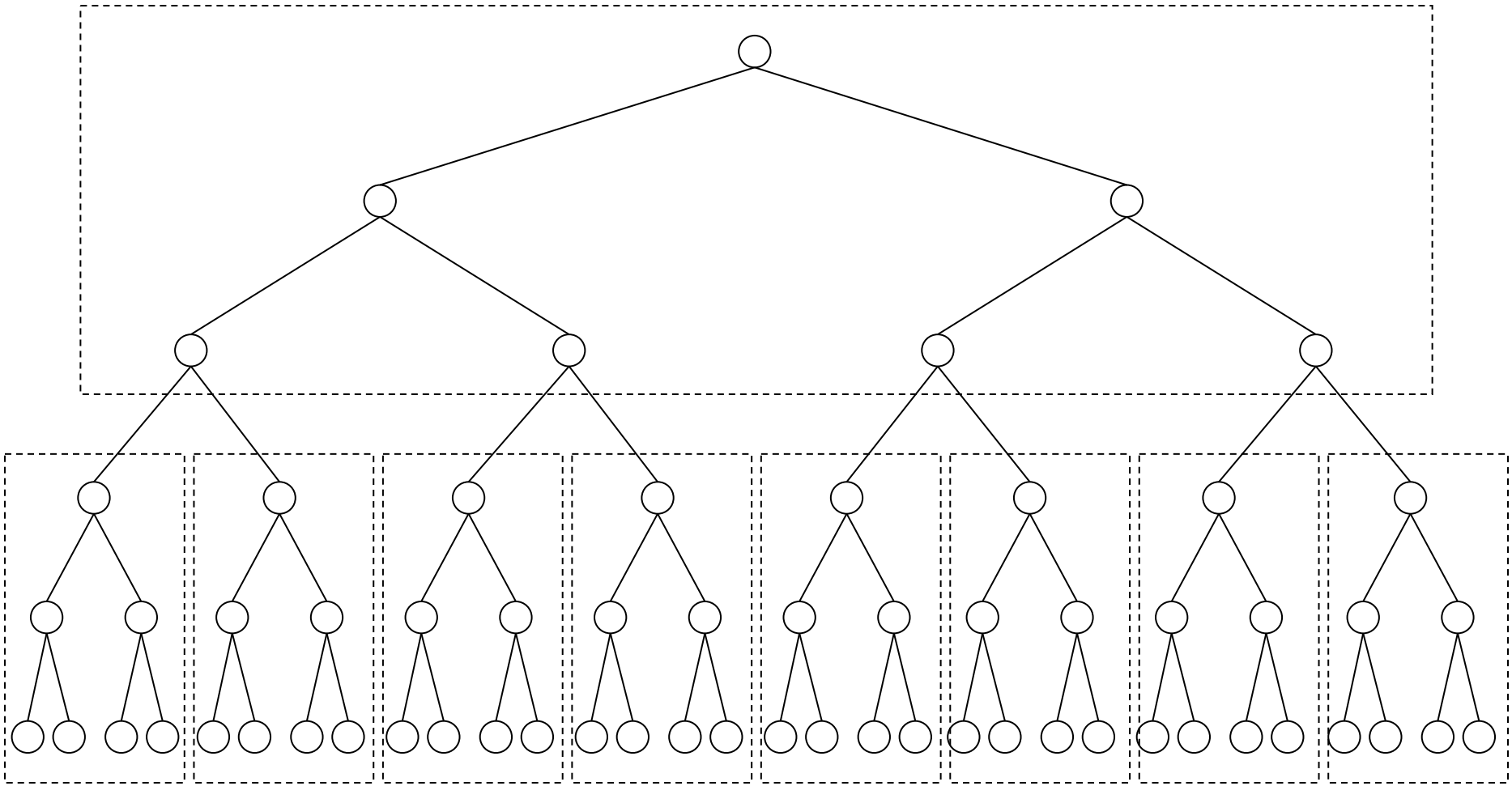
B – cây

- Cây nhị phân đáp ứng khá đầy đủ các yêu cầu về biểu diễn cấu trúc dữ liệu
- Trong thực tế, kích thước dữ liệu thường là lớn hoặc vô cùng lớn. Đòi hỏi phải lưu trữ ở bộ nhớ ngoài
  - Dung lượng “vô hạn”
  - Tốc độ chậm hơn khoảng 10^5 lần so với bộ nhớ trong, ngoài ra còn là chi phí di chuyển đầu đọc

