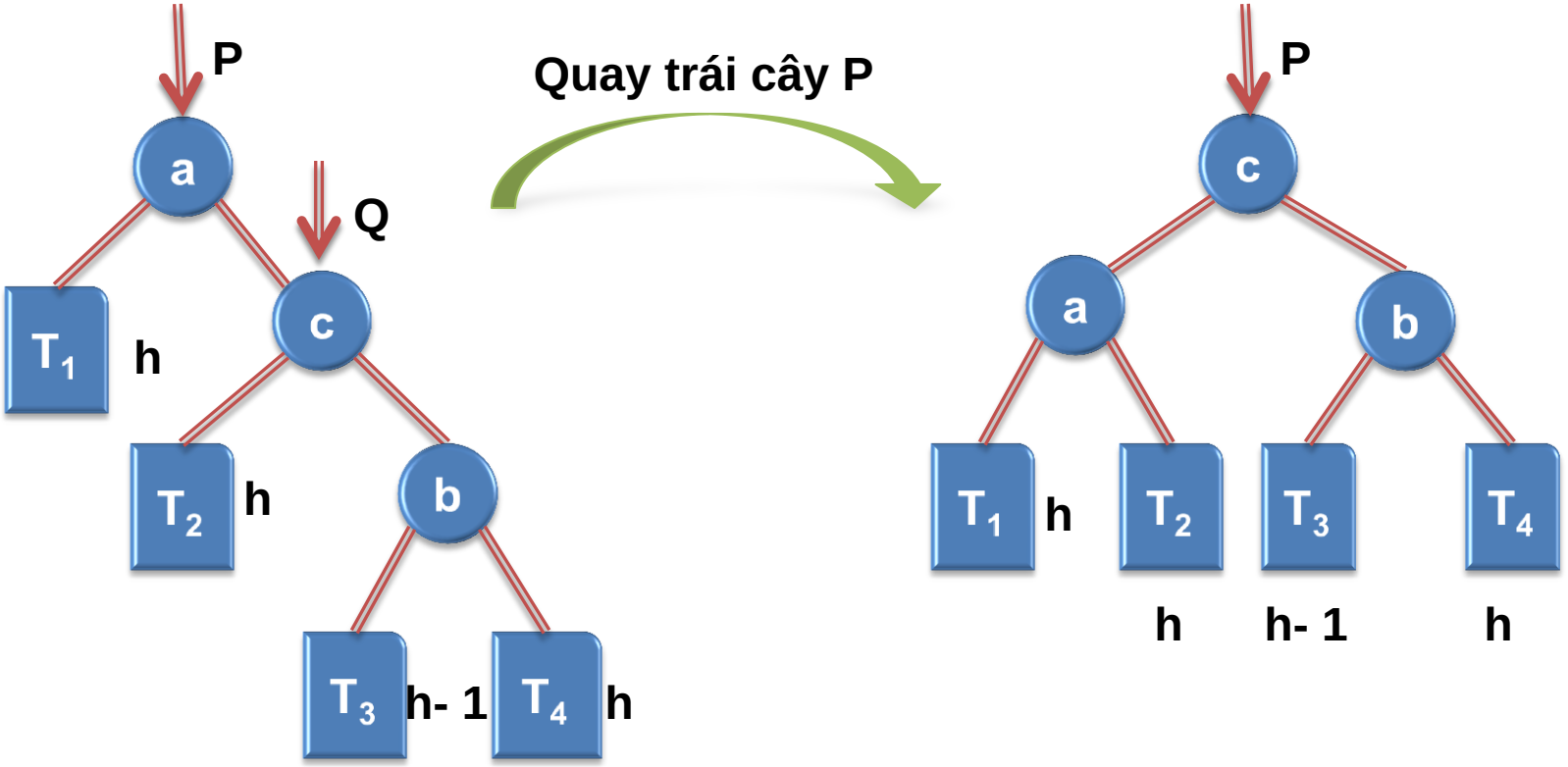
Xử lý mất cân bằng

- P mất cân bằng phải-trái (RL):
  - Bước 1: quay phải cây Q



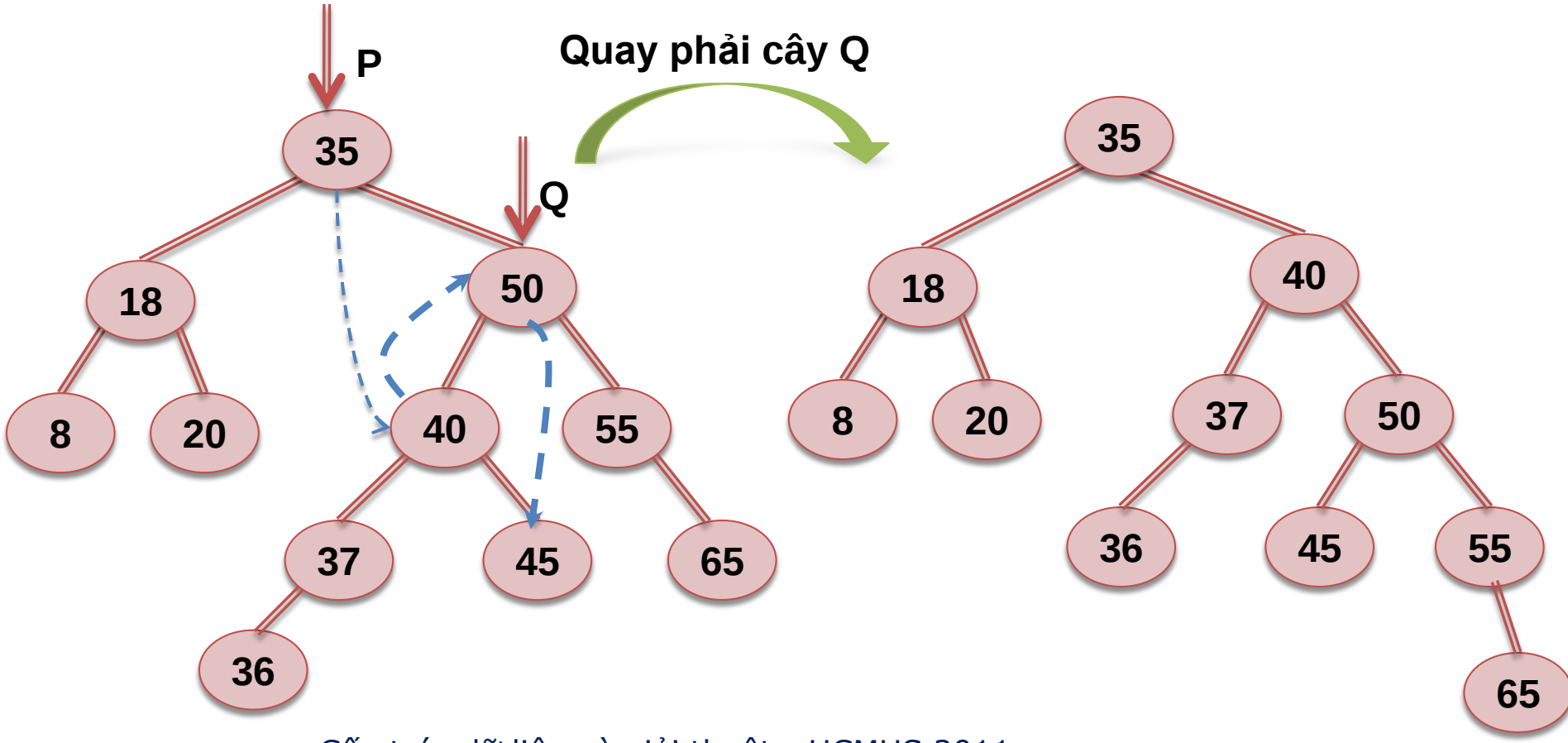
