ÔN TẬP HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

VẤN ĐỀ 1 QUAN HỆ SONG SONG

I.ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

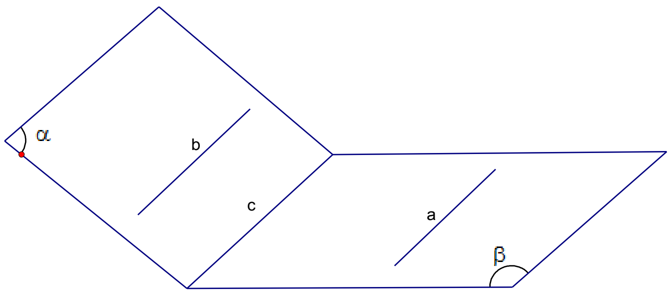
1) Định nghĩa :

Hai đường thẳng gọi là song song với nhau nếu chúng đồng phẳng và không có điểm chung.

$$a//b \Leftrightarrow \begin{cases} a, b \in (\alpha) \\ a \cap b = \varnothing \end{cases}$$

2) Định lí :

Nếu hai mặt phẳng cắt nhau lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng song song với hai đường thẳng đó (hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó).



$$\left.\begin{array}{l} (\alpha) \cap (\beta) = c \\ a \subset (\alpha) ; b \subset (\beta) \\ a // b \end{array}\right\} \Rightarrow$$ **c cùng phương a và b .**

II.ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẲNG

1) Định nghĩa :

$$a // (\alpha) \Leftrightarrow a \cap (\alpha) = \varnothing$$

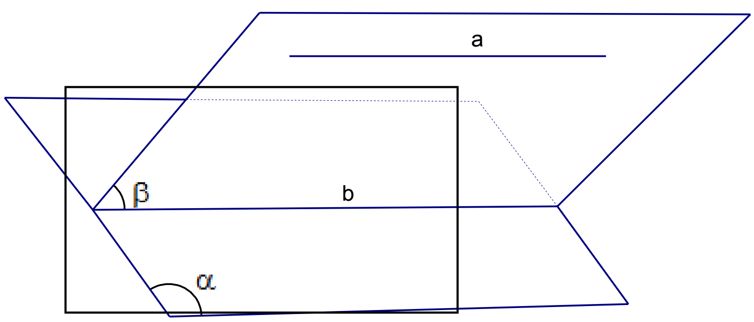
2) Định lí 1: (Tiêu chuẩn song song)

Nếu đường thẳng a không nằm trên (α) và song song với một đường thẳng nào đó nằm trên (α) thì a song song với (α) .

$$\left.\begin{array}{l} a \not\subset (\alpha) \\ a // b \ ; \ b \subset (\alpha) \end{array}\right\} \Rightarrow a // (\alpha)$$

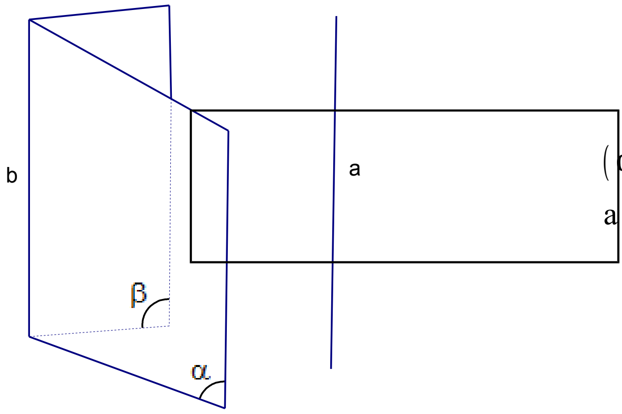
2) Định lí 2:

Nếu đường thẳng a song song với mp(α) thì mọi mp(β) chứa a mà cắt mp(α) thì cắt theo giao tuyến song song với a.



$$\left.\begin{array}{l} a // (\alpha) \\ a \subset (\beta) \\ (\beta) \cap (\alpha) = b \end{array}\right\} \Rightarrow a // b$$

3) <u>Định lí 3</u> :
Nếu hai mặt phẳng cắt nhau cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng cũng song song với đườn thẳng đó.



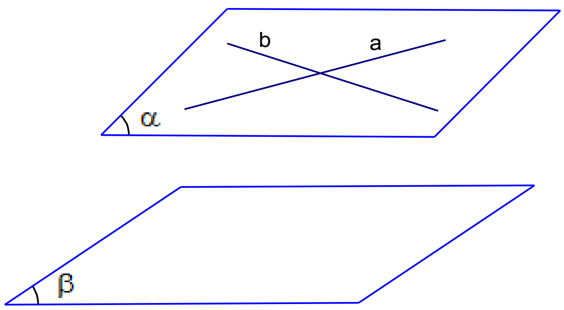
$$\left.\begin{array}{l}(\alpha)\cap(\beta)=b\\ a//(\alpha)\ ;\ a//(\beta)\end{array}\right\}\Rightarrow b//a$$

III.<u>MẶT PHẲNG SONG SONG</u>

1) <u>Định nghĩa</u> :

$$\boxed{(\alpha)//(\beta)\Leftrightarrow(\alpha)\cap(\beta)=\varnothing}$$

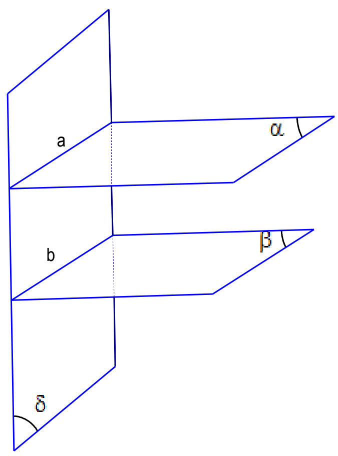
2) <u>Định lí 1</u> :
Nếu mp(α) chứa hai đường thẳng a , b cắt nhau và cùng song song với mp(β) thì mp(α) song song với mp(β)



$$\boxed{\left.\begin{array}{l}a\subset(\alpha);b\subset(\alpha)\\ a\cap b=\{I\}\\ a//(\beta);b//(\beta)\end{array}\right\}\Rightarrow(\alpha)//(\beta)}$$

3) <u>Định lí 2</u>:
Nếu hai mặt phẳng mp(α) và mp(β) song song thì mọi mặt phẳng (δ) đã cắt mp(α) thì phải cắt mp (β) và các giao tuyến của chúng song song.

$$\boxed{\left.\begin{array}{l}(\alpha)//(\beta)\\ (\delta)\cap(\alpha)=a;(\delta)\cap(\beta)=b\end{array}\right\}\Rightarrow a//b}$$



VẤN ĐỀ 2 : QUAN HỆ VUÔNG GÓC

I. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẲNG

1) Định nghĩa :

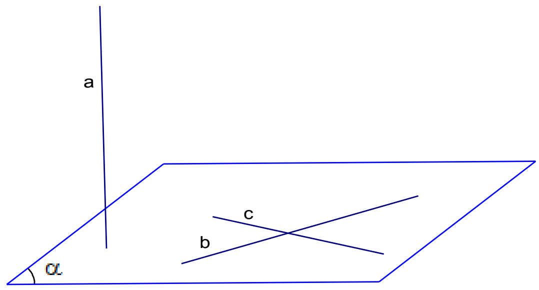
Một đường thẳng gọi là ***vuông góc*** với một mặt phẳng nếu nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.

$$\boxed{a \perp (\alpha) \Leftrightarrow a \perp b \; ; \; \forall b \subset (\alpha)}$$

2) Định lí 1:(Tiêu chuẩn vuông góc)

Nếu đường thẳng a vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau b và c cùng nằm trong mp(α) thì đường thẳng a vuông góc với mp(α) .

$$\left.\begin{array}{l} a \perp b ; a \perp c \\ b \cap c = \{I\} \\ b \subset (\alpha) ; c \subset (\alpha) \end{array}\right\} \Rightarrow a \perp (\alpha)$$



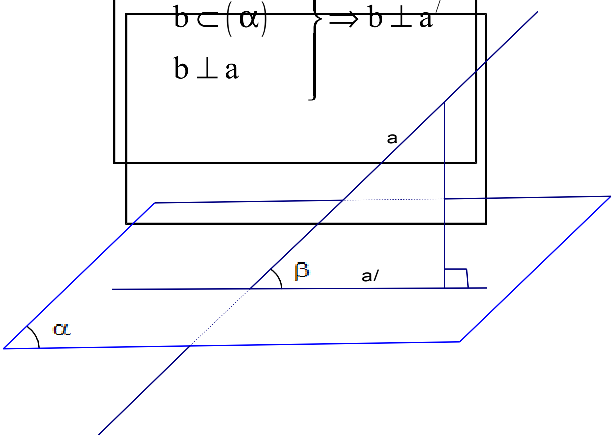
3) Định lí 2 : (Định lí ba đường vuông góc)