- Sử dụng *cây nhiều nhánh* (lưu trữ trên đĩa) để biểu diễn cây tìm kiếm cỡ lớn
- Nhằm hạn chế tối đa thao tác truy xuất (đọc/ghi đĩa), cây được thiết kế với:
  - Đơn vị truy xuất là nhóm dữ liệu, gọi là *trang*
  - Chiều cao cây đạt mức tối thiểu

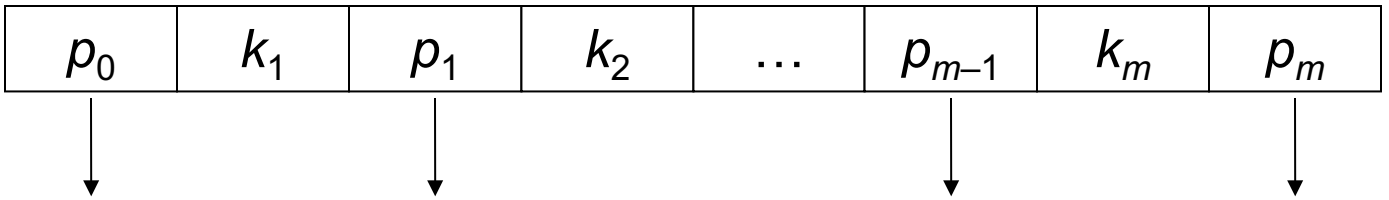
$\rightarrow$ Hình thành khái niệm B-cây

- Một trang tương ứng một nút của B-cây
- Mỗi trang ngoài việc lưu trữ dữ liệu còn chứa "liên kết" để quản lý các trang con

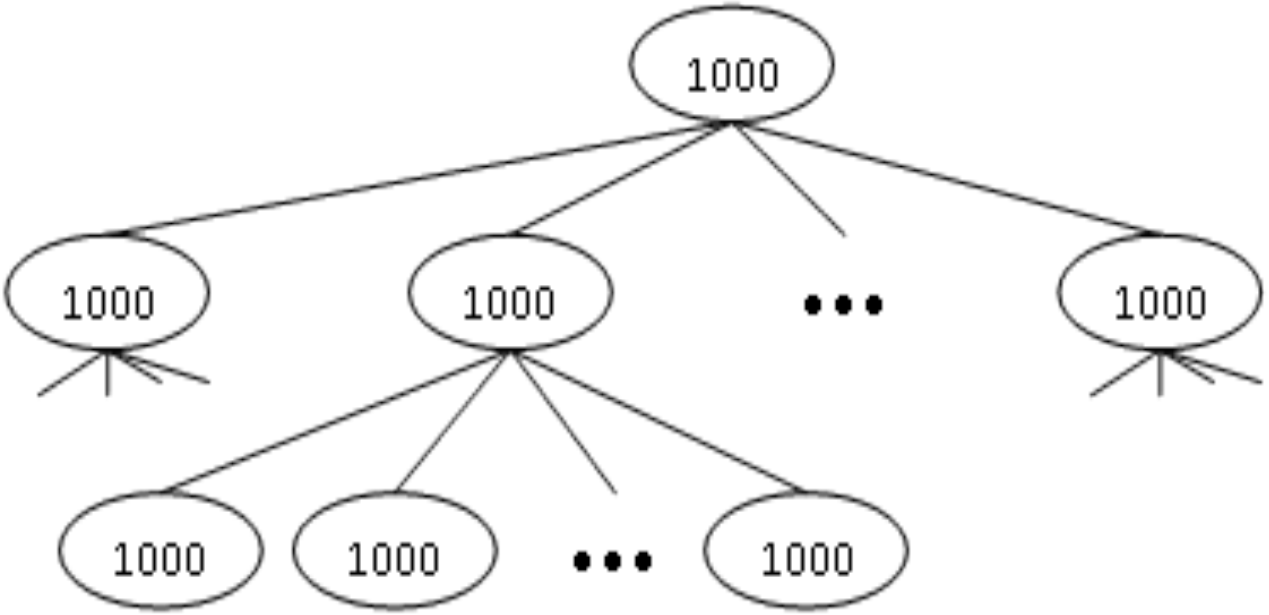


Định nghĩa: B-cây (bậc *n*) là cây cỡ lớn, được lưu trên đĩa với tổ chức như sau:

- Mỗi trang chứa tối đa 2*n* khóa
- Mỗi trang, trừ trang gốc, chứa tối thiểu *n* khóa
- Mỗi trang, trừ trang lá, nếu có *m* khóa thì có *m* + 1 trang con
- Mọi trang lá đều xuất hiện ở cùng mức
- Các khóa được sắp xếp tăng dần từ trái qua phải



