

# HƯỚNG DẪN THUẬT TOÁN TÌM KIẾM TRÊN ĐỒ THỊ THEO DFS

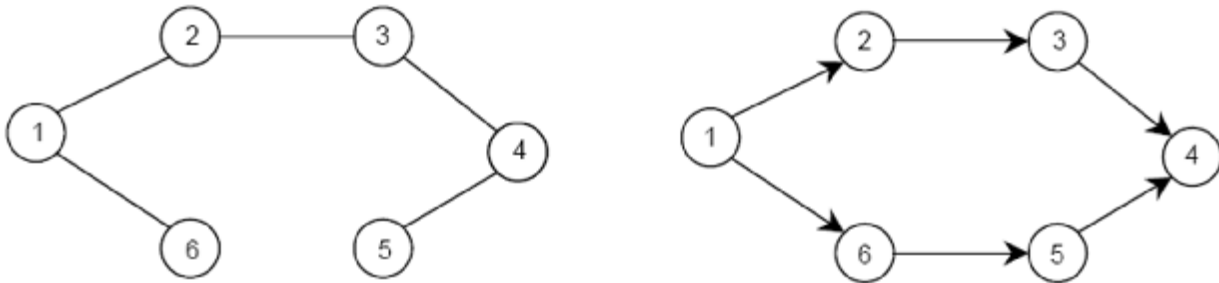
## 1. Lý thuyết

Cho đồ thị  $G = (V, E)$ .  $u$  và  $v$  là hai đỉnh của  $G$ . Một **đường đi (path)** độ dài  $k$  từ đỉnh  $u$  đến đỉnh  $v$  là dãy  $(u = x_0, x_1, \dots, x_k = v)$  thỏa mãn  $(x_i, x_{i+1}) \in E$  với  $\forall i: (0 \leq i < k)$ .

Đường đi nói trên còn có thể biểu diễn bởi dãy các cạnh:  $(u = x_0, x_1), (x_1, x_2), \dots, (x_{k-1}, x_k = v)$ .

Đỉnh  $u$  được gọi là đỉnh đầu, đỉnh  $v$  được gọi là đỉnh cuối của đường đi. Đường đi có đỉnh đầu trùng với đỉnh cuối gọi là **chu trình (Circuit)**, đường đi không có cạnh nào đi qua hơn 1 lần gọi là **đường đi đơn**, tương tự ta có khái niệm **chu trình đơn**.

Ví dụ: Xét một đồ thị vô hướng và một đồ thị có hướng dưới đây:



Trên cả hai đồ thị,  $(1, 2, 3, 4)$  là đường đi đơn độ dài 3 từ đỉnh 1 tới đỉnh 4. Bởi  $(1, 2)$ ,  $(2, 3)$  và  $(3, 4)$  đều là các cạnh (hay cung).  $(1, 6, 5, 4)$  không phải đường đi bởi  $(6, 5)$  không phải là cạnh (hay cung).

Một bài toán quan trọng trong lý thuyết đồ thị là bài toán duyệt tất cả các đỉnh có thể đến được từ một đỉnh xuất phát nào đó. Vấn đề này đưa về một bài toán liệt kê mà yêu cầu của nó là không được bỏ sót hay lặp lại bất kỳ đỉnh nào. Chính vì vậy mà ta phải xây

dùng những thuật toán cho phép **duyệt một cách hệ thống** các đỉnh, những thuật toán như vậy gọi là những thuật toán **tìm kiếm trên đồ thị** và ở đây ta quan tâm đến hai thuật toán cơ bản nhất: **thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu (DFS\_Depth First Search)** và **thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng (BFS\_Breath First Search)** cùng với một số ứng dụng của chúng.

## 2. Thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu DFS \_ Depth First Search

Tư tưởng của thuật toán có thể trình bày như sau: Trước hết, mọi đỉnh  $x$  kề với  $S$  tất nhiên sẽ đến được từ  $S$ . Với mỗi đỉnh  $x$  kề với  $S$  đó thì tất nhiên những đỉnh  $y$  kề với  $x$  cũng đến được từ  $S$ ... Điều đó gợi ý cho ta viết một thủ tục đệ quy.

