

HƯỚNG DẪN THUẬT TOÁN DIJKSTRA TÌM ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT

1. Thuật toán Dijkstra

Cho $G=(X,E)$ là một đồ thị có trọng số không âm gồm n đỉnh. Thuật toán Dijkstra dùng để tìm đường đi ngắn nhất giữa 2 đỉnh S (Start) và F (Finish) trong đồ thị G như sau:

Ta sử dụng 1 mảng 1 chiều **LuuVet** dùng để **lưu vết đường đi** từ **S** à **F**, 1 mảng 1 chiều khác với tên là **ChuaXet** dùng để **đánh dấu đỉnh** nào trong đồ thị đã xét rồi, đỉnh nào chưa xét trong quá trình tìm đường đi từ **S** à **F**, 1 mảng **DoDaiDuongDiToi** để lưu lại **độ dài nhỏ nhất** trong quá trình tìm đường đi từ **S** à **F**:

- **LuuVet** [MAX] : lưu đỉnh liền trước nó trên đường đi.
- **ChuaXet**[MAX] : **đánh dấu đỉnh** nào trong đồ thị đã xét rồi, đỉnh nào chưa xét.
- **DoDaiDuongDiToi** [MAX] : lưu độ dài từ đỉnh đầu i đến các đỉnh trong đồ thị.

Các bước thi hành thuật toán Dijkstra:

Bước 1: Khởi tạo:

$$\text{ChuaXet}[i] = 0; \forall i \in X$$

$$\text{LuuVet}[i] = -1; \forall i \in X$$

$$\text{DoDaiDuongDiToi}[S] = 0;$$

$$\text{DoDaiDuongDiToi}[i] = +\infty \text{ với } \forall i \in X/\{S\};$$

Bước 2: Nếu $\text{ChuaXet}[F] == 1$ (tức đã xét tới F) thì dừng và giá trị

$\text{DoDaiDuongDiToi}[F]$ là độ dài đường đi ngắn nhất từ S đến F và $\text{LuuVet}[F]$ lưu đỉnh nằm ngay trước F trên đường đi đến F .

Bước 3: Chọn đỉnh $v \in X$ sao cho $\text{ChuaXet}[v] == 0$ sao cho $\text{DoDaiDuongDiToi}[v]$ nhỏ nhất và gán $\text{ChuaXet}[v] = 1$.

Hướng dẫn thuật toán Dijkstra

Bước 4: $\forall k \in X$ mà ChưaXet[k] == 0 và có cạnh nối từ v đến k:

Nếu DoDaiDuongDiToi [k] > DoDaiDuongDiToi [v] + e(v,k) thì

DoDaiDuongDiToi [k] = DoDaiDuongDiToi [v] + e(v,k);

LuuVet [k] = v;

Cuối nếu

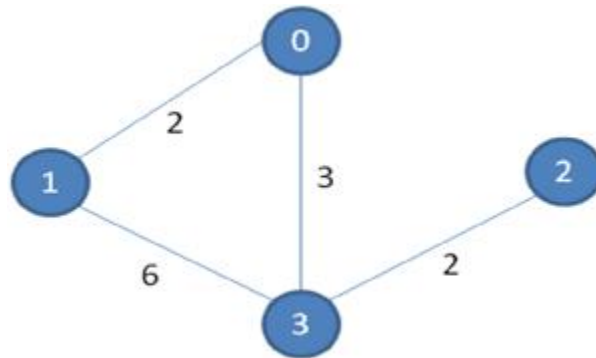
Cuối với mọi

Trở về bước 2.

Chú ý: Khi thuật toán dừng, nếu DoDaiDuongDiToi [F] = $+\infty$ thì không tồn tại đường đi từ S đến F, nếu ngược lại thì DoDaiDuongDiToi [F] là độ dài đường đi ngắn nhất.

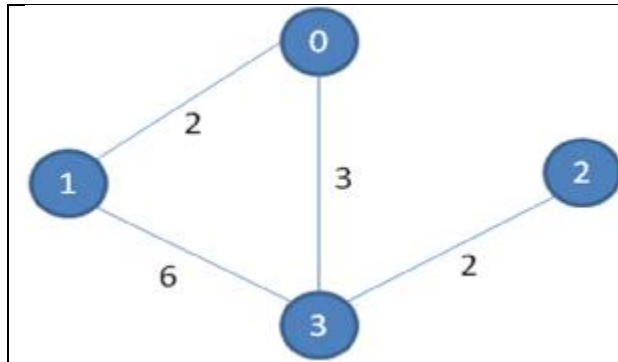
2. Ví dụ thi hành thuật toán Dijkstra

Cho đồ thị sau:



Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh 1 đến đỉnh 2 trong đồ thị.