Xử lý mất cân bằng

- P mất cân bằng phải-trái (RL):
  - Bước 2: quay trái cây P



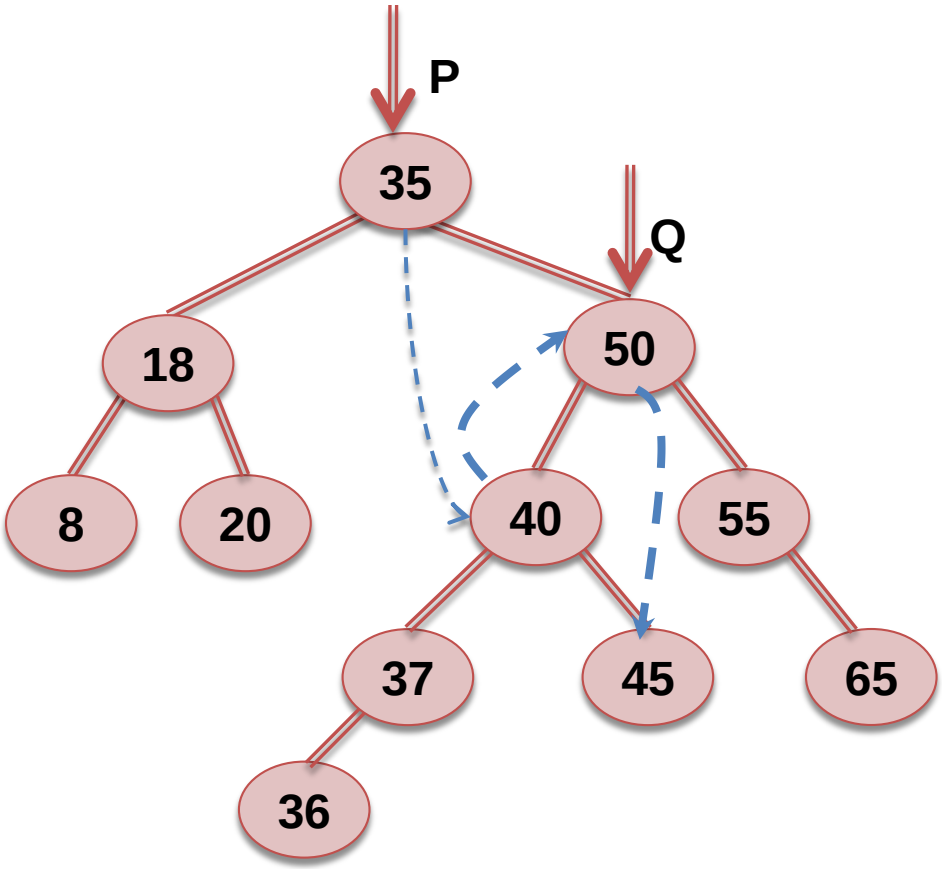
Ví dụ

- P mất cân bằng phải-trái :