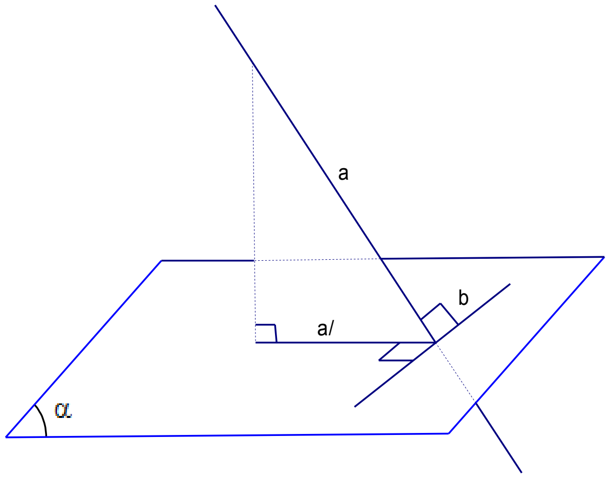
a) Phần thuận:

$$\left.\begin{array}{l} a' = hc_{(\alpha)} a \\ b \subset (\alpha) \\ b \perp a' \end{array}\right\} \Rightarrow b \perp a$$

b) Phần đảo :

$$\left.\begin{array}{l} a' = hc_{(\alpha)} a \\ b \subset (\alpha) \\ b \perp a \end{array}\right\} \Rightarrow b \perp a'$$





4) Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Định nghĩa:

Nếu đường thẳng a không vuông góc với mp(α) thì góc giữa a và hình chiếu a' của nó trên mp(α) gọi là góc giữa a và mp(α) .

II.MẶT PHẲNG VUÔNG GÓC

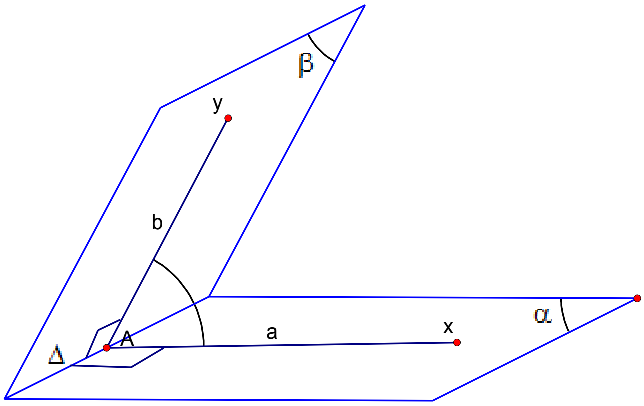
1) Góc giữa hai mặt phẳng :

- Cho mp(α) và mp(β) cắt nhau theo giao tuyến Δ

- Gọi A là điểm tùy ý thuộc giao tuyến Δ.
- Tia Ax nằm trong mp(α) và vuông góc với giao tuyến Δ tại A.
- Tia Ay nằm trong mp(β) và vuông góc với giao tuyến Δ tại A.
- $\widehat{((\alpha);(\beta))} = \widehat{xAy}$

2) <u>Định lí</u> (Tiêu chuẩn vuông góc)

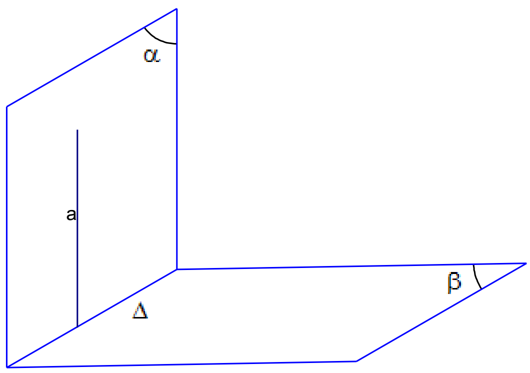
Hai mặt phẳng vuông góc với nhau khi và chỉ khi mặt phẳng này chứa một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng kia.



<u>3) Định lí 2</u> :

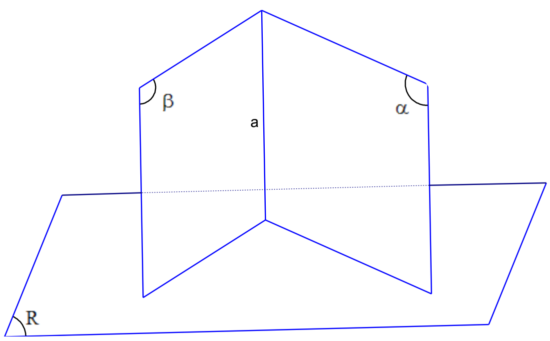
Nếu hai mp(α) và mp(β) vuông góc với nhau thì bất cứ đường thẳng a nào nằm trong mp(α), vuông góc với giao tuyến của mp(α) và mp(β) đều vuông góc với mp(β).

$$\left.\begin{array}{l}(\alpha)\perp(\beta)\ ;\ (\alpha)\cap(\beta)=\Delta \\ a\subset(\alpha) : a\perp\Delta\end{array}\right\}\Rightarrow a\perp(\beta)$$



4) <u>Định lí 3</u> :

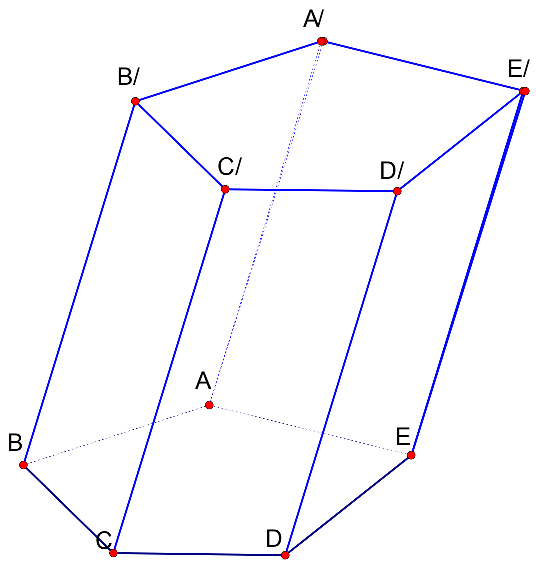
Nếu hai mặt phẳng cắt nhau và cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì giao tuyến của chúng vuông góc với mặt phẳng thứ ba.

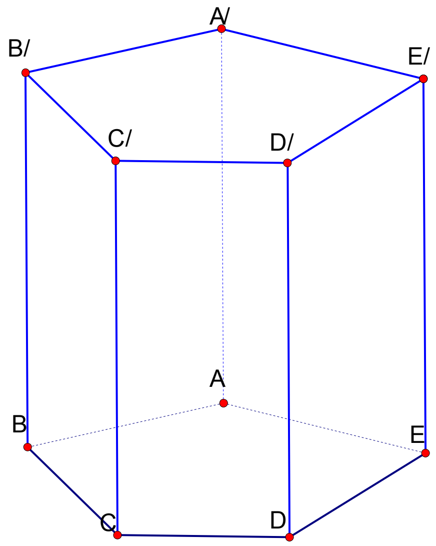
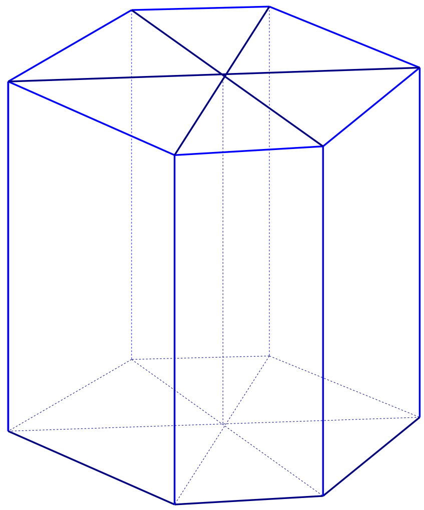
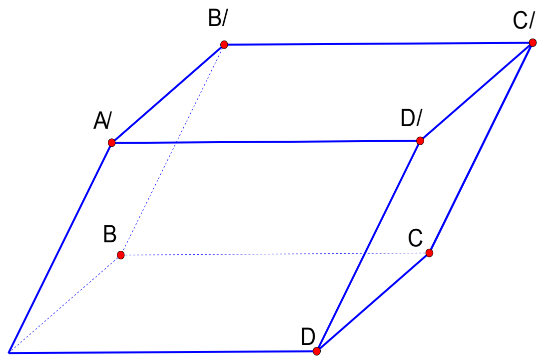


$$\left.\begin{array}{l}(\alpha)\cap(\beta)=a\\(\alpha)\perp(R);(\beta)\perp(R)\end{array}\right\}\Rightarrow a\perp(\lambda)$$

5) <u>Định lí 4</u> :

Gọi S là diện tích là diên tích của đa giác H trong mp(P) và $S^/$ là diện tích hình chiếu $H^/$ của H trên mp($P^/$) thì $S^/$ = S$\cos\varphi$, trong đó φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và ($P^/$).