Xét B-cây với số khóa trung bình là 1000



1 nút
(1000 khóa)

1001 nút
(1000 × 1001 =
1,001,000 khóa)

1001 × 1001 =1002001 nút
(1000 × 1002001 =
1,002,001,000 khóa)

- Với chiều cao là 3, cây chứa hơn 1 tỉ khóa (tương ứng với hơn 1 tỉ đơn vị dữ liệu)
- Nút gốc thường được lưu trong bộ nhớ chính nên chỉ mất tối đa 2 phép truy xuất để tìm một khóa

Các cấu trúc dữ liệu

```
const int n = 2;
const int nn = 4;
typedef struct page * ref;
struct item {
  int   key;
  ref   p;
  int   count;
};
struct page {
  int   m;
  item  e[nn + 1];
};
```

Tìm kiếm trên B-cây

1. Đọc trang vào bộ nhớ và tìm kiếm tuần tự
   - Nếu *m* đủ lớn thì dùng tìm kiếm nhị phân
2. Nếu không tìm thấy (gọi *key* là khóa cần tìm):
   a) $k_i < key < k_{i+1}$ với $1 \le i < m$: tìm tiếp trên trang trỏ bởi p_i
   b) $k_m < key$: tìm tiếp trên trang trỏ bởi p_m
   c) $key < k_1$: tìm tiếp trên trang trỏ bởi p_0
3. Nếu con trỏ trỏ đến trang mới bằng NULL: không tìm thấy

Thêm phần tử vào B-cây

1. Tìm trang lá thích hợp và chèn vào đúng vị trí
2. Nếu trang đầy: tiến hành tách trang
   - Mỗi trang chứa *n* khóa, phần tử đứng giữa được đưa lên trang cha
3. Trường hợp trang cha cũng trở nên đầy: Tiến trình tiếp tục theo chiều đi lên

   $\rightarrow$ Cây lớn lên từ lá đến gốc

Xóa phần tử trên B-cây

Giai đoạn 1: Tìm và xóa phần tử

- ở trang lá: xóa bình thường
- ở trang trong:
  - Tìm *phần tử thay thế* (ở trang lá)
    - Đi theo con trỏ phải nhất của trang con bên trái, hoặc
    - Đi theo con trỏ trái nhất của trang con bên phải
  - Sao chép dữ liệu của *phần tử thay thế* cho phần tử định xóa ban đầu
  - Xóa *phần tử thay thế*

Giai đoạn 2: Kiểm tra "tính cân bằng"

- Việc xóa làm giảm số phần tử (*m*) của trang lá đi 1 đơn vị
- Nếu $m \geq n$: Dừng
- Nếu $m < n$: Xét *trang kế bên*

  > *n* phần tử: Cân bằng số lượng phần tử của 2 trang (thông qua phần tử trung gian ở trang cha)

  = *n* phần tử: Kéo phần tử trung gian ở trang cha xuống và ghép 2 trang $\rightarrow$ trang đầy