Cho  $G=(X, E)$  là một đồ thị gồm  $n$  đỉnh. Thuật toán tìm kiếm đường đi từ đỉnh  $S$  đến đỉnh  $F$  theo chiều sâu DFS dạng đệ quy như sau:

- Bước 1: Tạo ra 2 mảng 1 chiều **LuuVet** và **ChuaXet** với có kích thước là  $n$ .
- Bước 2: Gán
  - o **LuuVet**[ $i$ ] = -1; // Vì ban đầu chưa chạy thuật toán nên các đỉnh  $i$  đều chưa có vết đi đến đó nên đặt giá trị là -1
  - o **ChuaXet**[ $i$ ] = 0; // Vì ban đầu chưa chạy thuật toán nên các đỉnh  $i$  trong đồ thị  $G$  đều chưa được xét đến nên gán giá trị 0
- Bước 3: Bắt đầu duyệt và xét 1 đỉnh  $v$  nào đó (bắt đầu bước này đầu tiên thì đỉnh  $v$  là đỉnh  $S$ )
  - o **ChuaXet**[ $v$ ] = 1; // gán lại giá trị đỉnh  $v$  trong mảng **ChuaXet** là 1, điều này có nghĩa là đỉnh  $v$  đã và đang được xét hay duyệt đến theo thuật toán
  - o Từ đỉnh  $v$  ta xem xét có đường đi đến đỉnh nào.
    - § Nếu như tồn tại một đỉnh  $u$  mà đỉnh này chưa được xét đến tức **ChuaXet**[ $u$ ] = - 1.
      - Ta tiến hành **LuuVet**[ $u$ ] =  $v$ ; // đánh dấu lại đỉnh  $u$  được đi đến từ đỉnh  $v$  trong quá trình duyệt theo thuật toán DFS

## Hướng dẫn thuật toán tìm kiếm trên đồ thị DFS

- Tiến hành nhảy đến đỉnh  $u$  ta xét và bắt đầu lại bước 3.

§ Ngược lại không tồn tại đỉnh nào thì dừng thuật toán.

- Bước 4: Sau khi tiến hành xong bước 3. Kiểm tra

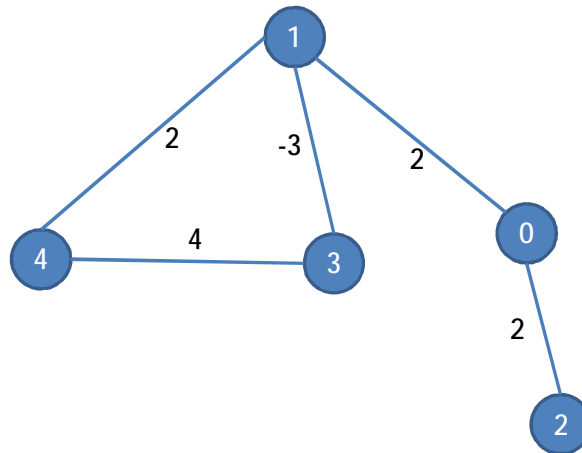
- if (ChuaXet[F] == 1) // sau khi thuật toán duyệt xong mà đỉnh  $F$  được xét hay duyệt đến thì nhãn của nó = 1 điều này có nghĩa là có đường đi từ  $S$  đến  $F$ . Tiến hành xuất đường đi.

§ Dựa vào mảng `LuuVet` tiến hành truy vết là xuất ra đường đi.

- Ngược lại sau khi thuật toán duyệt xong mà đỉnh  $F$  chưa được xét hay duyệt đến thì nhãn của nó = 0 điều này có nghĩa là không có đường đi từ  $S$  đến  $F$ . Thông báo không có đường đi từ  $S$  đến  $F$ .