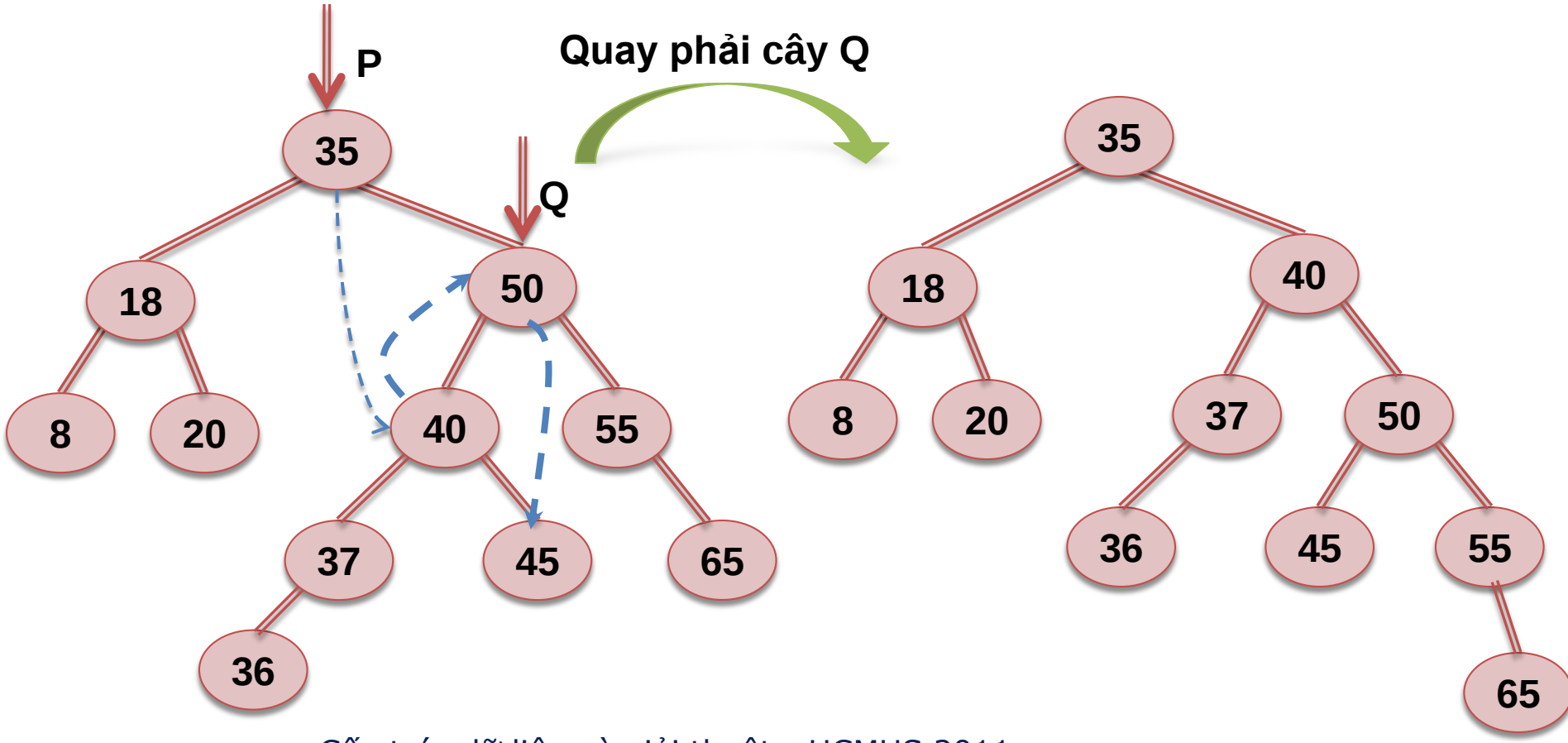
Xử lý mất cân bằng

- P mất cân bằng



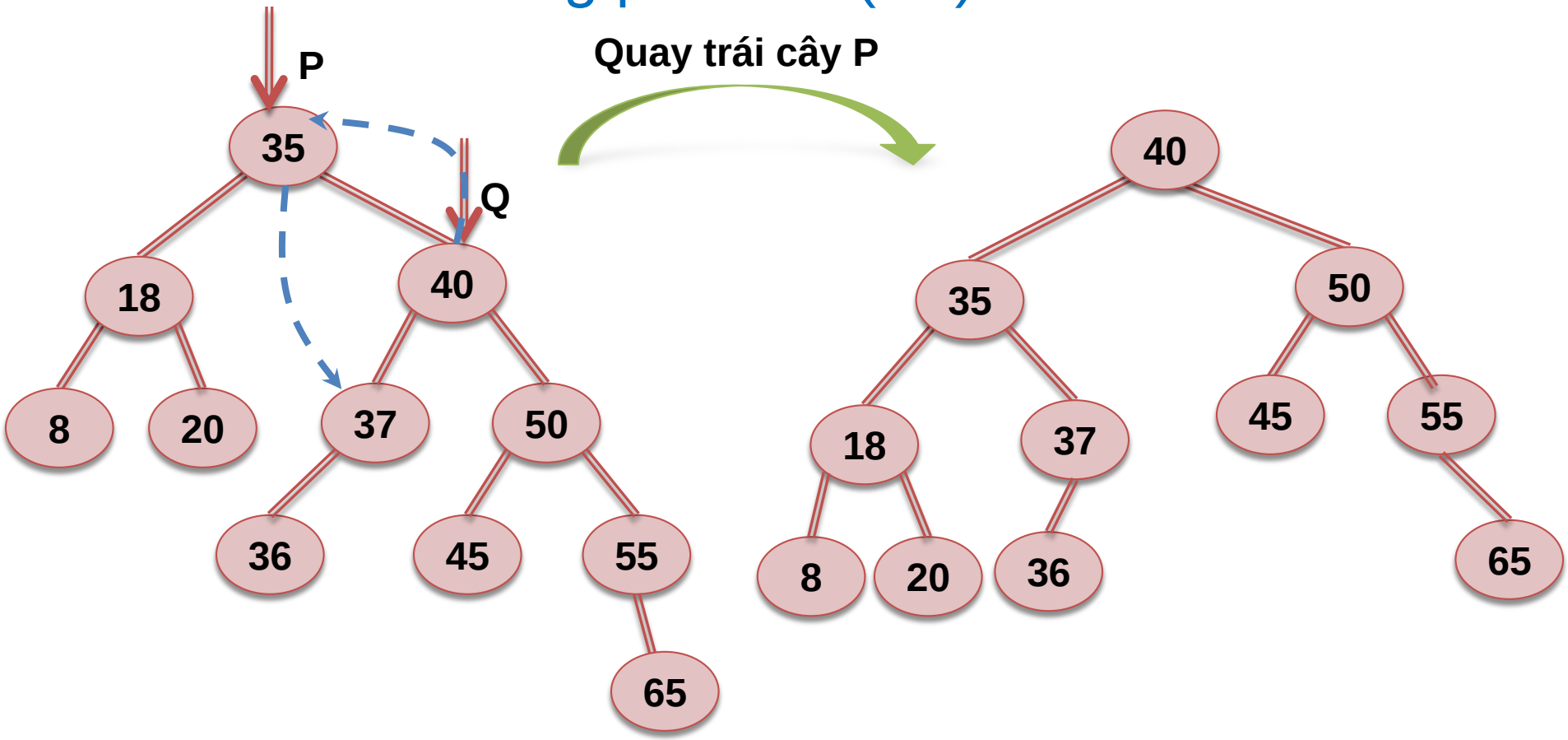
Xử lý mất cân bằng

- P mất cân bằng phải-trái (RL) – Bước 1:



Xử lý mất cân bằng

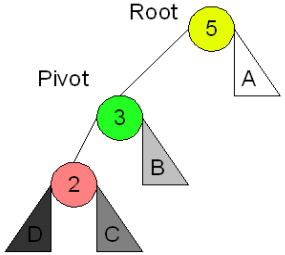
- P mất cân bằng phải-trái (RL) - Bước 2:



Xử lý mất cân bằng

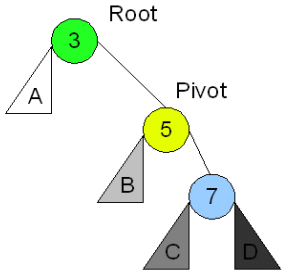
- Khi một node cây xảy ra mất cân bằng bên trái (cây con trái chênh lệch với cây con phải hơn một đơn vị): (thực hiện đối xứng với trường hợp mất cân bằng bên phải)
  - Mất cân bằng trái-trái (LL)
    - Quay phải
  - Mất cân bằng trái-phải(L-R)
    - Quay trái
    - Quay phải