  Quá trình có thể lan truyền ngược … (nếu trang cha trở nên thiếu) … về đến gốc $\rightarrow$ cây giảm chiều cao

```
ref   root, q;
bool  h;
item  u;
  …
root = NULL;
for (i = 0; i < n; i++) {
  timthem(a[i], root, h, u);
  if (h) {
    q = root;
    root = new page;
    root->m = 1;
    root->e[0].p = q;
    root->e[1] = u;
  }
}
```

```
void  timthem(int x, ref a, bool &h, item &v) {
  int   r;
  ref   q;
  item  u;

  if (a == NULL) {
    h = true;
    v.key = x;
    v.count = 1;
    v.p = NULL;
  }
  …
}
```

```
else {
  a->e[0].key = x;  // Lính canh
  for (r = a->m; a->e[r].key > x; r--) ;
  if ((r) && (a->e[r].key == x)) {  // Đã có
    a->e[r].count ++;
    h = false;
  }
  else {
    if (r == 0)     q = a->e[0].p;
    else            q = a->e[r].p;
    timthem(x, q, h, u);
    if (h)    // a trỏ vào trang lá
      them(r, a, h, u, v);
  }
}
```

```
void  them(int r, ref a, bool &h, item &u,
                                        item &v) {

  if (a->m < nn) {    // Trang chưa đầy
    a->m ++;
    h = false;
    for (i = a->m; i >= r + 2; i --)
      a->e[i] = a->e[i - 1];
      a->e[r + 1] = u;
  }
  …
}
```

```
else {   // Trang trỏ bởi a đầy
  ref b = new page;
  if (r <= n) {
    if (r == n)
      v = u;
    else {
      v = a->e[n];
      for (i = n; i >= r + 2; i--)
         a->e[i] = a->e[i - 1];
      a->e[r + 1] = u;
    }
    for (i = 1; i <= n; i++)
      b->e[i] = a->e[i + n];
  }
  …
}
```

```
else {
  r -= n;
  v = a->e[n + 1];
  for (i = 1; i <= r - 1; i++)
    b->e[i] = a->e[i + n + 1];
  b->e[r] = u;
  for (i = r + 1; i <= n; i++)
    b->e[i] = a->e[i + n];
}
a->m = b->m = n;
b->e[0].p = v.p;
v.p = b;
```

```
ref   root, q;
bool  h;
int   x;
…
cout << "\nNhap vao khoa can xoa: ";
cin >> x;
timxoa(x, root, h);
if (h)
  if (root->m == 0) {
    q = root;
    root = q->e[0].p;
    delete q;
  }
…
```

```
void  timxoa(int x, ref a, bool &h) {
  if (a == NULL)
    h = false;
  else {
    a->e[0].key = x;
    for (r = a->m; a->e[r].key > x; r--)
      ;
    if (r == 0)
      q = a->e[0].p;
    else
      if ((r) && (a->e[r].key == x))
        q = a->e[r - 1].p;
      else
        q = a->e[r].p;
    …
} // void
```

```
  if ((r) && (a->e[r].key == x))
    if (q == NULL) {      // Trang la
      a->m --;
      h = a->m < n;
      for (i = r; i <= a->m; i++)
        a->e[i] = a->e[i + 1];
    }
    else {
      xoa(a, q, r, h);// Tim phan tu thay the
      if (h)  canbang(a, q, r - 1, h);
    }
  else {
    timxoa(x, q, h);
    if (h)  canbang(a, q, r, h);
  }
}
```

```
void  xoa(ref a, ref p, int r, bool &h) {
  ref q = p->e[p->m].p;

  if (q) {
    xoa(a, q, r, h);
    if (h)
      canbang(p, q, p->m, h);
  }
  else {  // p trỏ đến trang lá
    p->e[p->m].p = a->e[r].p;
    a->e[r] = p->e[p->m]; // Sao chép
    p->m --;
    h = p->m < n;
  }
}
```

```
void  canbang(ref c, ref a, int s, bool &h)
{
  int mc = c->m;
  if (s < mc) {
    s++;
    b = c->e[s].p;
    mb = b->m;

    k = (mb - n + 1)/2; //Số phần tử chuyển giao
    a->e[n] = c->e[s]; // Lấy phần tử ở trang cha
    a->e[n].p = b->e[0].p;
  …
} // void
```

```
if (k > 0) { // Khong can phai ghep trang
  for (i = 1; i <= k - 1; i++)
    a->e[n + i] = b->e[i];
  c->e[s] = b->e[k];
  c->e[s].p = b;
  b->e[0].p = b->e[k].p;
  mb -= k;
  for (i = 1; i <= mb; i++)
    b->e[i] = b->e[i + k];
  b->m = mb;
  a->m = (n - 1) + k;
  h = false;
}
```

```
  else {  // Trộn trang a và b
    for (i = 1; i <= n; i++)
      a->e[n + i] = b->e[i];
    for (i = s; i <= mc - 1; i++)
      c->e[i] = c->e[i + 1];
    a->m = nn;
    c->m = mc - 1;

    delete  b;
  }
}
```

…

```
else {  // s = mc
  if (s == 1)
    b = c->e[0].p;
  else
    b = c->e[s - 1].p;

  mb = b->m + 1;
  k = (mb - n) / 2; // Số phần tử chuyển giao
  …
```

```
 if (k > 0) {
  for (i = n - 1; i >= 1; i--)
    a->e[i + k] = a->e[i];
  a->e[k] = c->e[s];
  a->e[k].p = a->e[0].p;
  mb -= k;
  for (i = k - 1; i >= 1; i--)
    a->e[i] = b->e[i + mb];
  a->e[0].p = b->e[mb].p;
  c->e[s] = b->e[mb];
  c->e[s].p = a;
  b->m = mb - 1;
  a->m = (n - 1) + k;
  h = false;
}
```

…

```
  else {  // Trộn hai trang a và b
    b->e[mb] = c->e[s];
    b->e[mb].p = a->e[0].p;
    for (i = 1; i <= n - 1; i++)
      b->e[i + mb] = a->e[i];

    b->m = nn;
    c->m = mc - 1;

    delete a;
  }
}
```