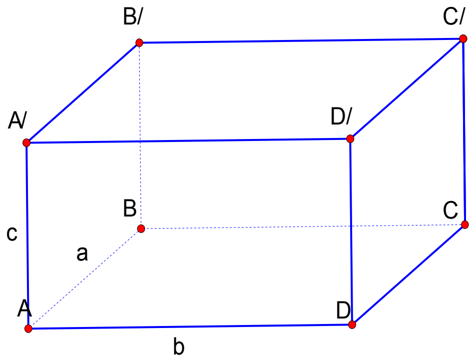
ĐINH NGHỈA	HÌNH VẼ	TÍNH CHẤT
<u>Hình lăng trụ</u>: Hình lăng trụ là hình đa diện có 2 mặt song song gọi là đáy và các cạnh không thuộc 2 đay song song với nhau. **<u>Chú ý</u>** : S_{xq} bằng tổng diện tích của các mặt bên. $S_{tp} = S_{xq}$ + diện tích hai đáy	 	**Trong hình lăng trụ**: - Các cạnh bên song song và bằng nhau. - Các mặt bên , mặt chéo là hình bình hành - Hai đáy có cạnh song song và bằng nhau. **Thể tích khối lăng trụ:** $\boxed{V = B.h}$ **B :** diện tích đáy. **h :** chiều cao

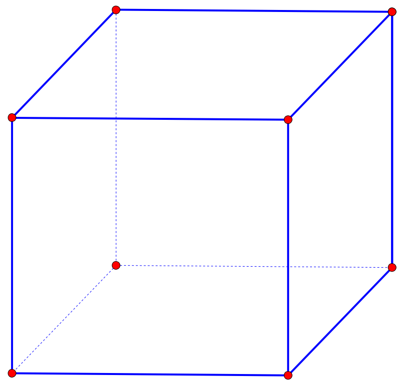
<u>Hình lăng trụ đứng</u>: Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ có cạnh bên vuông góc với mặt đáy.		**Trong hình lăng trụ đứng**: - Các mặt bên , mặt chéo là hình chữ nhật
<u>Hình lăng trụ đều</u>: Hình lăng trụ đều là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều.		**Trong hình lăng trụ đều:** Các mặt bên là những hình chữ nhật bằng nhau. Chú ý: • Hình lăng trụ tam giác đều là hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều • Hình lăng trụ tứ giác đều là hình lăng trụ đứng có đáy là hình vuông.
<u>Hình hộp</u>: Hình hộp là hình lăng trụ có đáy là hình bình hành.		**Trong hình hộp:** - Hai mặt đối diện là hình bình hành song song và bằng nhau. - Các đường chéo của hình hộp cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.
<u>Hình hộp đứng</u>: Hình hộp đứng là hình lăng trụ đứng có đáy là hình bình hành		**Trong hình hộp đứng:** Hai mặt đáy là hình bình hành, các mặt bên là những hình chữ nhật.

<table>
<tr>
<td>
<u>Hình hộp chữ nhật</u>:

Hình hộp chữ nhật là hình hộp đứng có đáy là hình chữ nhật.

<u>Hình lập phương</u>:

Hình lập phương là hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông
</td>
<td>



</td>
<td>
Trong hình hộp chữ nhật:

6 mặt của hình hộp chữ nhật đều là các hình chữ nhật.

Thể tích khối hộp chữ nhật:

$\boxed{V = \mathbf{a.b.c}}$

a,b,c :ba kích thước của hình hộp chữ nhật

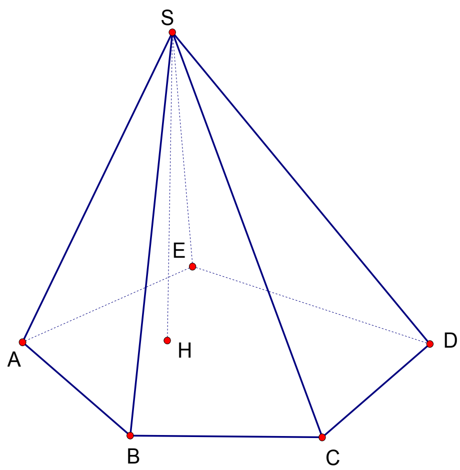
Trong hình lập phương :

6 mặt của hình lập phương đều là các hình vuông Thể tích khối hộp lập phương :

$\boxed{V = \mathbf{a^3}}$
</td>
</tr>
<tr>
<td>
<u>Hình chóp</u> :

Hình chóp là hình đa diện có một mặt là đa giác, các mặt còn lại là các tam giác có chung một đỉnh
Chú ý :

• S_{xq} bằng tổng diện tích của các mặt bên.

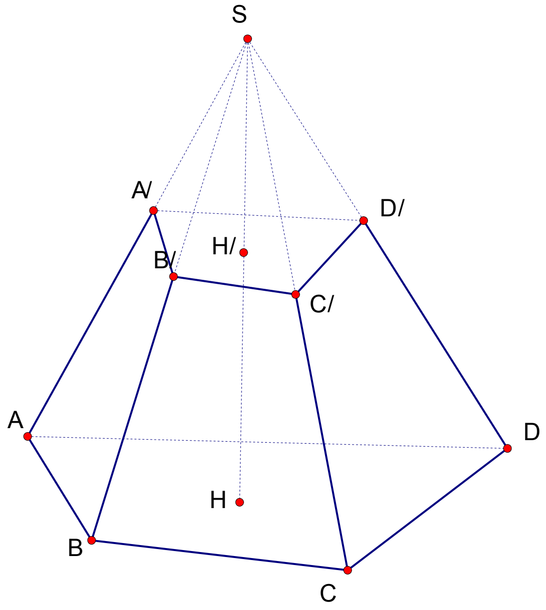
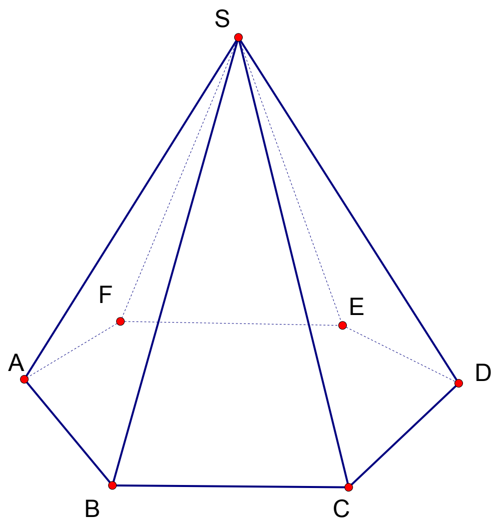
• $S_{tp} = S_{xq} +$ diện tích đáy
</td>
<td>


</td>
<td>
Thể tích khối chóp :

$\boxed{V = \frac{1}{3}B.h}$

B : diện tích đáy.

h : chiều cao.
</td>
</tr>
</table>

<u>Hình chóp cụt</u> : Hình chóp cụt là ***phần hình chóp*** nằm giữa đáy và thiết diện song song với đáy	 Hình chóp cụt $ABCD.A'B'C'D'$	**Trong hình chóp cụt :** - Hai mặt đáy song song. - Các mặt bên là những hình thang **Thể tích khối chóp cụt :** $\boxed{V=\frac{1}{3}h\left(B+\sqrt{B.B'}+B'\right)}$
<u>Hình chóp đều</u> Hình chóp đều là hình chóp có đáy là đa giác đều và các cạnh bên bằng nhau . **<u>Hình chóp cụt đều</u>** : Hình chóp cụt đều là ***phần hình chóp đều*** nằm giữa đáy và thiết diện song song với đáy	 	**Trong hình chóp đều** : - Đáy là đa giác đều. - Các mặt bên là các tam giác cân bằng nhau Chu ý : ❖ Hình chóp tam giác đều là hình chóp đều có đáy là tam giác đều. ❖ Hình chóp tứ giác đều là hình chóp đều có đáy là hình vuông. **Trong hình chóp cụt đều :** - Hai mặt đáy là các đa giác đều song song. - Các mặt bên là những hình thang cân bằng nhau

VẤN ĐỀ 3 : KHOẢNG CÁCH

1) <u>Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song</u>

<u>Định nghĩa</u> :

Khoảng cách giữa đường thẳng a và mp(P) song song với a là khoảng cách từ một điểm nào đó của a đến mp(P).Kí hiệu d(a ; mp(P)) = d(A ; mp(P)) trong đó $A \in a$.

