

ỦY BAN NHÂN DÂN THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SÀI GÒN



# BÁO CÁO TỔNG KẾT ĐỒ ÁN MÔN HỌC PHÂN TÍCH VÀ XỬ LÝ ẢNH

Xử lý ảnh trên miền tần số  
(Image Enhancement in the  
Frequency Domain)

Giảng viên hướng dẫn: PGS.TS Phạm Thế Bảo

Thành phố Hồ Chí Minh, tháng 11 năm 2025

ỦY BAN NHÂN DÂN THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SÀI GÒN

BÁO CÁO TỔNG KẾT  
ĐỒ ÁN MÔN HỌC  
PHÂN TÍCH VÀ XỬ LÝ ẢNH

Xử lý ảnh trên miền tần số  
(Image Enhancement in the Frequency Domain)

MSV	Họ và tên
3122480034	Nguyễn Thành Nam
3122480042	Bùi Tấn Phát
3122480002	Trần Đức Anh

Thành phố Hồ Chí Minh, tháng 11 năm 2025

# Lời cam đoan

Tôi tên là Nguyễn Thành Nam, Sinh viên lớp DTU1221, Khoa Toán-Ứng dụng, Khóa 22, thuộc trường Đại học Sài Gòn.

Tôi xin cam đoan toàn bộ nội dung được trình bày trong bản báo cáo này đều do chính tôi thực hiện dưới sự hướng dẫn của *PGS.TS Phạm Thế Bảo*. Những kết quả nghiên cứu của tác giả khác được sử dụng trong đề tài đều có trích dẫn đầy đủ. Tôi xin hoàn toàn chịu trách nhiệm nếu có các nội dung sao chép không hợp lệ hoặc vi phạm quy chế đào tạo.

*Tp. HCM, tháng 11 năm 2025*

**Tác giả**

**Nguyễn Thành Nam**

# Lời cảm ơn

Tiểu luận này được hoàn thành tại trường Đại Học Sài Gòn dưới sự hướng dẫn của *PGS.TS Phạm Thế Bảo*. Em xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành và sâu sắc về sự tận tâm và nhiệt tình của Thầy trong suốt quá trình tác giả thực hiện đề tài.

Xin cảm ơn Phòng Đào tạo và Khoa Toán - Ứng dụng trường Đại học Sài Gòn, gia đình, bạn bè và các thầy cô đã tạo nhiều điều kiện thuận lợi, giúp em hoàn thành đồ án môn học này.

*Tp. HCM, tháng 11 năm 2025*

**Tác giả**

**Nguyễn Thành Nam**

# Mục lục

Lời cam đoan	i
Lời cảm ơn	ii
Mục lục	iii
Danh mục các từ viết tắt	v
Danh mục các bảng, hình vẽ	vi
<b>Lời nói đầu</b>	<b>1</b>
<b>1 Xử lý ảnh trong miền tần số</b>	<b>2</b>
1.1 Giới thiệu và đôi nét về miền tần số . . . . .	2
1.2 Khác biệt giữa miền không gian và miền tần số . . . . .	3
1.3 Khái niệm chuỗi Fourier và chuyển đổi Fourier . . . . .	4
1.4 Xử lý ảnh trong miền tần số . . . . .	4
1.4.1 Chuyển đổi Fourier cho hàm liên tục . . . . .	4
1.4.1.1 Hàm 1 biến . . . . .	4
1.4.2 Biến đổi Fourier cho hàm rời rạc . . . . .	5
1.4.2.1 Hàm một biến số . . . . .	5
1.4.2.2 Hàm hai biến số . . . . .	5
1.4.3 Biến đổi Fourier nhanh(FFT) . . . . .	5
1.4.3.1 Hàm một biến số . . . . .	5
1.5 Tổng kết chương . . . . .	6
<b>Kết luận</b>	<b>7</b>



# Danh mục các từ viết tắt

DFT	Discrete Fourier Trans- forms
IDFT	Inverse Discrete Fourier Transforms
	Phương án tối ưu
	Phương án
	Bài toán

# Danh mục các bảng, hình vẽ

Hình, bảng    Trang



# Lời nói đầu

*Tp. HCM, tháng 5 năm 2024*

**Tác giả**

**Nguyễn Thành Nam**

# Chương 1

## Xử lý ảnh trong miền tần số

### 1.1. Giới thiệu và đôi nét về miền tần số

Trong bài tiểu luận này chúng tôi nghiên cứu về xử lý ảnh trên miền tần số. Công thức toán học để sử dụng. Ảnh đầu vào của các phép xử lý sẽ là ảnh xám của 1 bức hình bình thường, sau đó dùng các phương pháp xử lý ảnh trên miền tần số để làm sắc nét ảnh hơn hoặc làm mờ ảnh đi để bảo mật.

