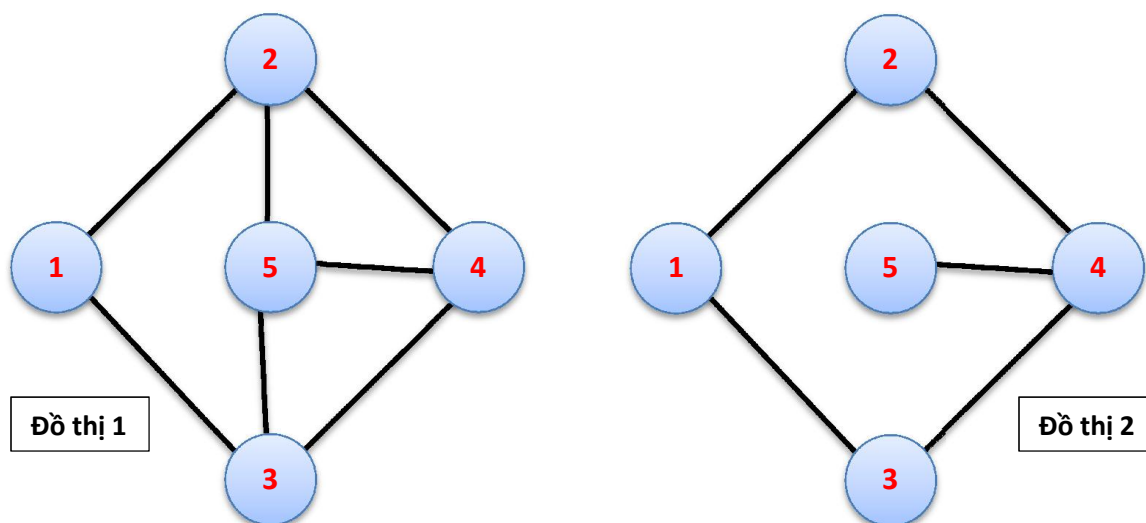


CHU TRÌNH HAMILTON, ĐƯỜNG ĐI HAMILTON

1. Lý thuyết:

Chu trình Hamilton là chu trình xuất phát từ một đỉnh, đi thăm tất cả các đỉnh còn lại mỗi đỉnh đúng một lần, cuối cùng quay trở lại đỉnh xuất phát. Đồ thị có chứa chu trình Hamilton gọi là **đồ thị Hamilton**.

Đường đi Hamilton là đường đi qua tất cả các đỉnh đúng một lần. Đồ thị có chứa đường đi Hamilton là **đồ thị nửa Hamilton**. Ví dụ:



Đồ thị 1 là đồ thị Hamilton bởi vì đồ thị này có chu trình Hamilton. Một trong số chu trình là $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 1$.

Đồ thị 2 không có chu trình Hamilton bởi vì có đỉnh số 5 là đỉnh treo. Tuy nhiên đồ thị này có đường đi Hamilton nên là đồ thị nửa Hamilton. Một số các đường đi là $5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 2$.

2. Nhận biết đồ thị có chu trình Hamilton:

- Hiện nay, chưa có chuẩn để nhận biết một đồ thị có là đồ thị Hamilton hay không.
- Cũng như chưa có thuật toán để kiểm tra.
- Nếu đồ thị G có số cạnh đủ lớn thì G là đồ thị Hamilton.
- Các kết quả thu được đều ở dạng điều kiện đủ.

3. Thuật toán xác định chu trình Hamilton:

- Dùng giải thuật quay lui (back-tracking). Bắt đầu từ 1 đỉnh bất kỳ, đi theo con đường dài nhất có thể được (áp dụng giải thuật duyệt theo chiều sâu DFS mà ta đã học trước đó).
- Nếu đường đó chứa mọi đỉnh và có thể nối đỉnh bắt đầu và kết thúc bằng 1 cạnh thì ta được chu trình Hamilton.
- Ngược lại, ta lùi về 1 đỉnh trước đó để tìm một con đường theo chiều sâu khác.
- Cứ tiếp tục quá trình trên cho đến khi thu được chu trình Hamilton.
- Chú ý: đây là một thuật toán vét cạn và được viết theo kiểu đệ quy nên tốc độ tìm kiếm chậm, chỉ áp dụng cho đồ thị có khoảng 20 đỉnh trở xuống.