2) <u>Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song</u>

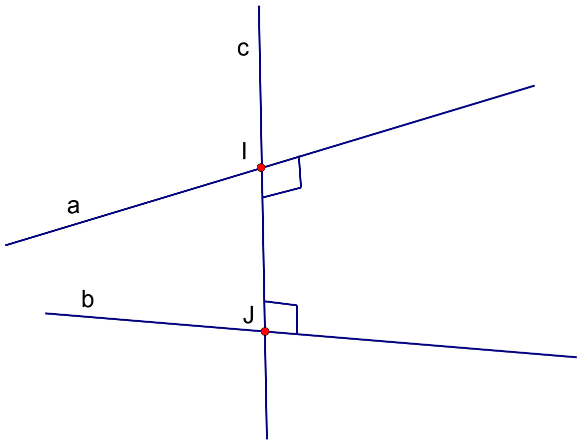
<u>Định nghĩa :</u>

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm bất kì của mặt phẳng này đến mặt phẳng kia. Kí hiệu d((P);(Q)) = d(A ; (Q)) trong đó $A \in (P)$.

3) <u>Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau</u>

<u>Thuật ngữ</u> :

- Đường thẳng c là đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau a và b nếu c cắt cả a và b đồng thời vuông góc với cả a và b.
- Đường thẳng c cắt a và b tại I và J thì đoạn thẳng IJ là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau.



1)<u>Định nghĩa</u> :

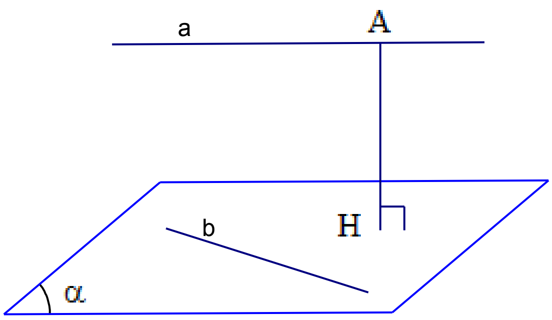
Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau là độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó.

2) <u>Phương pháp tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau</u>

- D(a ; b) = IJ (IJ độ dài đoạn vuông góc chung).
- Tìm mp(α) chứa b song song với a

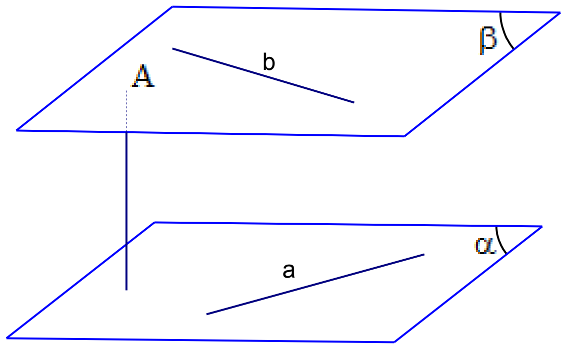
  Chọn điểm $A \in a$.

  d(a ; b) = d(A ; (α))



- Xác định mp(α) chứa a và mp(β) chứa b sao cho mp(α) song song mp(β) .

  d(a ; b) = d((α) ;(β)) = d(A ; (α)) trong đó $A \in (\beta)$



VẤN ĐỀ 4 : MẶT CẦU – KHỐI CẦU

1) Định nghĩa :

Mặt cầu S(O ; R) = $\{M / OM = R\}$

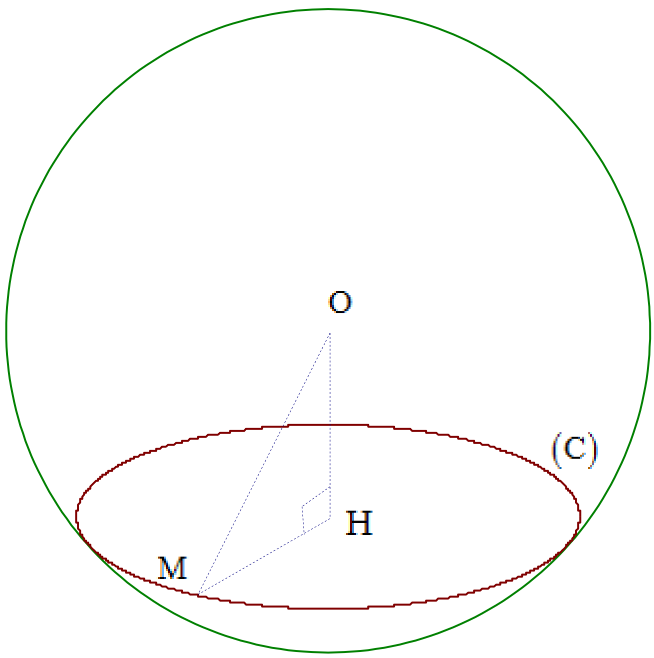
Khối cầu S(O : R) = $\{M / OM \leq R\}$

2) Giao của mặt cầu và mặt phẳng :

- d = OH < R

mp(P) cắt mặt cầu S(O ; R) theo giao tuyến là đường tròn (C) có tâm H và có bán kính

$$r = \sqrt{R^2 - OH^2}$$



- d = OH = R

mp(P) tiếp xúc với mặt cầu S(O ; R)

2) Giao của mặt cầu và đường thẳng

Cho mặt cầu S(O ; R) và đường thẳng Δ.

Gọi d = d(O ; Δ). Giả sử H là hình chiếu của O trên Δ.

- d = OH < R

Đường thẳng Δ cắt mặt cầu S(O ; R) tai hai điểm phân biệt.

❖ d = OH = R

Đường thẳng Δ tiếp xúc với mặt cầu S(O ; R)

3) <u>Diện tích mặt cầu</u> :

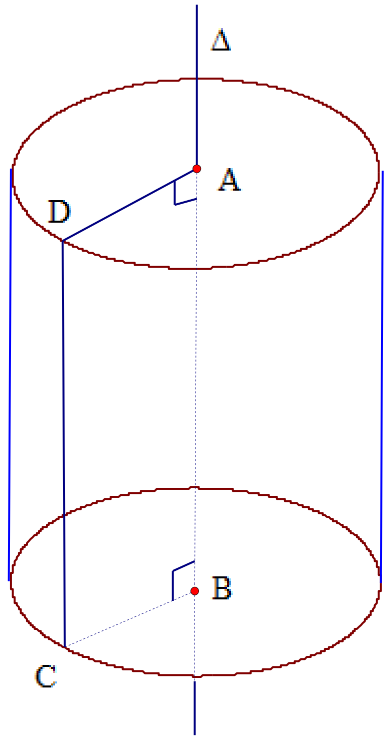
$$\boxed{S = 4\pi.R^2}$$

4) <u>Thể tích khối cầu</u>:

$$\boxed{V = \frac{4}{3}\pi R^3}$$

VẤN ĐỀ 5 : HÌNH TRỤ - KHỐI TRỤ

1) <u>Định nghĩa</u> :



CD

- Xét hình chữ nhật ABCD. Khi quay hình chữ nhật xung quanh đường thẳng Δ chứa cạnh AB , thì đường gấp khúc ADCB tạo thành một hình được gọi là ***hình trụ***.
- Phần mặt tròn xoay được sinh ra bởi các điểm trên cạnh khi quanh AB gọi là ***mặt xung quanh của hình trụ***.
- Hình trụ cùng với phần bên trong của nó được gọi là ***khối trụ***.

2) <u>Diện tích xung quanh của hình trụ</u> :

$$\boxed{S_{xq} = 2\pi Rh}$$

h : chiều cao , R : bán kính

3) <u>Thể tích khối trụ</u> :

$$\boxed{V = \pi R^2 h}$$

VẤN ĐỀ 6 : HÌNH NÓN –KHỐI NÓN

1) <u>Định nghĩa</u> :

- Cho tam giác OMI vuông tại I. Khi quay tam giác đó xung quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành một hình được gọi là ***hình nón.***
- Phần mặt tròn xoay được sinh ra bởi các điểm trên cạnh OM khi quanh trục OI gọi là ***mặt xung quanh của hình nón***.
- Hình nón cùng với phần bên trong của nó gọi là ***khối nón.***

2) Diên tích xung quanh của hình nón.