Ta sẽ tìm hiểu khái niệm miền tần số trong không gian 1 chiều.

1. Chu kỳ của  $\cos t$  là  $2\pi$  giây, nghĩa là tín hiệu sẽ được lặp lại sau mỗi  $2\pi$  giây.
2. Chu kỳ của  $\cos(2\pi t)$  là 1 giây.
3. Ta ký hiệu chu kỳ là  $T$ .
4. Đơn vị đo cho tần số là  $Hz$  (Hertz), ký hiệu là  $f$ , tương ứng với số chu kỳ xảy ra trong 1 giây

$$f = \frac{1}{T}$$

5. Hàm  $\cos(2\pi \cdot ft)$  có chu kỳ  $1/T$  và tần số  $f$ .
6. Đơn vị đo cho tần số góc là  $rad/s$ , ký hiệu là  $\omega$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Ví dụ: Giả sử một bức ảnh có các điểm ảnh thỏa hàm số

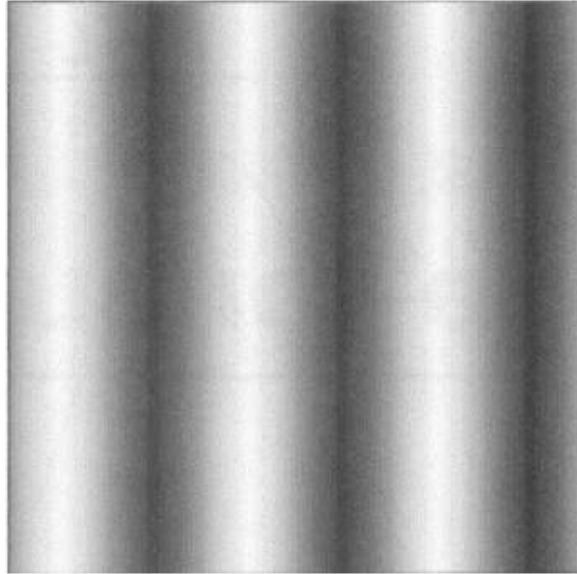
$$f(x, y) = 128 + A \sin \left( \frac{22\pi ux}{N-1} + \phi \right)$$

Khi đó, ta biết được ảnh có mức xám trung bình là 128, biên độ  $A \in [1, 127]$ , độ rộng của ảnh là  $N$ ,  $\phi$  là pha và  $u$  là tần số không gian (số vòng hàm sin "vừa" với độ rộng của hình, chia cho  $N \rightarrow$  tần số không gian trong 1 vòng đơn vị trên điểm ảnh).

Cho hàm

$$f(x, y) = 128 + 127 \sin \left( \frac{2\pi \cdot 3x}{100-1} + 0 \right).$$

Ta được ảnh tương ứng của hàm số  $f(x, y)$  là



**Hình 1.1:** Ảnh  $f(x, y)$

## 1.2. Khác biệt giữa miền không gian và miền tần số

Trong miền không gian, ta xử lý trực tiếp trên từng điểm ảnh, còn trong miền tần số ta xử lý dựa trên tốc độ thay đổi giá trị của điểm ảnh trên miền không gian.

1. Miền không gian: Ma trận ảnh đầu vào  $\rightarrow$  Xử lý  $\rightarrow$  Ma trận ảnh đầu ra.
2. Miền tần số: Ảnh vào  $\rightarrow$  Phân bố tần số  $\rightarrow$  Xử lý  $\rightarrow$  Chuyển đổi ngược  $\rightarrow$  Ảnh ra.

Miền tần số không gian có thể tạo ra mối quan hệ chu kỳ rõ ràng trong miền không gian, trong miền tần số, một số toán tử xử lý ảnh sẽ trở nên hiệu quả hơn.