Left Left Case



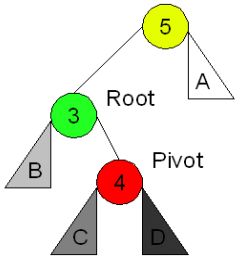
Right Rotation

Right Right Case



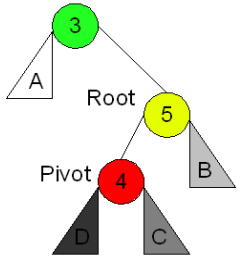
Left Rotation

Left Right Case

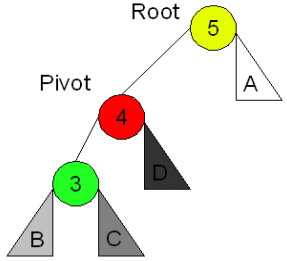


Left Rotation

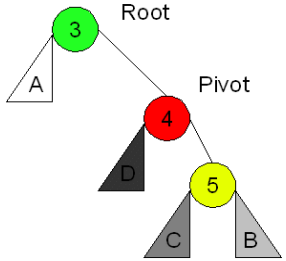
Right Left Case



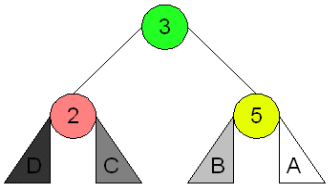
Right Rotation

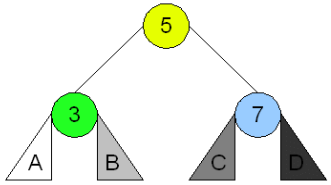


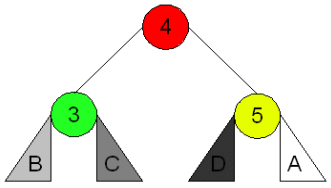
Right Rotation

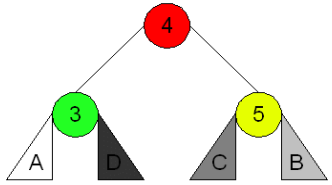


Left Rotation





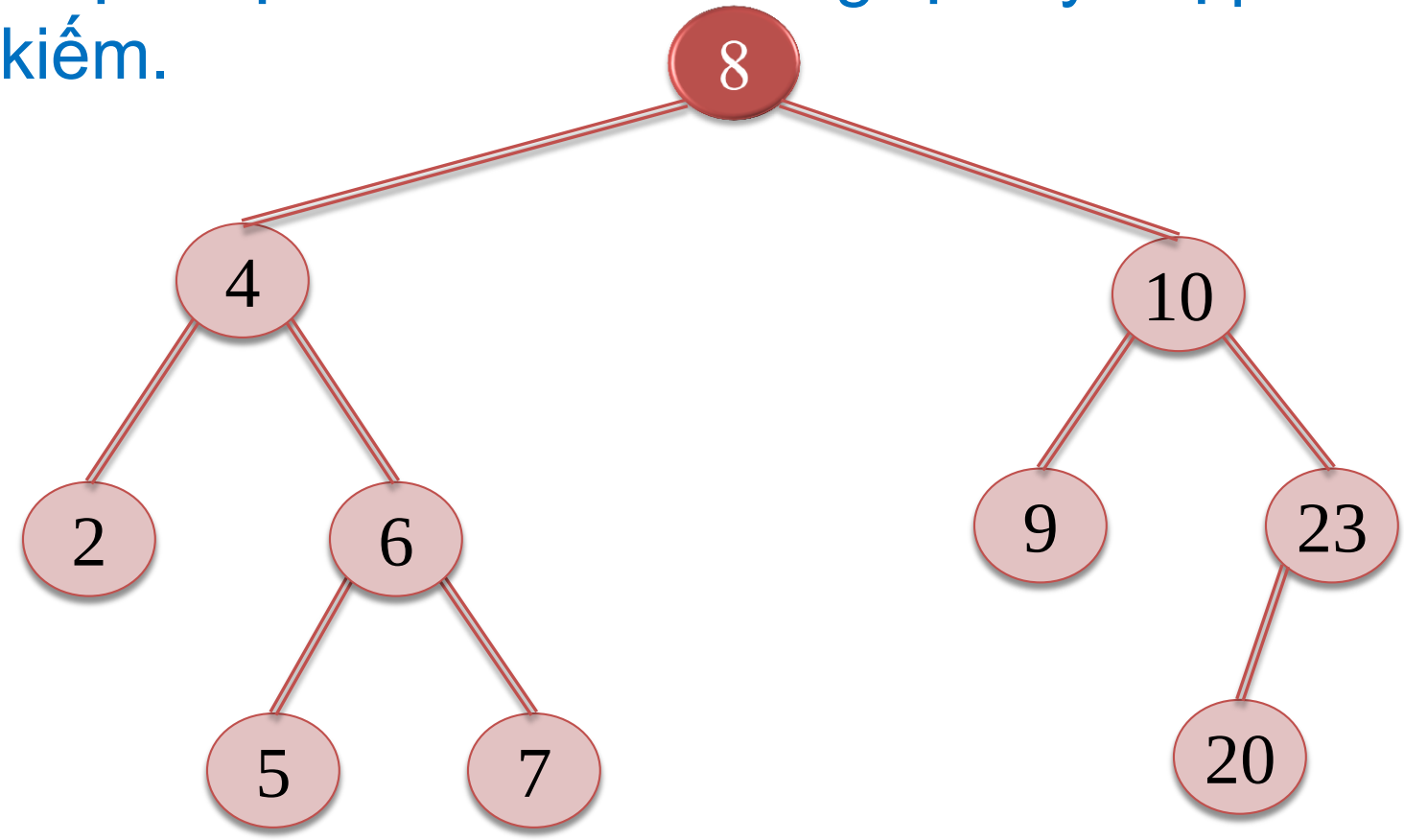




Theo Wikipedia

Thao tác tìm kiếm

- Thực hiện hoàn toàn tương tự cây nhị phân tìm kiếm.