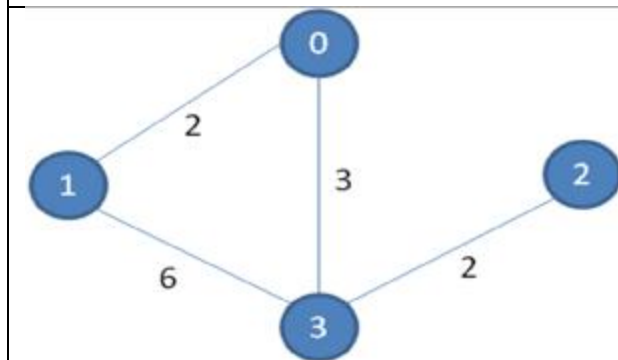
Hướng dẫn thuật toán Dijkstra



Bước 1: Khởi tạo

Khởi tạo đỉnh 1 với độ dài min hiện tại là 0, và nhãn đỉnh trước là -1. Các đỉnh còn lại đều được gán độ dài min là $+\infty$. Dưới đây là bảng mô tả:

Mảng\Chỉ số	0	1	2	3
ChưaXét	0	0	0	0
LưuVết	-1	-1	-1	-1
Độ dài	$+\infty$	0	$+\infty$	$+\infty$



Bước 2: Đỉnh 2 vẫn có giá trị ChưaXét[2] = 0 nên ta sang bước kế tiếp.

Bước 3: Chọn đỉnh có độ dài nó nhỏ nhất (trong mảng Độ dài) mà đỉnh giá trị chưa xét của nó là 0. Ở đây trong các đỉnh chưa xét đến là 0, 1, 2, 3. Đỉnh 1 có độ dài nhỏ nhất là 0.

Ta xét giá trị ChưaXét[1] = 1.

Mảng\Chỉ số	0	1	2	3
ChưaXét	0	1	0	0
LưuVết	-1	-1	-1	-1
Độ dài	$+\infty$	0	$+\infty$	$+\infty$

Bước 4: Từ đỉnh 1 ta có đường đi đến đỉnh 0 và đỉnh 3.

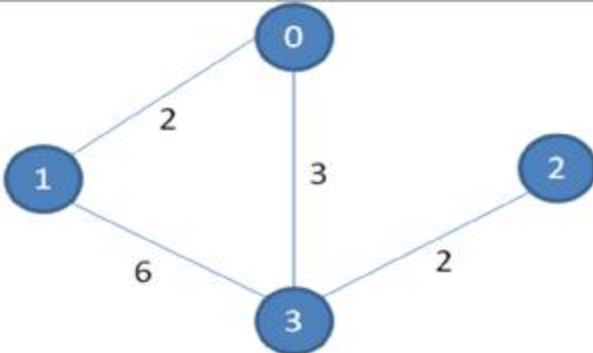
Chi phí từ đỉnh Các đỉnh còn lại đều có

DoDaiDuongDiToi cực đại nên ta cập nhật lại như sau:

Mảng\Chỉ số	0	1	2	3
ChưaXét	0	1	0	0
LưuVết	-1	-1	-1	-1
Độ dài	$+\infty$	0	$+\infty$	$+\infty$

Hướng dẫn thuật toán Dijkstra

	<table><tr><th>DoDaiDuongDiToi\Bước</th><th>0</th><th>1</th></tr><tr><td>0</td><td>$+\infty$</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>2</td><td>$+\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>3</td><td>$+\infty$</td><td>6</td></tr></table>	DoDaiDuongDiToi\Bước	0	1	0	$+\infty$	2	1	0	0	2	$+\infty$	$+\infty$	3	$+\infty$	6
DoDaiDuongDiToi\Bước	0	1														
0	$+\infty$	2														
1	0	0														
2	$+\infty$	$+\infty$														
3	$+\infty$	6														
	<table><tr><th>LuuVet\Bước</th><th>0</th><th>1</th></tr><tr><td>0</td><td>-1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr><tr><td>2</td><td>-1</td><td>-1</td></tr><tr><td>3</td><td>-1</td><td>1</td></tr></table>	LuuVet\Bước	0	1	0	-1	1	1	-1	-1	2	-1	-1	3	-1	1
LuuVet\Bước	0	1														
0	-1	1														
1	-1	-1														
2	-1	-1														
3	-1	1														