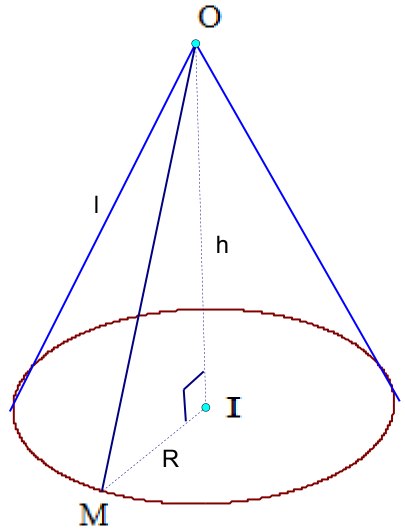
$$\boxed{S_{xq} = \pi R l}$$

R : bán kính , l : đường sinh

3) Thể tích của khối nón :

$$\boxed{V = \frac{1}{3}\pi R^2 h}$$

h : chiều cao



VẤN ĐỀ 7: CÁC CÔNG THỨC THƯỜNG VẬN DỤNG

1) Định lí về tỉ số thể tích:

Cho khối chóp tam giác S.ABC. Trên ba đường thẳng SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' khác với S. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của khối chóp S.ABC và $S.A'B'C'$ .Thì ta có :

$$\boxed{\frac{V}{V'} = \frac{SA.SB.SC}{SA'.SB'.SC'}}$$

2) Hệ thức lượng trong tam giác:

a) Định lí côsin trong tam giác

Trong tam giác ABC với BC = a, CA = b, AB = c ta luôn có :

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A}$$

b) Định lí sin trong tam giác

Với mọi tam giác ABC ta có:

$$\boxed{\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R}$$

c) Định lí trung tuyến

Cho tam giác ABC .Gọi m_a là độ dài đường trung tuyến ứng với cạnh BC .Ta có :

$$m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$$

d) Công thức diện tích

Cho tam giác ABC. Ta kí hiệu :

h_a , h_b , h_c là độ dài các đường cao lần lượt ứng với các cạnh BC , CA , AB

R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp .

$p = \frac{a+b+c}{2}$ là nửa chu vi tam giác.

S là diện tích tam giác.

$$S = \frac{1}{2}a.h_a = \frac{1}{2}b.h_b = \frac{1}{2}c.h_c$$

$$S = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}ac\sin B$$

$$S = \frac{abc}{4R}$$

$$S = pr$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$ (công thức Hê-rông)

BÀI TẬP HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

CHƯƠNG I : KHỐI ĐA DIỆN & THỂ TÍCH CỦA CHÚNG

CÁC BÀI TẬP VỀ HÌNH CHÓP

Bài 1: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3a ; $AA' = BB' = CC' = 4a$.

Tính thể tích của khối lăng trụ này .

Bài 2 : Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng 2a ; hai mặt bên (SBC) và (SAD) đều tạo với đáy một góc bằng 60^0 ; Mặt bên (SAB) vuông góc với đáy . Tính thể tích của khối chóp này .

Bài 3 : Cho hình chóp tứ giác S.ABCD , đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng a , hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy , cạnh bên SB hợp với đáy góc 60^0 .Tính thể tích khối chóp .

Bài 4 : Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có hai mặt bên (SAB) và (SAD) là hai tam giác vuông đỉnh A .Mặt đáy ABCD là hình chữ nhật , cạnh AB = a .Ngoài ra các cạnh bên SC , SD tạo với đáy các góc α và β .Tính thể tích khối chóp .

Bài 5 : Cho hình chóp S.ABCD , đáy là hình chữ nhật có AB = 3a , AD = 4a .Các mặt bên hợp với mặt đáy góc α . Tính thể tích khối chóp đó .

Bài 6 : Cho hình chóp tứ giác S.ABCD , đáy là hình thoi ABCD .Hai đường chéo AC và BD của hình thoi có độ dài là 6 vá 8 .Các mặt bên của hình chóp hợp với đáy góc 45^0 . Tính thể tích khối chóp đó

Bài 7 : Cho hình chóp S.ABCD , đáy là hình thoi ABCD tâm O , đường chéo AC = 2a , đường chéo BD = 2b .Hai mặt chéo (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt đáy . Mặt bên (SBC) hợp với mặt đáy một góc bằng 45^0 .Tính theo a , b thể tích khối chóp S.ABCD .

Bài 8 : Cho tứ diện ABCD có AD = a , AD vuông góc (ABC) , đáy là tam giác ABC cân tại B với M là trung điểm cạnh đáy AC . Cho biết góc hợp bởi DM và mặt đáy (ABC) là α và góc hợp bởi hai mặt phẳng (BAD) và (CAD) là β .

a) Xác định α và β .
b) Tính thể tích ABCD theo a , α , β .
c) Cho biết α = 45^0 .Tính góc β nếu biết $V_{ABCD}=\frac{a^3}{\sqrt{3}}$.

Bài 9 : Cho tứ diện ABCD , đáy ABC là tam giác đều cạnh a , trực tâm H , DA = a và DA vuông góc (ABC) .Gọi I là trực tâm của tam giác DBC .

a) Chứng minh AH , DI cắt nhau tại diểm J thuộc cạnh BC .
b) Chứng minh $HI\perp(DBC)$.
c) Tính thể tích khối chóp HDBC .

Bài 10 : Cho hình chóp tứ giác có $SA\perp(ABCD)$, đáy ABCD là hình chữ nhật , AB = a .Biết SC hợp với mặt đáy (ABCD) một góc bằng α và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{a}{\sqrt{3}}$ .Tính theo a và α thể tích khối chóp S.ABCD .

Bài 11: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD , đáy ABCD là hình vuông , $SA\perp(ABCD)$ .Biết cạnh bên SB hợp với đáy (ABCD) một góc bằng α $\left(0^0<\alpha<90^0\right)$ và khoảng cách từ B tới mặt phẳng (SCD) bằng a .Tính theo a và α thể tích khối chóp S.ABCD .

Bài 12 : Cho khối chóp S.ABC có các cạnh bên SA = SB = SC = a và mỗi mặt bên hợp với đáy (ABC) một góc bằng α $\left(0^0<\alpha<90^0\right)$.

a) Chứng minh S.ABC là khối chóp đều .
b) Tính thể tích của khối chóp S.ABC theo a và α .

ỨNG DỤNG ĐỊNH LÍ VỀ TỈ SỐ THỂ TÍCH

Bài 1 : Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với AB = a ; AD = 2a , cạnh SA vuông góc với đáy , cạnh SB tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^0 .Trên cạnh SA lấy điểm M sao cho

$AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Mặt phẳng(BCM) cắt cạnh SD tại điểm N.Tính thể tích khối chóp S.BCNM .

Bài 2 : Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a .Cạnh bên SA vuông góc với đáy và I là trung điểm cạnh BC .Mặt phẳng (P) qua A vuông góc với SI cắt SB , SC lần lượt tại M , N .Biết rằng thể tích khối chóp S.AMN bằng $\frac{1}{4}$ thể tích của khối chóp S.ABC.Hãy tính thể tích khối chóp S.ABC.

CÁC BÀI TẬP VỀ HÌNH LĂNG TRỤ

Bài 1 : Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có mặt bên $AA'D'D$ là hình thoi cạnh bằng a ,nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (ABCD) và cách BC một khoảng bằng $\frac{a}{2}$.Biết cạnh bên AA' hợp với mặt đáy (ABCD) một góc bằng 60^0 .Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

Bài 2 : Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$, đáy ABCD là hình chữ nhật , AB = a , AD = 2a .Biết tam giác A_1AB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng hợp với đáy (ABCD) một góc bằng α.Tính thể tích của khối hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ theo a và α .

Bài 3 : Cho khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$có đáy ABC là tam giác vuông cân với cạnh huyền $AB = \sqrt{2}$ .Cho biết mặt phẳng (AA_1B) vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $AA_1 = \sqrt{3}$, góc A_1AB nhọn ,góc giữa mặt phẳng (A_1AC) và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0 .Tính thể tích khối

lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$.

Bài 4 : Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{3}$, $AD = \sqrt{7}$ .Hai mặt bên ($ABB'A'$) và ($ADD'A'$) lần lượt tạo với đáy những góc 45^0 và 60^0 .Hãy tính thể tích khối hộp nếu biết cạnh bên bằng 1.