<u>Kí hiệu:</u>	LuuVet	Lưu lại chu trình Hamilton.
	ChuaXet	Đánh dấu đỉnh đã thăm hay chưa.
	v0	Đỉnh xuất phát.
	u	Bước lặp
	v	Các đỉnh kề với đỉnh LuuVet[u-1]

Procedure TimChuTrinhHamilton(u)

Begin

Duyệt qua tất cả các đỉnh v kề với LuuVet[u-1]

Nếu (u=n) và (v=v0) thì

In ra chu trình (LuuVet[0], LuuVet[1],..., v0);

Ngược lại, nếu (ChuaXet[v] = 1) thì

Begin

LuuVet[u] := v;

ChuaXet[v] = 0;

TimChuTrinhHamilton(u + 1);

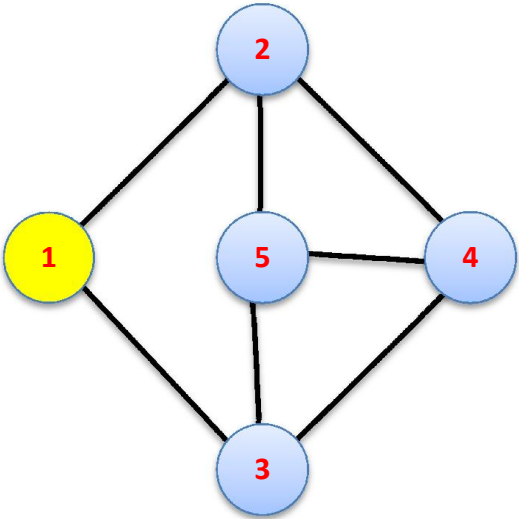
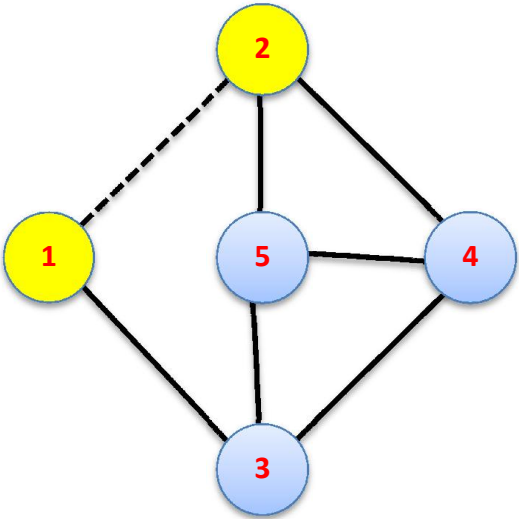
ChuaXet[v] = 1;

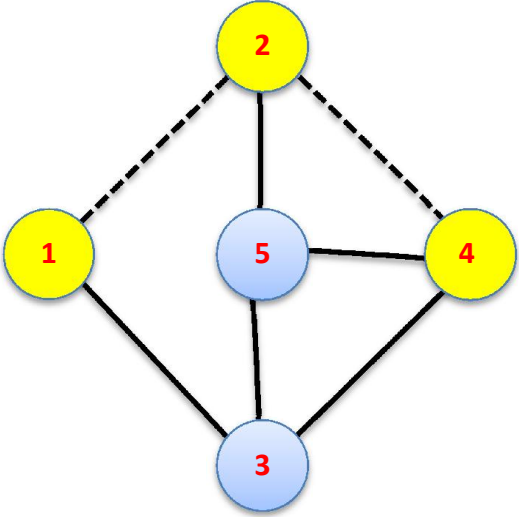
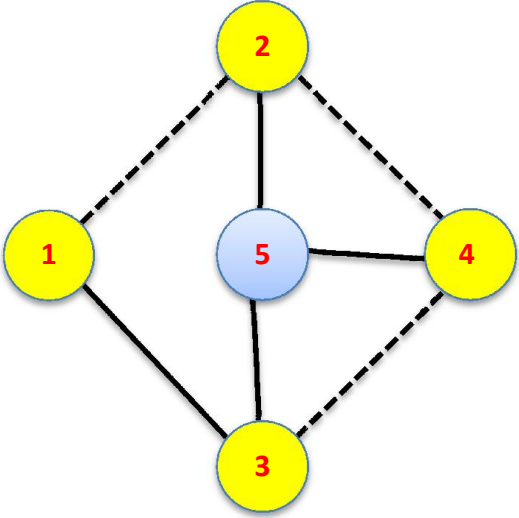
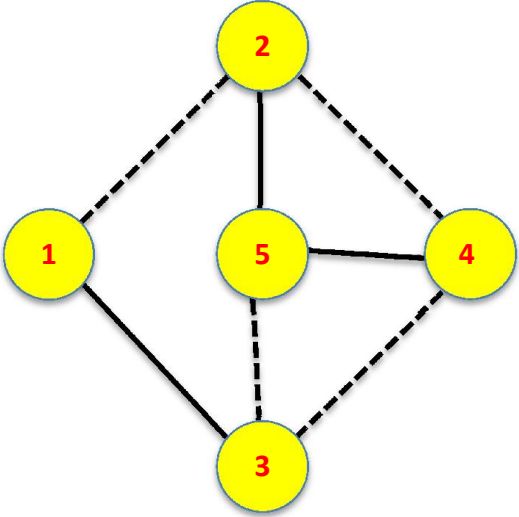
End