### 3. Ví dụ minh họa

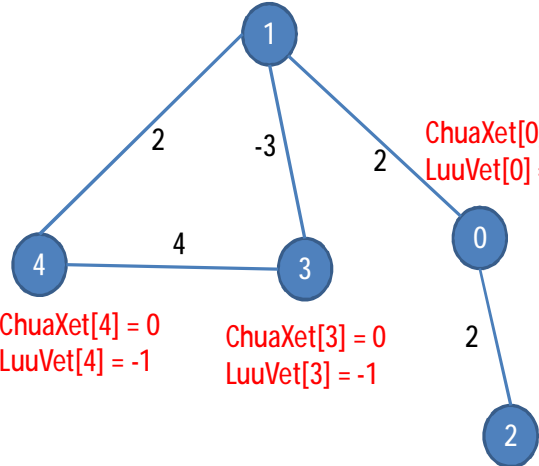
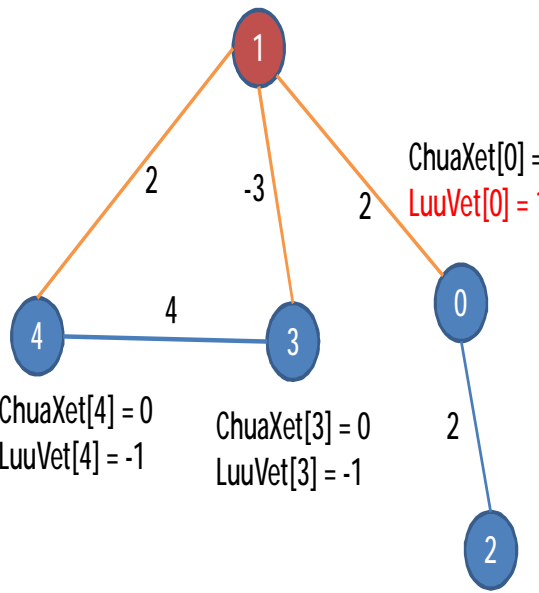
Giả sử ta có đồ thị  $G=(X, E)$  gồm có 5 đỉnh như sau



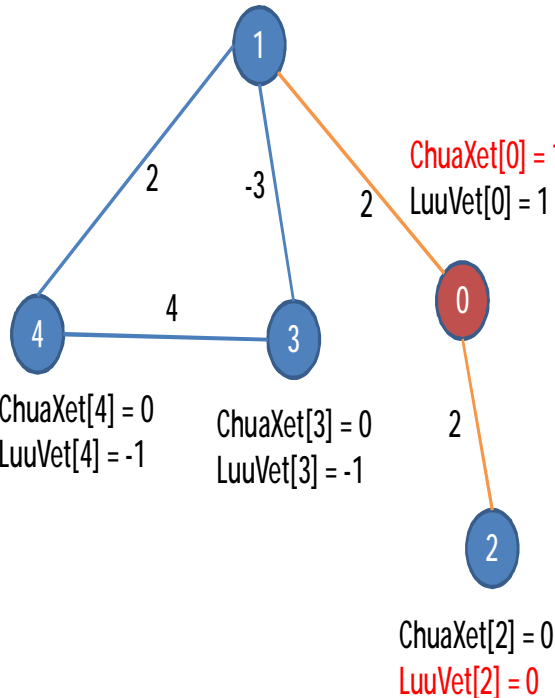
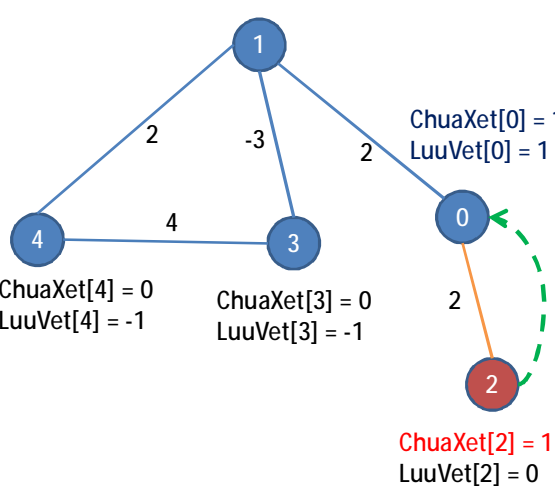
Thực hành thuật toán duyệt theo DFS tìm đường đi từ đỉnh 1 đến các đỉnh còn lại của đồ thị như sau:

Bước	Trạng thái đồ thị	Xử lý
------	-------------------	-------

## Hướng dẫn thuật toán tìm kiếm trên đồ thị DFS

1	<p>ChuaXet[1] = 0 LuuVet[1] = -1</p>  <p>ChuaXet[4] = 0 LuuVet[4] = -1</p> <p>ChuaXet[3] = 0 LuuVet[3] = -1</p> <p>ChuaXet[2] = 0 LuuVet[2] = -1</p> <p>ChuaXet[0] = 0 LuuVet[0] = -1</p>	<p>Bước 1 và 2: Tạo ra 2 mảng 1 chiều <b>LuuVet</b> và <b>ChuaXet</b> với có kích thước là n.</p> <p>Và Gán:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>LuuVet</b>[i] = -1; // Vì ban đầu chưa chạy thuật toán nên các đỉnh i đều chưa có vết đi đến đó nên đặt giá trị là -1</li> <li>- <b>ChuaXet</b>[i] = 0; // Vì ban đầu chưa chạy thuật toán nên các đỉnh i trong đồ thị g đều chưa được xét đến nên gán giá trị 0</li> </ul>
2	<p>ChuaXet[1] = 1 LuuVet[1] = -1</p>  <p>ChuaXet[4] = 0 LuuVet[4] = -1</p> <p>ChuaXet[3] = 0 LuuVet[3] = -1</p> <p>ChuaXet[2] = 0 LuuVet[2] = -1</p> <p>ChuaXet[0] = 0 LuuVet[0] = 1</p>	<p>Bắt đầu duyệt và xét 1 đỉnh v nào đó (bắt đầu bước này đầu tiên thì đỉnh v là đỉnh S = 1)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>ChuaXet</b>[1] = 1; // gán lại giá trị đỉnh 1 trong mảng ChuaXet là 1, điều này có nghĩa là đỉnh 1 đã và đang được xét hay duyệt đến theo thuật toán.</li> <li>- Từ đỉnh 1 ta xem xét có đường đi đến đỉnh 0, 3, 4. Ở đây ta chọn theo thứ tự là đỉnh 0. <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>LuuVet</b>[0] = 1; // đánh dấu lại đỉnh 0 được đi đến từ đỉnh 1 trong quá trình duyệt theo thuật toán DFS</li> <li>- Khi đó ta lại quay lại bước 3 và xét đỉnh 0.</li> </ul> </li> </ul>

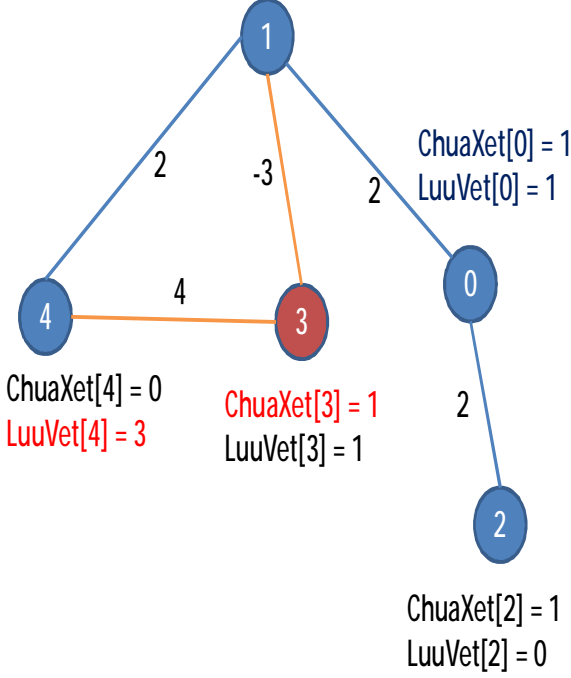
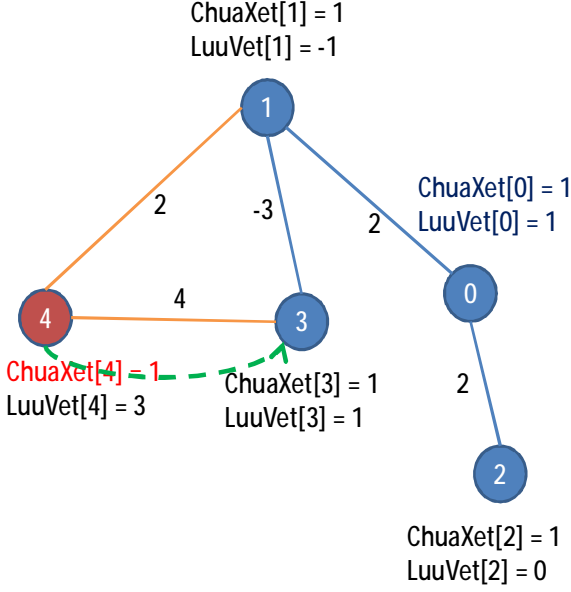
## Hướng dẫn thuật toán tìm kiếm trên đồ thị DFS