Bài 5 : Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy là hình bình hành và góc BAD bằng 45^0 .Các đường chéo AC_1 và DB_1 lần lượt tạo với đáy những góc 45^0 và 60^0 .Hãy tính thể tích khối lăng trụ nếu biết chiều cao của nó bằng 2.

Bài 6 : Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ với AB = 2a , AD = a , $AC' = 3a$, góc giữa AC' và mặt đáy bằng 60^0 .Tính thể tích của khối hộp .

Bài 7 : Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , chiều cao bằng h .Tính thể tích khối chóp $A.BC'A'$.

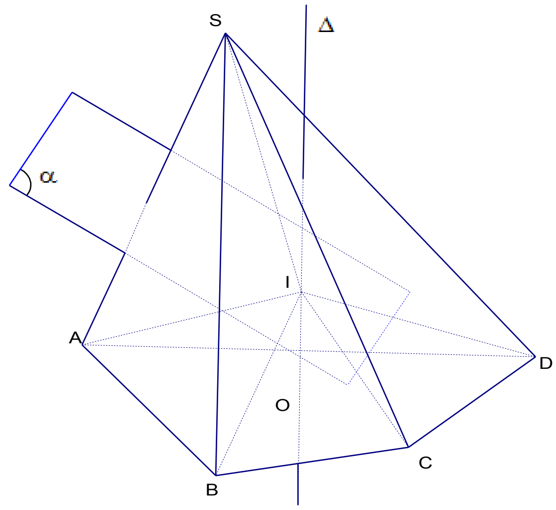
Bài 8 : Cho khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và A_1D bằng 2 và độ dài đường chéo của mặt bên bằng 5 .

a) Vẽ $AK \perp A_1D \left(K \in A_1D \right)$ .Chứng minh rằng AK = 2 .
b) Tính thể tích khối lăng trụ $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

BÀI TẬP CHƯƠNG II MẶT CẦU – MẶT TRỤ - MẶT NÓN

BÀI TẬP VỀ MẶT CẦU

XÁC ĐỊNH TÂM VÀ BÁN KÍNH MẶT CẦU NGOẠI TIẾP HÌNH CHÓP



- Hình chóp S.ABCD có đáy ABCD nội tiêp đường tròn
- Dựng trục đường tròn Δ ngoại tiếp đa giác đáy ABCD
- Vẽ mặt phẳng (α) là mặt phẳng trung trực của cạnh bên SA.Gọi I là giao điểm của Δ và mp (α)
- Thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD

Thật vậy : $\begin{cases} I \in \Delta \Rightarrow IA = IB = IC = ID \\ I \in (\alpha) \Rightarrow IA = IS \end{cases} \Rightarrow IA = IB = IC = ID = IS$

Bán kính R = IA

<u>Bài 1</u>: Hình chóp tam giác S.ABC có SA = SB = SC = a và có chiều cao bằng h. Xác định tâm và tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp. Tính diện tích của mặt cầu đó.

<u>Bài 2</u> : Cho mặt cầu đường kính AA' = 2r. Gọi H là một điểm trên đoạn AA' sao cho $AH = \frac{4r}{3}$.Mặt phẳng (α) qua H và vuông góc với AA' cắt mặt cầu theo đường tròn (C).

a) Tính diện tích của hình tròn (C).

b) Gọi BCD là tam giác đều nội tiếp trong (C), hãy tính thể tích của khối chóp A.BCD và khối chóp A'.BCD.

<u>Bài 3</u> : Cho tứ diện ABCD, biết AB = BC = AC = BD = a , AD = b, hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) vuông góc với nhau.

a) Chứng minh rằng tam giác ACD vuông.

b) Tính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD.

<u>Bài 4</u> : Cho hình vuông ABCD cạnh a.Trên đường thẳng vuông góc với mp(ABCD) dựng từ tâm O của hình vuông, lấy điểm S ao cho $OS = \frac{a}{2}$. Tìm tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

S.ABCD.

<u>Bài 5</u> : Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a và mặt cầu ngoại tiếp S.ABCD có diện tích bằng $\frac{8\pi a^2}{3}$.Tính thể tích khối chóp S.ABCD.

<u>Bài 6</u> : Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại C, SA = SB = a, $\widehat{ASB} = \alpha$ và mặt bên SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (ABC).

a) Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp S.ABC.

b) Biết khỏng cách từ C tới mp(SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.Tính tỉ số thể tích giữa khối chóp S.ABC và khối cầu ngoại tiếp S.ABC.

<u>Bài 7</u> :Cho hình chóp S.ABC có các mặt SBC và ABC là các tam giác đều cạnh bằng a, SA = $a\sqrt{2}$.

a) Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC.

b) Tính thể tích khối chóp S.ABC.

<u>Bài 8</u> : Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có chiều cao bằng h và $SAB = \alpha \left(30^0 < \alpha < 90^0\right)$.

a) Tính thể tích của khối chóp.

b) Xác định tâm và tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC.

<u>Bài 9</u> : Cho hình chóp S.ABCD có SA vuông góc với mp(ABCD), đáy ABCD là hình chữ nhật, AB = a, SC hợp với mặt đáy (ABCD) một góc bằng α và khoảng cách từ D tới mp(SAC) bằng $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

a) Tính thể tích của khối chóp S.ABCD.

b) Xác định tâm và bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD .

c) Tìm α để mặt cầu này có diện tích bằng $6\pi a^2$.

<u>Bài 10</u> : Hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác cân, AB = AC= a, mp(SBC) vuông góc mp(ABC) và SA = SB = a.

a) Chứng tỏ rằng SBC là một tam giác vuông.

b) Xác định tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC biết SC = x.

BÀI TẬP VỀ HÌNH TRỤ

- Hình lăng trụ nội tiếp hình trụ khi hai đáy của hình lăng trụ nội tiếp hai đường tròn đáy của hình trụ.
- Hình trụ nội tiếp mặt cầu khi hai đường tròn đáy của hình trụ nằm trên mặt cầu.

❖ Mặt cầu nội tiếp hình trụ khi mặt cầu tiếp xúc với hai mặt đáy của hình trụ và nhận mọi đường sinh của hình trụ là tiếp tuyến.

Bài 1: Cho hình trụ có bán kính đáy R, chiều cao cũng bằng R. Một hình vuông ABCD có hai cạnh AB và CD lần lượt là hai dây cung của hai đường tròn đáy. Mặt phẳng (ABCD) không vuông góc với mặt hẳng đáy của hình trụ.

a) Tính diện tích hình vuông ABCD.

b) Tính cosin góc giữa mặt phẳng chứa hình vuông và mặt phẳng đáy.

Bài 2 : Một hình trụ T có bán kính đáy R và chiều cao $R\sqrt{3}$.

a) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ T.

b) Tính thể tích của khối trụ giới hạn bởi hình trụ T.

c) Cho hai điểm A và B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho góc giữa AB và trục của hình trụ bằng 30^0. Tính khoảng cách giữa AB và trục của hình trụ T.

Bài 3 : Cho hình trụ có bán kính R, trục $OO^/$ = h.Một mặt phẳng (P) thay đổi đi qua O tạo với dáy hình trụ góc α cho trước và cắt hai đáy hình trụ đã cho theo các dây AB và CD (dây AB qua O) .Tính diện tích tứ giác ABCD.

Bài 4 : Một mặt phẳng đi qua trục của hình trụ T cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh 2R.

a) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ T.

b) Tính thể tích khối trụ T.

c) Tính thể tích khối lăng trụ tứ giác đều nội tiếp hình trụ T.

Bài 5 : Cho hình lăng trụ $ABCD.A^/B^/C^/D^/$ có đáy ABCD là hình thang cân có đáy nhỏ AB = a, đáy lớn CD = 4a, cạnh bên bằng $\frac{5a}{2}$, chiều cao hình lăng trụ bằng h.

a) Chứng minh rằng có hình trụ nội tiếp hình lăng trụ đã cho.

b) Tính diện tích toàn phần và thể tích của khối lăng trụ đó.

Bài 6 : Hình chóp tam giác đều S.ABC có SA = SB = SC = a và có góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng α. Tính diện tích xung quanh của hình trụ có đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác đáy của hình chóp và có chiều cao bằng chiều cao của hình chóp.

Bài 7 : Cho hình trụ T có bán kính R và chiều cao cũng bằng R. Một hình vuông ABCD có hai cạnh AB và CD lần lượt là hai dây cung của hai đường tròn đáy, cạnh AD và BC không phải là đường sinh của hình trụ T. Tính cạnh của hình vuông đó.