End

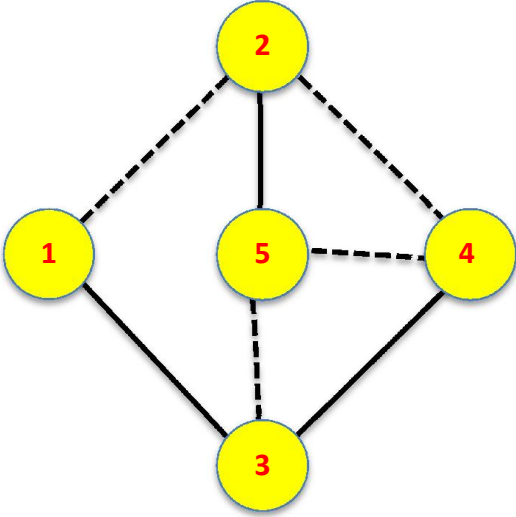
4. Ví dụ minh họa thuật toán:

Chu trình Hamilton là chu trình thăm mọi đỉnh của đồ thị đúng 1 lần, xuất phát từ 1 đỉnh và quay về đỉnh xuất phát. Vì thế trong thuật toán tìm chu trình Hamilton ta cần có một mảng đánh dấu các đỉnh đã được thăm. Bên cạnh đó ta sử dụng thêm một mảng để lưu lại chu trình Hamilton. Ta gọi 2 mảng này là ChuaXet và LuuVet. Các giá trị trong mảng ChuaXet ban đầu được gán bằng 0 (0 nghĩa là đã thăm, ngược lại 1 nghĩa là chưa thăm). Chú ý, giá trị 0 và 1 ở đây bạn có thể thay bằng giá trị khác, miễn sao thể hiện được 2 trạng thái thăm và chưa thăm của đỉnh là được. Bắt đầu tiến hành thuật toán như sau:

	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Giả sử ta xuất phát ở đỉnh số 1. Như vậy, ta gán $LuuVet[0] = 1$. ▪ Gọi thủ tục $TimChuTrinhHamilton(1)$. Từ đỉnh 1 có thể đi đến 2 đỉnh kề với nó chưa được thăm là 2, 3, tuy nhiên do áp dụng giải thuật duyệt theo chiều sâu, vì thế thuật toán sẽ chọn đỉnh 2. ▪ Chọn đỉnh 2, gán $LuuVet[1] = 2$ và $ChuaXet[2] = 0$. ▪ Gọi thủ tục $TimChuTrinhHamilton(2)$.
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Từ 2 tiếp tục tìm đỉnh kề chưa được thăm, có 2 đỉnh là 4 và 5. Thuật toán sẽ chọn đỉnh 4. ▪ Chọn đỉnh 4, gán $LuuVet[2] = 4$ và $ChuaXet[4] = 0$. ▪ Gọi tiếp thủ tục $TimChuTrinhHamilton(3)$.

	<ul style="list-style-type: none"> Tương tự như trên, từ đỉnh 4 thuật toán sẽ chọn 3 là đỉnh tiếp theo. Gán $LuuVet[3] = 3$, $ChuaXet[3] = 0$. Gọi tiếp thủ tục $TimChuTrinhHamilton(4)$.
	<ul style="list-style-type: none"> Từ đỉnh 3 chỉ còn duy nhất đỉnh 5 là kề với nó và chưa thăm, do đỉnh 1 đã thăm trước đó. Chọn đỉnh 5, gán $LuuVet[4] = 5$, $ChuaXet[5] = 0$. Gọi tiếp thủ tục $TimChuTrinhHamilton(5)$.
	<ul style="list-style-type: none"> Từ đỉnh 5 không thể tìm được đường về đỉnh xuất phát và cũng không còn đỉnh nào kề với nó mà chưa thăm. Thuật toán sẽ lui về đỉnh trước đó và tìm một đường khác. Đỉnh trước đó là đỉnh 3. Gán lại $ChuaXet[5] = 1$.

	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Từ đỉnh 3 lại tiếp tục lui về đỉnh 4. ▪ Gán lại $ChuaXet[3] = 1$.
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Từ đỉnh 4 thuật toán sẽ chọn đỉnh 5 để đi tiếp, thuật toán sẽ không chọn đỉnh 3 nữa vì trước đó khi chọn đỉnh 3 không tìm được chu trình Hamilton. ▪ Chọn đỉnh 5, cập nhật lại $LuuVet[3] = 5$, $ChuaXet[5] = 0$. ▪ Gọi thủ tục $TimChuTrinhHamilton(4)$.
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Từ đỉnh 5 chọn tiếp đỉnh 3. ▪ Gán lại $LuuVet[4] = 3$, $ChuaXet[3] = 0$. ▪ Gọi thủ tục $TimChuTrinhHamilton(5)$.

	<ul style="list-style-type: none">▪ Từ đỉnh 3 có đường đi tới đỉnh 1 và đỉnh 1 này cũng là đỉnh xuất phát. Do đó chúng ta sẽ có một chu trình Hamilton.▪ Dựa vào mảng <code>LuuVet</code> chúng ta sẽ có được chu trình này là $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 1$. Chú ý đỉnh 1 cuối cùng trong chu trình không nằm trong mảng <code>LuuVet</code> mà chính là đỉnh xuất phát <code>v0</code>.▪ Thuật toán chưa dừng ở đây mà tiếp tục lui về các đỉnh trước đó để tìm các chu trình khác nếu có. Các bạn tự làm tiếp nhé.
---	--