Bài 4:

a/ $\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & m \\ -1 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & -m & -1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & m \\ 0 & 0 & 1 & m \\ 0 & -m+1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Nếu $-m+1 \neq 0 \rightarrow r(A) = 3 = n \rightarrow$ HPT có n_0 duy nhất

Nếu $-m+1 = 0 \rightarrow r(A) < r(\bar{A}) \rightarrow$ HPT vô nghiệm

Vậy HPT có chính xác duy nhất nghiệm $\Leftrightarrow m \neq 1$.

b/ $\bar{A} \begin{pmatrix} m & 1 & -1 & m \\ 1 & -1 & m & m \\ 1 & m & -1 & m \end{pmatrix}$

$\longrightarrow \begin{pmatrix} m & 1 & -1 & m \\ 0 & -1-\frac{1}{m} & m+\frac{1}{m} & 0 \\ 0 & m-\frac{1}{m} & -1+\frac{1}{m} & 0 \end{pmatrix}$

Xét hàng $2 \neq 0$ khi $\begin{cases} -1-\frac{1}{m} \neq 0 \\ m+\frac{1}{m} \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m-1 \neq 0 \\ m^2+1 \neq 0 \end{cases}$

$\Rightarrow$ hàng 2 k^o thể $= 0$. (luôn $\neq 0$.

Xét hàng $3 \neq 0$ khi $\begin{cases} m-\frac{1}{m} = 0 \\ -1+\frac{1}{m} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{matrix} \text{hoặc } m^2 \neq 1 \\ -m \neq -1 \end{matrix}\right.$

$\Rightarrow$ luôn $\neq 0$

Vậy HPT có duy nhất nghiệm $\Leftrightarrow m \neq 0$.