Trong nhiều trường hợp, người ta dùng chuyển đổi Fourier để chuyển ảnh từ miền không gian sang miền tần số.

### 1.3. Khái niệm chuỗi Fourier và chuyển đổi Fourier

### 1.4. Xử lý ảnh trong miền tần số

Chuỗi Fourier (Fourier series) được nhà Toán học người Pháp tên Jean Baptiste Joseph Fourier đưa ra vào thế kỷ 19. Ông khẳng định rằng với bất kỳ hàm số  $f(t)$  tuần hoàn với chu kỳ  $T$  đều có thể biểu diễn được dưới dạng tổng của các hàm số sine và cosine với những tần số khác nhau, mỗi hàm số nhân với một hệ số tương ứng. Khi đó, ta gọi tổng các chuỗi hàm số sine và cosine này là chuỗi Fourier.

...

**Hình 1.4.1** Minh họa về chuỗi Fourier, hàm sóng ở dòng cuối cùng là kết quả tổ hợp tuyến tính của 4 hàm sóng ở trên hàm số ở dưới cùng chính là tổng của bốn hàm số ở phía trên.

#### 1.4.1 Chuyển đổi Fourier cho hàm liên tục

##### 1.4.1.1 Hàm 1 biến

Chuỗi Fourier có dạng

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{i \frac{2\pi n}{T} t}, \quad (1.4.1)$$

với

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-i \frac{2\pi n}{T} t} dt, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (1.4.2)$$

Phương trình (1.4.1) là cách khai triển hàm số sine và cosine theo công thức Euler trong trường số phức:

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi \quad (1.4.3)$$

Đối với những hàm số không có tính tuần hoàn, nhưng diện tích dưới đường cong của hàm số đó là hữu hạn, ta có thể biểu diễn hàm số đó dưới dạng tích phân của hàm sine và cosine nhân với hàm trọng số. Biểu thức thu được gọi là chuyển đổi Fourier. Ta xác định phương trình chuyển đổi Fourier của một hàm số liên tục  $f(t)$  có biến  $t$  liên tục như sau:

### 1.4.2 Biến đổi Fourier cho hàm rời rạc

Vì các điểm ảnh là các điểm dữ liệu rời rạc nên ta áp dụng biến đổi Fourier, ta cần xây dựng một công thức sử dụng cho các biến rời rạc.

#### 1.4.2.1 Hàm một biến số

Giả sử ra có bộ dữ liệu dãy  $x_n$ , (với  $n = 1, 2, 3, \dots, N$ ), ta xác định DFT(Discrete Fourier Transforms) cho  $x_n$  như sau:

$$\mathcal{X}_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i e^{\frac{-ik2\pi n}{N}}, \quad n = \overline{1, N}. \quad (1.4.4)$$

Biến đổi Fourier ngược(IDFT) là

$$x_n = \sum_{k=1}^N \mathcal{X}_k e^{\frac{ik2\pi n}{N}}, \quad n = \overline{1, N} \quad (1.4.5)$$

#### 1.4.2.2 Hàm hai biến số

### 1.4.3 Biến đổi Fourier nhanh(FFT)

#### 1.4.3.1 Hàm một biến số

để chuyển ảnh từ miền không gian sang miền tần số bằng cách sử dụng chuyển đổi Fourier thông thường đòi hỏi chi phí lớn ( $O(N^2)$  với  $N$  là số điểm ảnh).

Thuật toán FFT thông dụng nhất là thuật toán do J.W.Cooley và John Tukey đề xuất, tính chuyển đổi Fourier cho các giá trị rời rạc bằng cách sử dụng đệ quy tính các giá trị ở vị trí chẵn lẻ.

$$\mathcal{X}_k = \sum_{\underbrace{m=1}^{\frac{N}{2}}} \quad (1.4.6)$$

DFT cho phần chẵn

## 1.5. Tổng kết chương

# Kết luận

Bài báo cáo này đạt được các vấn đề sau đây:

- Chương 1:
- Chương 2:
- Chương 3:

## Tài liệu tham khảo

- [1] Michael Bartholomew-Biggs - Nonlinear Optimization with Engineering Applications (2008, Springer).