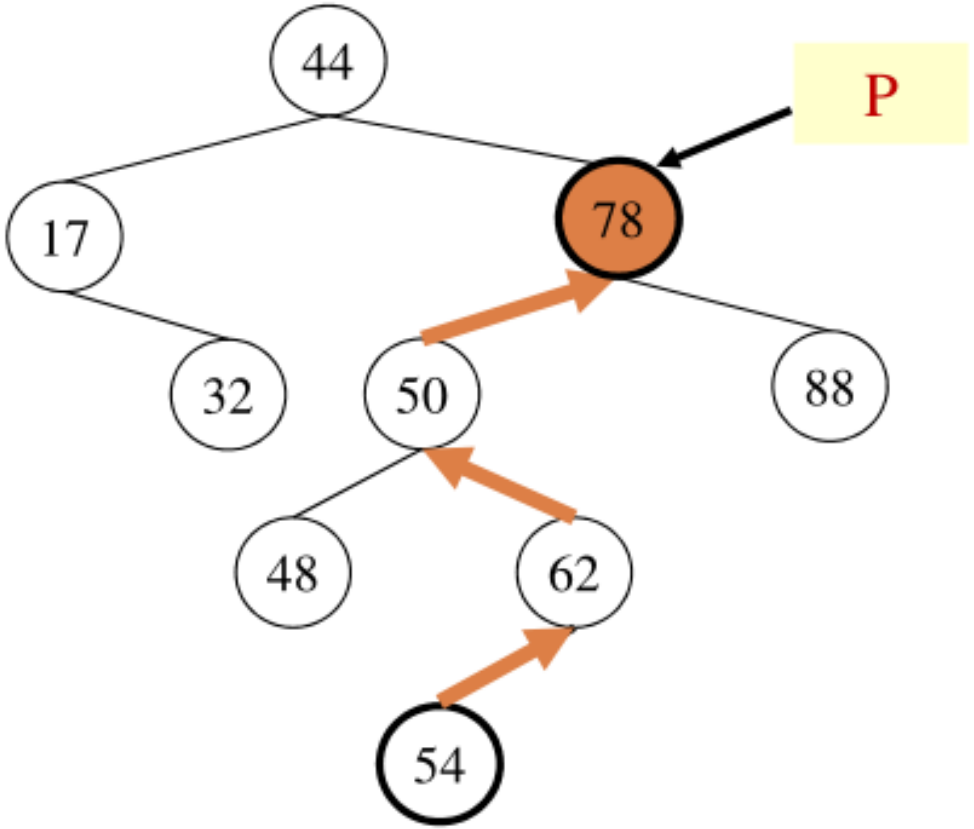


Thao tác thêm phần tử

- Thực hiện tương tự với việc thêm phần tử của cây nhị phân tìm kiếm.
- Nếu xảy ra việc mất cân bằng thì xử lý bằng các trường hợp mất cân bằng đã biết.
- Có thể phải lan truyền ngược lên các node trên:
  - Ta duyệt từ nút vừa thêm ngược về nút gốc, …
  - … nếu tìm ra 1 nút P bị mất cân bằng,…
  - … thì tiến hành điều chỉnh lại cây tại nút P.
  - Thao tác điều chỉnh có thể làm cho những nút phía trên nút P bị mất cân bằng → cần điều chỉnh cho đến khi không còn nút nào bị mất cân bằng nữa.

Thao tác thêm phần tử

- *Ví dụ:* thêm phần tử làm cây mất cân bằng tại nút P

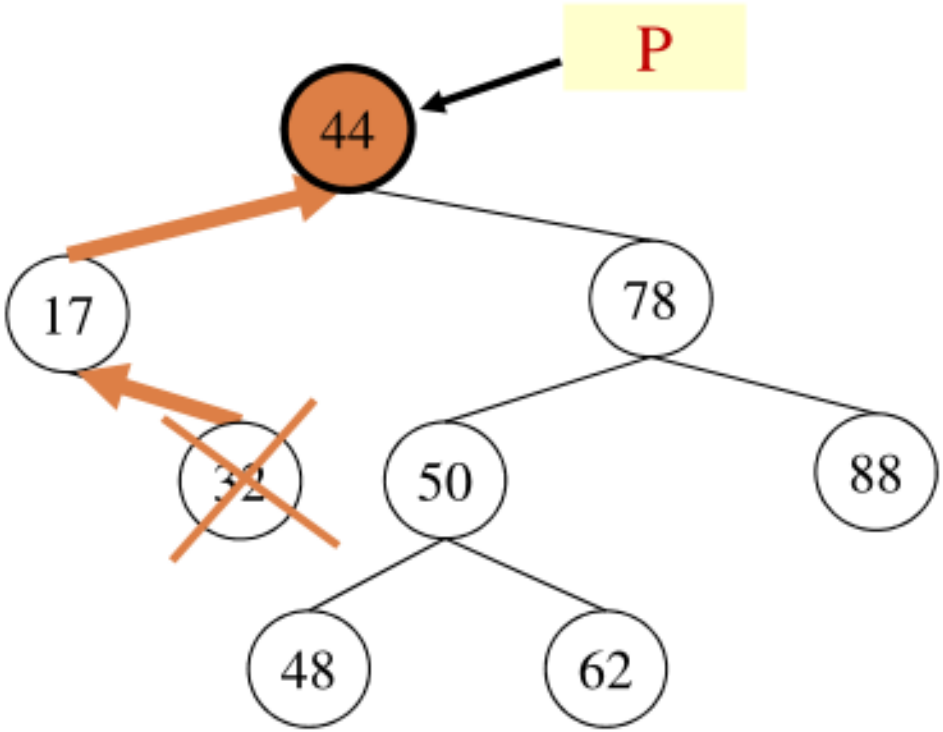


Thao tác xóa phần tử

- Thực hiện tương tự cây nhị phân tìm kiếm: xét 3 trường hợp, và tìm phần tử thế mạng nếu cần.
- Sau khi xóa, nếu cây mất cân bằng, thực hiện cân bằng cây.
- Lưu ý: *việc cân bằng sau khi hủy có thể xảy ra dây chuyền*.
  - Ta duyệt từ nút vừa thêm ngược về nút gốc, …
  - … nếu tìm ra 1 nút P bị mất cân bằng,…
  - … thì tiến hành điều chỉnh lại cây tại nút P.
  - Thao tác điều chỉnh có thể làm cho những nút phía trên nút P bị mất cân bằng → cần điều chỉnh cho đến khi không còn nút nào bị mất cân bằng nữa.