Bài 8 : Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O và $O^/$, bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a. Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A, trên đường tròn đáy tâm $O^/$ lấy điểm B sao cho AB = 2a. Tính thể tích của khối tứ diện $OO^/AB$.

Bài 9 : Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ nội tiếp trong một hình trụ cho trước, góc giữa đường thẳng B_1D và mặt phẳng$\left(ABB_1A_1\right)$ bằng 30^0. Khoảng cách từ trục hình trụ đến mặt phẳng $\left(ABB_1A_1\right)$ bằng

$\frac{3a}{2}$. Tính thể tích khối hộp đã cho và thể tích khối cầu ngoại tiếp khối hộp biết đường kính đáy của hình trụ bằng 5a.

Bài 10 : Một hình trụ có hai đáy là hai đường tròn tâm O và O/, bán kính r và chiều cao h = $r\sqrt{2}$.Gọi A là một điểm trên đường tròn tâm O và B là một điểm trên đường tròn tâm O/ sao cho OA vuông góc với O/B.

a) Chứng minh rằng các mặt của tứ diện OABO/ là những tam giác vuông. Tính thể tích của khối tứ diện này.

b) Gọi (α) là mặt phẳng qua AB và song song với OO/. Tính khoảng cách giữa trục OO/ và mặt phẳng (α) .

BÀI TẬP VỀ HÌNH NÓN

HÌNH NÓN NỘI TIẾP – NGOẠI TIẾP

- Hình nón nội tiếp hình chóp khi đáy là đường tròn nội tiếp đa giác đáy và đỉnh là đỉnh hình chóp.
- Hình chóp nội tiếp hình nón khi đáy hình chóp là đa giác nội tiếp đường tròn đáy hình nón các cạnh bên hình chóp là đường sinh của hình nón.
- Mặt cầu ngoại tiếp hình nón nếu mặt cầu đi qua đỉnh hình nón và qua đường tròn đáy của hình nón.
- Mặt cầu nội tiếp hình nón nếu nó tiếp xúc với mặt đáy của hình nón và tiếp xúc với mọi đường sinh của hình nón.
- Hình trụ nội tiếp hình nón khi hình trụ có một đáy nằm trong hình tròn đáy của hình nón còn đường tròn đáy kia của hình trụ nằm trên mặt xung quanh của hình nón.
- Hình nón nội tiếp hình trụ khi hình nón có đường tròn đáy trùng với một đường tròn đáy của hình trụ và đỉnh hình nón là tâm của đường tròn đáy kia của hình trụ.

Bài 1 : Cho hình nón có chiều cao h = 20cm, bán kính đáy R = 25cm.Tính diện tích thiết diện đi qua đỉnh và cách tâm của đáy một khoảng bằng 12cm.

Bài 2 : Một hình nón có bán kính đáy R, đường sinh hợp với đáy góc α.Tính bán kính đáy của hình trụ nội tiếp trong hình nón biết thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông.

Bài 3 : Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có AB = a, các mặt bên là các tam giác có góc ở đáy bằng α.Tính diện tích xung quanh của hình nón nội tiếp hình chóp đó.

Bài 4 : Cho hình nón đỉnh S, đường cao SO. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng a và $SAO = 30^0,\ SAB = 60^0$.Tính diện tích xung quanh của hình nón.

Bài 5: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có chiều cao SO = h và $SAB = \alpha\ \left(\alpha > 45^0\right)$.Tính diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông ABCD.

Bài 6 : Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có các cạnh bên bằng a, góc giữa các mặt bên và mặt đáy là α.Hình nón đỉnh S có đường tròn đáy nội tiếp tam giác đều ABC gọi là hình nón nội tiếp hình chóp đã cho.Hãy tính diện tích xung quanh của hình nón này theo a và α.

Bài 7: Cho tam giác ABC vuông tại A, AB = c, AC = b. Gọi V_1, V_2, V_3 là thể tích các khối tròn xoay sinh bởi tam giác đó (kể cả các điển trong) khi lần lượt quay quanh AB, AC, BC.

a) Tính V_1, V_2, V_3 theo b, c.

b) Chứng minh rằng $\frac{1}{V_3^2} = \frac{1}{V_1^2} + \frac{1}{V_2^2}$.

Bài 8 : Mặt phẳng(P) qua đỉnh hình nón cắt đường tròn đáy một cung α và (P) tạo với đáy một góc β.

a) Tính góc ở đỉnh của thiết diện do (P) cắt mặt nón.

b) Cho biết khoảng cách từ tâm O của đáy đến mặt phẳng (P) bằng a. Hãy tính thể tích của khối nón.

Bài 9 : Cho hình nón có đỉnh S, độ dài đường sinh bằng a, góc giữa đường sinh và đáy bằng α

a) Tính thể tích và diện tích xung quanh của hình nón.

b) Một mặt phẳng (P) qua đỉnh S của hình nón và hợp với đáy một góc bằng 60^0, mặt phẳng (P) cắt mặt nón theo giao tuyến SA, SB. Tính diện tích tam giác SAB và khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến mp(P).

Bài 10 : Cho mặt cầu đường kính AB = 2R, I là điểm trên AB sao cho AI = h (0 < h < R). Mặt phẳng vuông góc với AB tại I cắt mặt cầu theo đường tròn (C). Tính thể tích khối nón có đỉnh A và đáy là đường tròn (C). Tính h để thể tích này lớn nhất.

Bài 11 : Cho mặt cầu tâm O bán kính R, một hình nón nội tiếp trong hình cầu có chiều cao bằng x

(0 < x <2R). Tính thể tích khối nón và tìm x để thể tích này lớn nhất.

Bài 12 : Gọi V và S lần lượt là thể tích và diện tích toàn phần của hình nón và gọi r là bán kính mặt cầu nội tiếp trong hình nón. Chứng minh $r = \frac{3V}{S}$.

Bài 13 : Cho hình nón có bán kính đáy bằng a, chiều cao bằng 3a. Tính thể tích của khối trụ có diện tích toàn phần lớn nhất nội tiếp trong hình nón.

BÀI TẬP TỔNG HỢP

Bài 1 : Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều , cạnh đáy bằng a, góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy là 60^0 và hình chiếu H của đỉnh A trên mp$\left(A'B'C'\right)$ trùng với trung điểm của cạnh $B'C'$.

a) Tính khoảng cách giữa hai mặt đáy.

b) Tính góc giữa hai đường thẳng BC và AC'.

c) Tính góc giữa mp($ABB^{/}A^{/}$) và mặt đáy.

d) Tính thể tích của khối lăng trụ.

<u>Bài 2</u> : Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD.

a) Biết AB = a và góc giữa mặt bên và đáy bằng α, tính thể tích khối chóp theo a và α.

b) Biết độ dài của đoạn thẳng nối đỉnh hình chóp với trung điểm của một cạnh đáy bằng d và góc giữa cạnh bên và đáy bằng φ, tính thể tích của khối chóp theo d và φ.

<u>Bài 3</u> : Cho tam giác cân ABC có góc $\dot{B}AC = 120^0$ và đường cao AH = $a\sqrt{2}$. Trên đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại A lấy hai điểm I và J ở về hai phía của điểm A sao cho IBC là tam giác đều và JBC là tam giác vuông cân.

a) Tính theo a độ dài các cạnh của tam giác ABC.

b) Tính theo a độ dài AI, AJ.

c) Chứng minh rằng BIJ, CIJ là các tam giác vuông.

d) Xác định tâm và tính theo a bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện IJBC.

e) Xác định tâm và tính theo a bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện IABC.

<u>Bài 4</u> : Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD.

a) Biết AB = a và SA = l, tính thể tích khối chóp theo a và l.

b) Biết SA = l và góc giữa mặt bên và đáy bằng α.Tính thể tích khối chóp theo α và l.

<u>Bài 5</u> : Cho hình chóp P.ABC có hai mặt bên (PAD) và (PAC) cùng vuông góc với đáy. Đáy tam giác ABC là một tam giác cân đỉnh A có trung tuyến AD = m. PB tạo với đáy một góc α và tạo với mặt phẳng (PAD) một góc β.

a) Xác định các góc α và β.

b) Chứng minh $PB^2 = PA^2 + AD^2 + BD^2$.

c) Tính thể tích của khối chóp P.ABC.

<u>Bài 6</u> : Một hình trụ T có bán kính đáy R và chiều cao $R\sqrt{3}$.

a) Tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ T.

b) Tính thể tích của khối trụ giới hạn bởi hình trụ T.

c) Cho hai điểm A và B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho góc giữa AB và trục của hình trụ bằng 30^0. Tính khoảng cách giữa AB và trục của hình trụ.