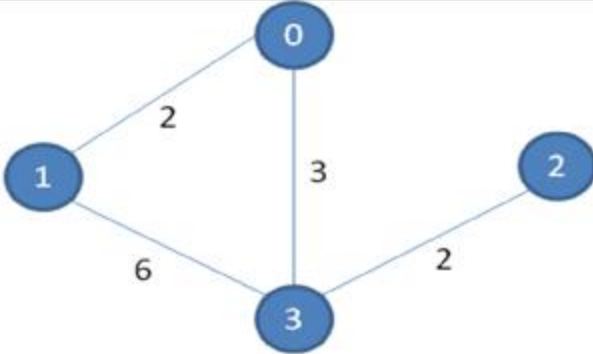


Bước 2 (lần 2): Đỉnh 2 vẫn có giá trị ChưaXet[2] = 0 nên ta sang bước kế tiếp.																				
Bước 3 (lần 2): Chọn đỉnh có độ dài nó nhỏ nhất. Ở đây là đỉnh 0, ta xét giá trị ChưaXet[0] = 1.																				
<table><tr><th>ChuaXet\Bước</th><th>0</th><th>1</th><th>2</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>	ChuaXet\Bước	0	1	2	0	0	0	1	1	0	1	1	2	0	0	0	3	0	0	0
ChuaXet\Bước	0	1	2																	
0	0	0	1																	
1	0	1	1																	
2	0	0	0																	
3	0	0	0																	
Bước 4: Tính độ dài từ đỉnh 0 vừa xét ở trên đến những còn lại có giá trị ChưaXet[i] == 0.																				
Đỉnh số 3 có chi phí mới là 2+3 = 5 nhỏ hơn chi phí cũ là 6. Vì vậy ta cập nhật lại đỉnh này.																				
<table><tr><th>DoDaiDuongDiToi\Bước</th><th>0</th><th>1</th><th>2</th></tr><tr><td>0</td><td>$+\infty$</td><td>2</td><td>2</td></tr></table>	DoDaiDuongDiToi\Bước	0	1	2	0	$+\infty$	2	2												
DoDaiDuongDiToi\Bước	0	1	2																	
0	$+\infty$	2	2																	

Hướng dẫn thuật toán Dijkstra

1	0	0	0
2	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
3	$+\infty$	6	5

LuuVet\Bước	0	1	2
0	-1	1	1
1	-1	-1	-1
2	-1	-1	-1
3	-1	1	0



Bước 2 (lần 3): Đỉnh 2 vẫn có giá trị ChuaXet[2] = 0 nên ta sang bước kế tiếp.

Bước 3 (lần 3): Chọn đỉnh có độ dài nhỏ nhất. Ở đây là đỉnh 3, ta xét giá trị ChuaXet[3] = 1.

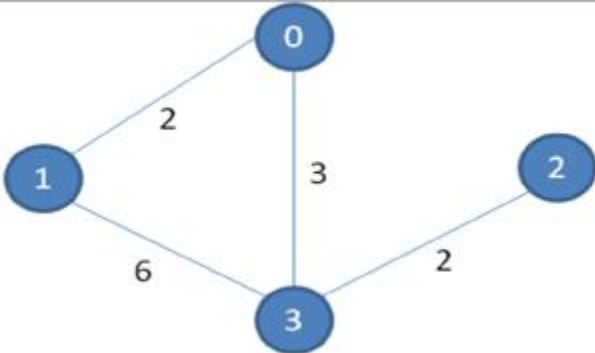
ChuaXet\Bước	0	1	2	3
0	0	0	1	1
1	0	1	1	1
2	0	0	0	0
3	0	0	0	1

Bước 4: Tính độ dài từ đỉnh 3 vừa xét ở trên đến những còn lại có giá trị ChuaXet[i] == 0.

Đỉnh số 2 có chi phí mới là $5+2 = 7$ nhỏ hơn chi phí cũ là $+\infty$. Vì vậy ta cập nhập lại đỉnh này.

DoDaiDuongDiToi\Bước	0	1	2	3
0	$+\infty$	2	2	2
1	0	0	0	0
2	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	7

Hướng dẫn thuật toán Dijkstra

	<table><tr><td>3</td><td>$+\infty$</td><td>6</td><td>5</td><td>5</td></tr></table>					3	$+\infty$	6	5	5																									
3	$+\infty$	6	5	5																															
	<table><tr><td>LuuVet\Bước</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>0</td><td>-1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr><tr><td>2</td><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td><td>3</td></tr><tr><td>3</td><td>-1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr></table>					LuuVet\Bước	0	1	2	3	0	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	2	-1	-1	-1	3	3	-1	1	0	0					
LuuVet\Bước	0	1	2	3																															
0	-1	1	1	1																															
1	-1	-1	-1	-1																															
2	-1	-1	-1	3																															
3	-1	1	0	0																															
	<p>Bước 2 (lần 4): Đỉnh 2 vẫn có giá trị ChuaXet[2] = 0 nên ta sang bước kế tiếp.</p> <p>Bước 3 (lần 4): Chọn đỉnh có độ dài nhỏ nhất. Ở đây là đỉnh 2, ta xét giá trị ChuaXet[2] = 1.</p> <table><tr><td>ChuaXet\Bước</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>3</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr></table> <p>Lúc này, đỉnh 2 đã được xét đến và chúng ta kết thúc thuật toán.</p> <p>Khi đó đường đi là 1 à 0 à 3 à 2 với độ dài là 7.</p>					ChuaXet\Bước	0	1	2	3	4	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	2	0	0	0	0	1	3	0	0	0	1	1
ChuaXet\Bước	0	1	2	3	4																														
0	0	0	1	1	1																														
1	0	1	1	1	1																														
2	0	0	0	0	1																														
3	0	0	0	1	1																														

Chúc các bạn may mắn và học tốt môn này

GOOD LUCK TO U

-----HẾT-----