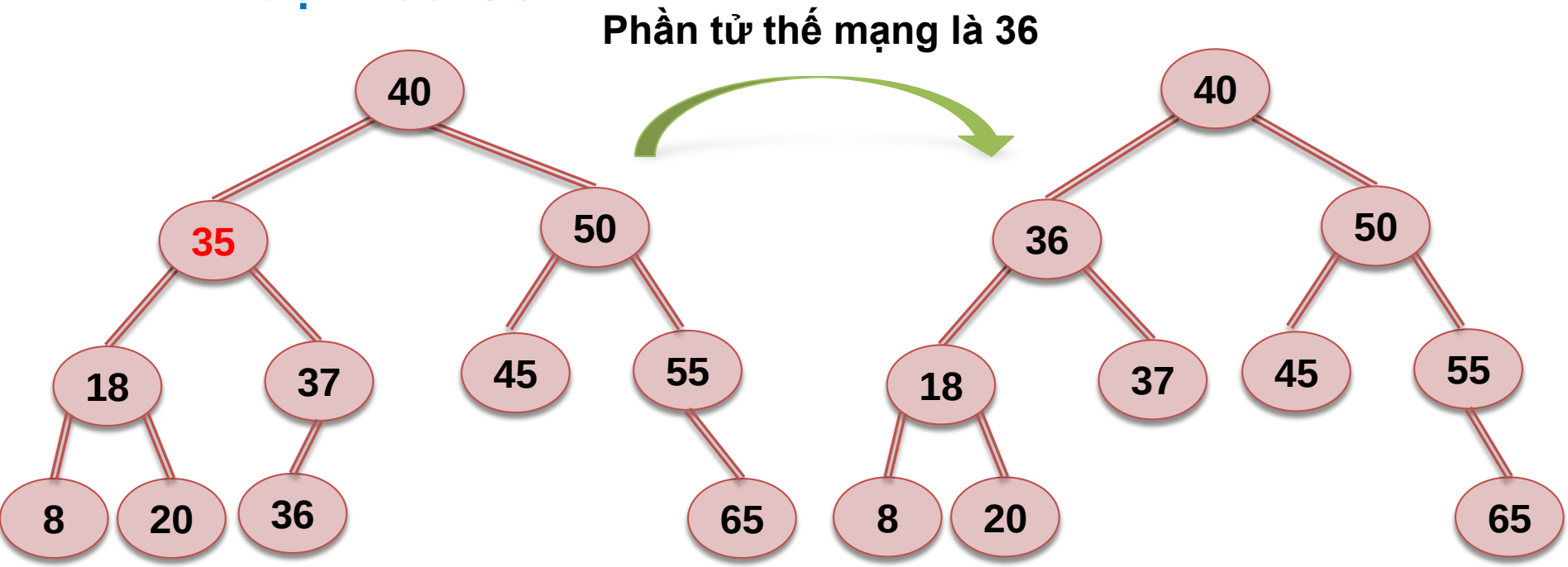
Thao tác xóa phần tử

- *Ví dụ:* xóa phần tử làm cây mất cân bằng tại nút P



Thao tác xóa phần tử

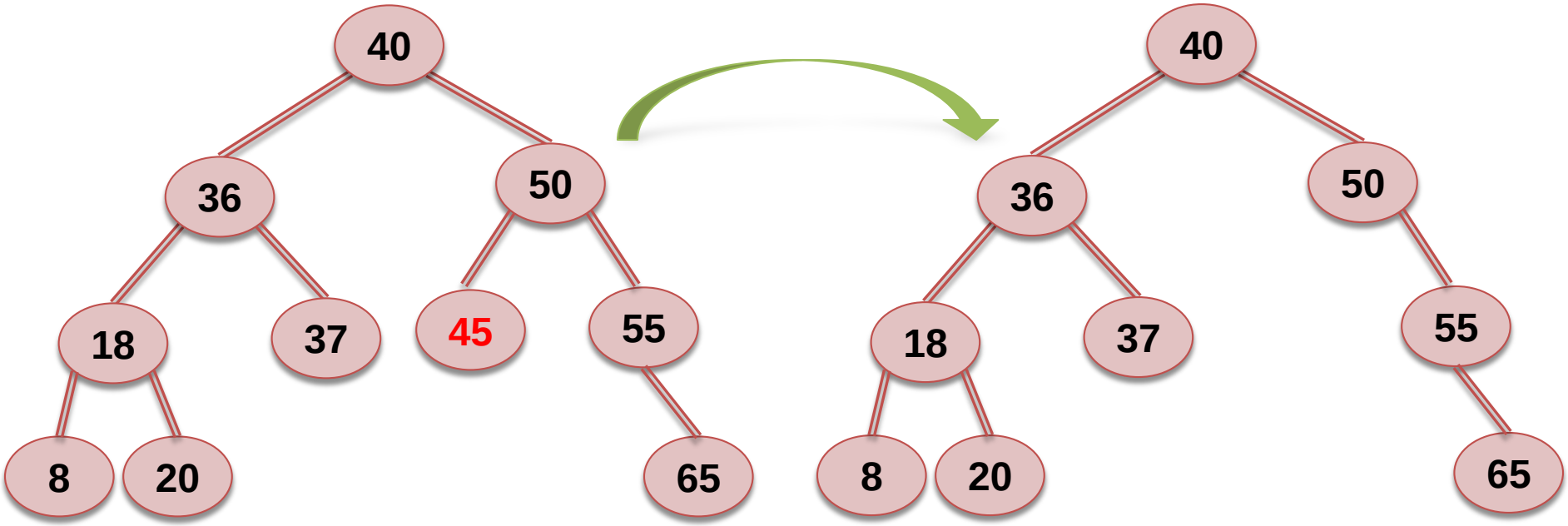
- Ví dụ: xóa 35



Cây vẫn cân bằng nên
không phải hiệu chỉnh

Thao tác xóa phần tử

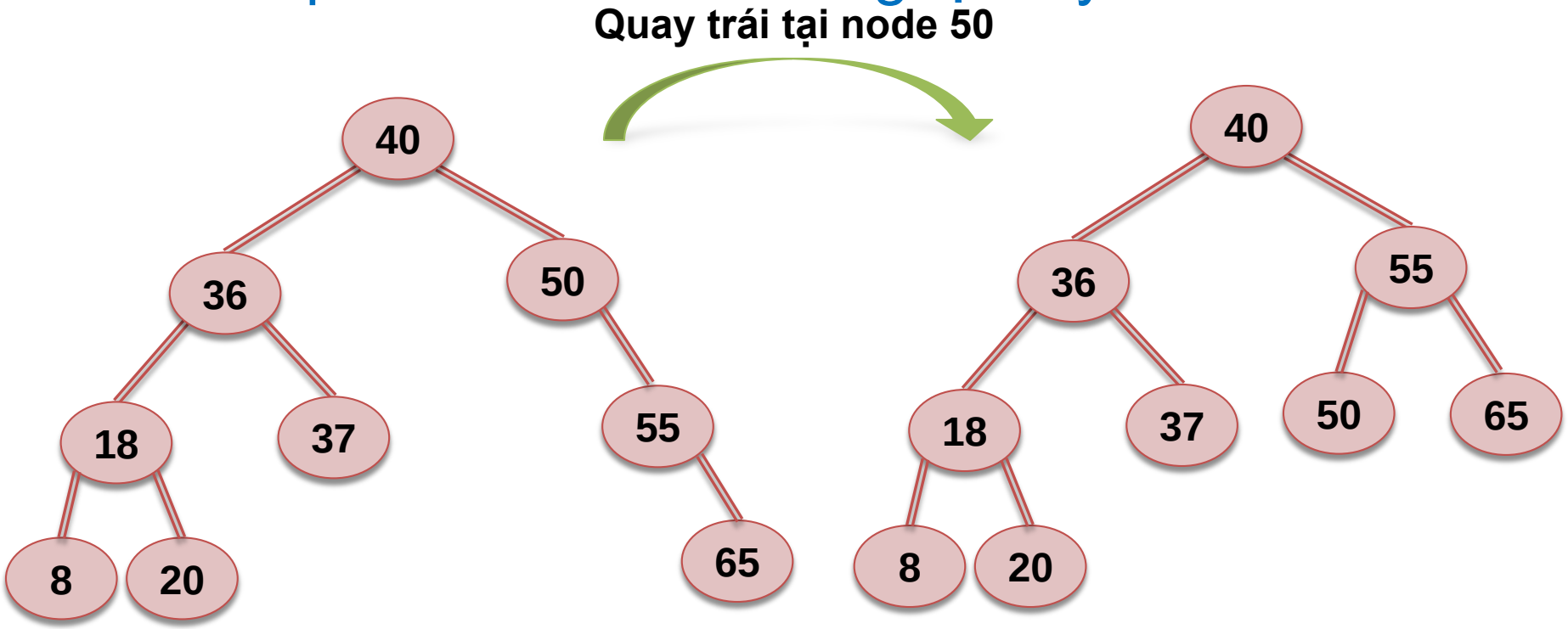
- Xóa phần tử 45



Node 50 bị lệch phải !!!

Thao tác xóa phần tử

- Xóa phần tử 45: cân bằng lại cây



AVL đánh giá

- Chi phí tìm kiếm $O(\log_2 N)$
- Chi phí thêm phần tử $O(\log_2 N)$
  - Tìm kiếm: $O(\log_2 N)$
  - Điều chỉnh cây: $O(\log_2 N)$
- Chi phí xóa phần tử $O(\log_2 N)$
  - Tìm kiếm: $O(\log_2 N)$
  - Điều chỉnh cây: $O(\log_2 N)$

Bài tập

Bài tập

1. Xây dựng giải thuật xóa một đỉnh với khóa cho trước ra khỏi cây nhị phân tìm kiếm.

2. Hãy chứng tỏ rằng trường hợp tìm kiếm trung bình cho cây nhị phân tìm kiếm là $O(\log_2 n)$?

Bài tập

3. Biểu diễn tình trạng cây nhị phân tìm kiếm sau khi thực hiện các thao tác sau:

- Lần lượt thêm các node theo trình tự: M G B K S P D C A H L F X N T W R.
- Xóa M.
- Xóa S.
- Cho biết kết quả sau khi duyệt cây theo các trình tự giữa, trước và sau.

Bài tập

4. Xây dựng giải thuật thực hiện các thao tác sau trên cây nhị phân tìm kiếm:

- Đếm số node lá.
- Tính độ cao cây.
- Tính độ cao của 1 node trong cây.
- Xuất ra các node có cùng độ cao.

Bài tập

5. Biểu diễn tình trạng cây cân bằng AVL/cây AA sau khi thực hiện các thao tác sau:

- Lần lượt thêm các node theo trình tự: 13 7 2 11 19 16 4 3 1 8 12 6 24 14 20 23 18
- Xóa 13.
- Xóa 19

Lưu ý: cho biết các trường hợp mất cân bằng.

Bài tập

6. Hãy vẽ cây AVL với 12 nút có chiều cao cực đại trong tất cả các cây AVL 12 nút.

7. Tìm 1 dãy N khoá sao cho khi lần lượt dùng thuật toán thêm vào cây AVL sẽ phải thực hiện mỗi thao tác cân bằng (LL, LR, RL, RR) lại ít nhất 1 lần.

Bài tập

8. Hãy vẽ cây AA theo thứ tự nhập sau đây:
   - 40, 8, 27, 15, 9, 5, 3, 6, 7, 4

Ví dụ