3	<p>ChuaXet[1] = 1 LuuVet[1] = -1</p>  <p>ChuaXet[4] = 0 LuuVet[4] = -1</p> <p>ChuaXet[3] = 0 LuuVet[3] = -1</p> <p>ChuaXet[0] = 1 LuuVet[0] = 1</p> <p>ChuaXet[2] = 0 LuuVet[2] = 0</p>	<p>Bắt đầu duyệt và xét đỉnh 0</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>ChuaXet</b>[0] = 1; // gán lại giá trị đỉnh 1 trong mảng <b>ChuaXet</b> là 1, điều này có nghĩa là đỉnh 0 đã và đang được xét hay duyệt đến theo thuật toán.</li> <li>- Từ đỉnh 0 ta xem xét có đường đi đến đỉnh 1, 2. Mà đỉnh 1 ta đã xét rồi (<b>ChuaXet</b>[1] = 1) nên ta chọn đỉnh 2 vì đỉnh 2 ta chưa xét (<b>ChuaXet</b>[2] = 0) <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>LuuVet</b>[2] = 1; // đánh dấu lại đỉnh 2 được đi đến từ đỉnh 0 trong quá trình duyệt theo thuật toán DFS</li> </ul> </li> <li>- Khi đó ta lại quay lại bước 3 và xét đỉnh 2.</li> </ul>
4	<p>ChuaXet[1] = 1 LuuVet[1] = -1</p>  <p>ChuaXet[4] = 0 LuuVet[4] = -1</p> <p>ChuaXet[3] = 0 LuuVet[3] = -1</p> <p>ChuaXet[0] = 1 LuuVet[0] = 1</p> <p>ChuaXet[2] = 1 LuuVet[2] = 0</p>	<p>Bắt đầu duyệt và xét đỉnh 2</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>ChuaXet</b>[2] = 1;</li> <li>- Từ đỉnh 2 ta xem xét có đường đi đến đỉnh 0. Mà đỉnh 0 ta đã xét rồi (<b>ChuaXet</b>[0] = 1) và cũng ko còn có đỉnh nào từ đỉnh 2 mà chưa xét nên ta quay lại đỉnh trước đó (đỉnh 0) và xét tiếp đỉnh đó (đỉnh 0) (đệ qui_mảng <b>luu vết</b>)</li> </ul>

## Hướng dẫn thuật toán tìm kiếm trên đồ thị DFS

5		<p>Xét đỉnh 0</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Từ đỉnh 0 ta xem xét có đường đi đến đỉnh 1, 2. Mà đỉnh 1, 2 ta đã xét rồi (<b>ChuaXet</b>[1] = 1, <b>ChuaXet</b>[2] = 1) và cũng ko còn có đỉnh nào từ đỉnh 0 mà chưa xét nên ta quay lại đỉnh trước đó (đỉnh 1) và xét tiếp đỉnh đó (đỉnh 1) (đệ qui_mảng <b>lưu vết</b>).</li> </ul>
6		<p>Xét đỉnh 1</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Từ đỉnh 1 ta xem xét có đường đi đến đỉnh 0, 3, 4. Mà đỉnh 0 ta đã xét rồi (<b>ChuaXet</b>[0] = 1) nên ta chọn đỉnh 3 (theo thứ tự) (<b>ChuaXet</b>[3] = 0) <ul style="list-style-type: none"> <li><b>LuuVet</b>[3] = 1; // đánh dấu lại đỉnh 3 được đi đến từ đỉnh 1 trong quá trình duyệt theo thuật toán DFS</li> </ul> </li> <li>Khi đó ta lại quay lại bước 3 và xét đỉnh 3</li> </ul>