<u>Bài 7</u> : Hình lăng trụ đứng $ABC.A^{/}B^{/}C^{/}$ có đáy ABC là một tam giác vuông tại A và AC = b, góc C bằng 60^0 . Đường chéo của mặt bên $\left(BB^{/}C^{/}C\right)$ tạo với mp$\left(AA^{/}C^{/}C\right)$ một góc 30^0.

a) Tính độ dài đoạn $AC^{/}$.

b) Tính thể tích của khối lăng trụ.

Bài 8 : Cho hình nón tròn xoay (H) đỉnh S,đáy là hình tròn bán kính R, chiều cao bằng h .Gọi ($H^{/}$) là hình trụ tròn xoay có đáy là hình tròn bán kính r (0 < r < R) nội tiếp (H).

1) Tính tỉ số thể tích của ($H^{/}$) và (H).

2) Xác định r để ($H^{/}$) có thể tích lớn nhất.

Bài 9 : Trên cạnh AD của hình vuông ABCD có độ dài cạnh là a, lấy điểm M sao cho AM = x $\left(0 \le x \le a\right)$.Trên nửa đường thẳng Ax vuông góc với mặt phẳng hình vuông tại điểm A, lấy điểm S sao cho SA =y (y > 0).

a) Chứng minh rằng $\left(SAB\right) \perp \left(SBC\right)$.

b) Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SAC).

c) Tính thể tích khối chóp S.ABCM theo a, y và x.

d) Biết rằng $x^2 + y^2 = a^2$.Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp S.ABCM.

Bài 10 : Cho hình nón đỉnh S đường cao SO , A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng a và $\widehat{SAO} = 30^0, \widehat{SAB} = 60^0$.Tính diện tích xung quanh của hình nón.

Bài 11 : Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, cạnh bên SB bằng $a\sqrt{3}$.

1) Tính thể tích khối chóp.

2) Chứng minh trung điểm của cạnh SC là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD.

Bài 12 : Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác ABC vuông cân tại đỉnh B, BA = BC = 2a, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng đáy (ABC) là trung điểm E của AB và SE = 2a. Gọi I , J lần lượt là trung điểm của EC, SC; M là điểm di động trên tia đối của tia BA sao cho $\widehat{ECM} = \alpha \left(\alpha < 90^0\right)$ và H là hình chiếu vuông góc của S trên MC. Tính thể tích của khối tứ diện EHIJ theo a, α và tim α để thể tích đó lớn nhất.

CÁC ĐỀ THI

Bài 1 : (TỐT NGHIỆP THPT PHÂN BAN – NĂM 2006)

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, cạnh bên SB bằng $a\sqrt{3}$.

1) Tính thể tích khối chóp S.ABCD.

2) Chứng minh trung điểm của cạnh SC là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD.

Bài 2 : (TỐT NGHIỆP THPT PHÂN BAN – NĂM 2007)

Cho hình chóp tam giác S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại đỉnh B, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết SA = AB = BC = a. Tính thể tích của khối chóp S.ABC.

<u>Bài 3</u>: (TỐT NGHIỆP THPT PHÂN BAN – NĂM 2008 – lần 1)

Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng 2a .Gọi I là trung điểm của cạnh BC.

1) Chứng minh SA vuông góc với BC.

2) Tính thể tích khối chóp S.ABI theo a.

<u>Bài 4</u> : (TỐT NGHIỆP THPT PHÂN BAN – NĂM 2008 – lần 2)

Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác ABC vuông tại B, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng ABC. Biết AB = a, BC = $a\sqrt{3}$ và SA = 3a.

1) Tính thể tích khối chóp S.ABC theo a.

2) Gọi I là trung điểm của cạnh SC, tính độ dài đoạn thẳng BI theo a.

<u>Bài 5</u> : (TỐT NGHIỆP THPT – NĂM 2009)

Cho hình chóp S.ABC có mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $BAC = 120^0$, tính thể tích của khối chóp S.ABC theo a.

<u>Bài 6</u> : (ĐẠI HỌC KHỐI A – NĂM 2009)

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và D ; AB = AD = 2a; CD = a; góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABCD) bằng 60^0. Gọi I là trung điểm của cạnh AD. Biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABCD), tính thể tích khối chóp S.ABCD theo a.

<u>Bài 7</u> : (ĐẠI HỌC KHỐI B – NĂM 2009)

Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A^/B^/C^/$ có $BB^/$ = a; góc giữa đường thẳng $BB^/$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0 ; tam giác ABC vuông tại C và $BAC = 60^0$ .Hình chiếu vuông góc của điểm $B^/$ lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Tính thể tích khối tứ diện $A^/ABC$ theo a.

<u>Bài 8</u> : (ĐẠI HỌC KHỐI D – NĂM 2009)

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A^/B^/C^/$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, AB = a ; $AA^/$ = 2a ; $A^/C$ = 3a. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng $A^/C^/$, I là giao điểm của AM và $A^/C$. Tính theo a thể tích của khối tứ diện IABC và khoảng cách tứ điểm A đến mặt phẳng (IBC).

<u>Bài 9</u> : (CAO ĐẲNG KHỐI A – NĂM 2009)

Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có AB = a ; SA = $a\sqrt{2}$. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB và CD. Chứng minh rằng đường thẳng MN vuông góc với đường thẳng SP. Tính theo a thể tích khối tứ diện AMNP.

<u>Bài 10</u> : (ĐẠI HỌC KHỐI A – NĂM 2008)

Cho lăng trụ $ABC.A^/B^/C^/$ có độ dài cạnh bên bằng 2a, đáy ABC là tam giác vuông tại A, AB = a, AC = $a\sqrt{3}$ và hình chiếu vuông góc của đỉnh $A^/$ trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh BC. Tính theo a thể tích khối chóp $A^/.ABC$ và tính cosin của góc giữa hai đường thẳng $AA^/$, $B^/C^/$.

Bài 11 : (ĐẠI HỌC KHỐI B – NĂM 2008)

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh 2a, SA = a, SB = $a\sqrt{3}$ và mặt phẳng (SAB)

Vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. Tính theo a thể tích của khối chóp S.BMDN và tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SM, DN.

Bài 12 : (ĐẠI HỌC KHỐI D – NĂM 2008)

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, AB = BC = a, cạnh bên AA' = $a\sqrt{2}$ .Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AM, B'C.

Bài 13 : (CAO ĐẲNG KHỐI A – NĂM 2008)

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang, $\widehat{BAD} = \widehat{ABC} = 90^0$, AB = BC = a, AD = 2a, SA vu6ng góc với đáy và SA = 2a. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của SA , SD.Chứng minh rằng BCNM là hình chữ nhật và tính thể tích của khối chóp S.BCNM theo a.

Bài 14 : (ĐẠI HỌC KHỐI A – NĂM 2007)

Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, BC, CD. Chứng minh AM vuông góc với BP và tính thể tích của khối tứ diện CMNP.

Bài 15 : (ĐẠI HỌC KHỐI B – NĂM 2007)

Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a. Gọi E là điểm đối xứng của D qua trung điểm của SA, M là trung điểm của AE, N là trung điểm của BC. Chứng minh MN vuông góc với BD và tính (theo a) khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và AC.

Bài 16 : (ĐẠI HỌC KHỐI D – NĂM 2007)

Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang , $\widehat{ABC} = \widehat{BAD} = 90^0$, BA = BC = a, AD = 2a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và SA = $a\sqrt{2}$ .Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB. Chứng minh tam giác SCD vuông và tính (theo a) khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SCD).

Bài 17 : (ĐẠI HỌC KHỐI A – NĂM 2006)

Cho hình trụ có các đáy là hai hình tròn tâm O và O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a. Trên đường tròn tâm O lấy điểm A. Trên đường tròn tâm O' lấy điểm B sao cho AB = 2a. Tính thể tích của khối tứ diện OO'AB.

Bài 18 : (ĐẠI HỌC KHỐI B – NĂM 2006)

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với AB = a, AD = $a\sqrt{2}$, SA = a và SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và SC. I là giao điểm của BM và AC. Chứng minh rằng mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (SMB). Tính thể tích của khối tứ diện ANIB.

Bài 19 : (ĐẠI HỌC KHỐI D – NĂM 2006)

Cho hình chóp tam giác S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA = 2a và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC).Gọi M,N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng SB và

SC.Tính thể tích khối chóp A.BCNM.