## Hướng dẫn thuật toán tìm kiếm trên đồ thị DFS

7		<p>Bắt đầu duyệt và xét đỉnh 3</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>ChuaXet</b>[3] = 1; // gán lại giá trị đỉnh 3 trong mảng <b>ChuaXet</b> là 1, điều này có nghĩa là đỉnh 0 đã và đang được xét hay duyệt đến theo thuật toán.</li> <li>- Từ đỉnh 3 ta xem xét có đường đi đến đỉnh 1, 4. Mà đỉnh 1 ta đã xét rồi (<b>ChuaXet</b>[1] = 1) nên ta chọn đỉnh 4 vì đỉnh 2 ta chưa xét (<b>ChuaXet</b>[4] = 0) <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>LuuVet</b>[4] = 3; // đánh dấu lại đỉnh 4 được đi đến từ đỉnh 3 trong quá trình duyệt theo thuật toán DFS</li> </ul> </li> <li>- Khi đó ta lại quay lại bước 3 và xét đỉnh 4</li> </ul>
8		<p>Bắt đầu duyệt và xét đỉnh 4</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <b>ChuaXet</b>[4] = 1; // gán lại giá trị đỉnh 4 trong mảng <b>ChuaXet</b> là 1, điều này có nghĩa là đỉnh 4 đã và đang được xét hay duyệt đến theo thuật toán.</li> <li>- Từ đỉnh 4 ta xem xét có đường đi đến đỉnh 1, 3. Mà đỉnh 1, 3 ta đã xét rồi (<b>ChuaXet</b>[1] = 1, <b>ChuaXet</b>[4] = 1) nên ta không còn đỉnh nào chưa xét mà đi từ 4. Do đó ta quay lại đỉnh đi tới nó là đỉnh 3 và xét đỉnh 3.</li> </ul>

## Hướng dẫn thuật toán tìm kiếm trên đồ thị DFS

9		<p>Xét đỉnh 3</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Từ đỉnh 3 ta xem xét có đường đi đến đỉnh 1, 4. Mà đỉnh 1, 4 ta đã xét rồi (<b>ChuaXet</b>[1] = 1, <b>ChuaXet</b>[4] = 1) nên ta không còn đỉnh nào chưa xét mà đi từ 3. Do đó ta quay lại đỉnh đi tới nó là đỉnh 1 và xét đỉnh 1.</li> </ul>
10		<p>Xét đỉnh 1</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Từ đỉnh 1 ta xem xét có đường đi đến đỉnh 0, 3, 4. Mà đỉnh 1, 4 ta đã xét rồi (<b>ChuaXet</b>[0] = 1, <b>ChuaXet</b>[3] = 1, <b>ChuaXet</b>[4] = 1) nên ta không còn đỉnh nào chưa xét mà đi từ 1. Do đó ta quay lại đỉnh đi tới nó mà đỉnh đi tới nó là -1 nên dừng thuật toán duyệt DFS ở đây.</li> </ul>

Sau khi duyệt DFS xong, bạn muốn biết đường đi từ đỉnh S (là đỉnh 1 trong trường hợp này) thì bạn căn cứ vào mảng **LuuVet** và **ChuaXet**.

<b>LuuVet[0]</b>	<b>LuuVet[1]</b>	<b>LuuVet[2]</b>	<b>LuuVet[3]</b>	<b>LuuVet[4]</b>
1	-1	0	1	3
<b>ChuaXet[0]</b>	<b>ChuaXet[0]</b>	<b>ChuaXet[0]</b>	<b>ChuaXet[0]</b>	<b>ChuaXet[0]</b>
1	1	1	1	1



## Hướng dẫn thuật toán tìm kiếm trên đồ thị DFS

---

Giả sử, bạn muốn tìm đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 4. Thì đầu tiên căn cứ vào giá trị của mảng ChuaXet.

- Ta thấy ChuaXet[4] = 1 **è** có đường đi từ 1 đến 4.
- Ta sẽ truy vết đường đi dựa vào mảng LuuVet.
  - o Ta thấy LuuVet[4] = 3 **è** đỉnh 4 được đi đến từ đỉnh 3 trong đường đi duyệt theo DFS.
  - o Rồi qua xét LuuVet[3] = 1 **è** đỉnh 3 được đi đến từ đỉnh 1 trong đường đi duyệt theo DFS.
  - o Ta thấy đỉnh 1 là đỉnh xuất phát đường đi nên dừng.
- Vậy đường đi từ 1 **à** 4 là 4 **↩** 3 **↩** 1.

Tương tự hỏi bạn đường đi từ 1 **à** 2, 1 **à** 3 là đường nào ???

**Chúc các bạn may mắn và học tốt môn này**

**GOOD LUCK TO U**

**-----HẾT-----**