BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2015**

Môn thi: TOÁN – Giáo dục trung học phổ thông

ĐỀ THI CHÍNH THỨC **Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề**

Câu 1 ***(1,0 điểm)*** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x$

Câu 2 ***(1,0 điểm)*** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn [1;3]

Câu 3 (1,0 điểm)

a) Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z - 1 + 5i = 0$. Tìm phần thực và phần ảo của z

b) Giải phương trình : $log_2(x^2 + x + 2) = 3$

Câu 4 (1,0 điểm)Tính tích phân $I = \int_0^1 (x-3)e^x\,dx$

Câu 5(1,0 điểm) : Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho các điểm A (1;-2;1), B(2;1;3) và mặt phẳng (P) $x - y + 2z - 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AB và tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng (P).

Câu 6 (1,0 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức $P = (1 - 3cos 2\alpha)(2 + 3cos 2\alpha)$ biết $sin\alpha = \frac{2}{3}$

b) Trong đợt phòng chống dịch MERS-CoV. Sở y tế thành phố đã chọn ngẫu nhiên 3 đội phòng chống dịch cơ động trong số 5 đội của Trung tâm y tế dự phòng TPHCM và 20 đội của Trung tâm y tế cơ sở để kiểm tra công tác chuẩn bị. Tính xác suất để có ít nhất 2 đội của các Trung tâm y tế cơ sở được chọn.

Câu 7(1,0 điểm): Cho hình chóp *S.ABCD có đáy ACBD là hình vuông cạnh a*, SA vuông góc với mặt phẳng *(ABCD)*, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng *(ACBD)* bằng 45^0.. Tính theo a thể tích của khối chóp *S.ABCD* và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB,AC.

Câu 8 (1,0 điểm): Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi H là hình chiếu của A trên cạnh BC; D là điểm đối xứng của B qua H; K là hình chiếu của vuông góc C trên đường thẳng AD. Giả sử H (-5;-5), K (9;-3) và trung điểm của cạnh AC thuộc đường thẳng : x - y + 10 = 0 . Tìm tọa độ điểm A

Câu 9(1,0 điểm) : Giải phương trình : $\frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 2x + 3} = (x+1)(\sqrt{x+2} - 2)$ trên tập số thực

Câu 10 (1,0 điểm) Cho các số thực a,b,c thuộc đoạn [1,3] và thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 6$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 12abc + 72}{ab + bc + ca} - \frac{1}{2}abc$$

BÀI GIẢI

Câu 1:

a) Tập xác định là R, y' = $3x^2$-3, y' = 0 $\Leftrightarrow x$ = -1 hay x = 1

Đồ thị hàm số đạt 2 cực trị tại: A (-1 ; 2) hay B (1 ; -2)

$\lim_{x\to-\infty} y = -\infty$ và $\lim_{x\to+\infty} y = +\infty$.

Bảng biến thiên

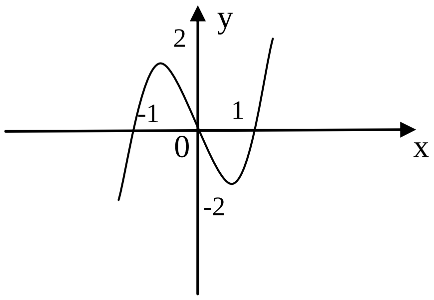
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y’		+	0	–	0	+	
y	$-\infty$	↗	2 CĐ	↘	-2 CT	↗	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên 2 khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$

Hàm số nghịch biến trên (-1;1)

y" = 6x; y'' = 0 $\Leftrightarrow$ x = 0. Điểm uốn I (0; 0)

<u>Đồ thị</u> :



Câu 2: f'(x) = $1-\dfrac{4}{x^2}$ trên [1; 3] ta có : f'(x) = 0 $\Leftrightarrow x=2$

f(1) = 5; f(2) = 4; f(3) = $\dfrac{13}{3}$. Vậy : $\min\limits_{[1;3]} f(x)=4$; $\max\limits_{[1;3]} f(x)=5$.

Câu 3: a) (1 – i)z – 1 + 5i = 0 $\Leftrightarrow$ (1 – i)z = 1 – 5i

$$\Leftrightarrow\ z=\frac{1-5i}{1-i}=\frac{(1-5i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{1-4i-5i^2}{2}=3-2i$$

Vậy phần thực của z là 3; phần ảo của z là -2.

b) $\log_2(x^2+x+2)=3=\log_2 8 \Leftrightarrow x^2+x+2=8 \Leftrightarrow x=2\, hay\, x=-3$

Câu 4: $I=\int_0^1 (x-3)e^x dx$

Đặt u = x – 3 $\Rightarrow du=dx$. Đặt dv = e^xdx , chọn v = e^x

I = $(x-3)e^x\Big|_0^1-\int\limits_0^1 e^x dx=-2e+3-e^x\Big|_0^1=4-3e$

Câu 5: a) AB đi qua A (1; -2; 1) và có 1 VTCP $\overrightarrow{AB}$ =(1; 3; 2) nên có pt:

$$\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-1}{2}$$

b) Tọa độ giao điểm M của AB và (P) là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases}\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-1}{2}\\ x-y+2z-3=0\end{cases} \Leftrightarrow M(0;-5;-1)$$

Câu 6:

a) P = $\left[1-3(1-2\sin^2\alpha)\right]\left[2+3(1-2\sin^2\alpha)\right] \Rightarrow P=\left[1-3(1-\frac{8}{9})\right]\left[2+3(\frac{1}{9})\right]=\frac{14}{9}$

b) Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_{25}^3=2300$

A là biến cố có ít nhất 2 đội của các trung tâm y tế cơ sở.

Số phân tử của A là : n(A) = $C_{20}^2C_5^1+C_{20}^3=2090$

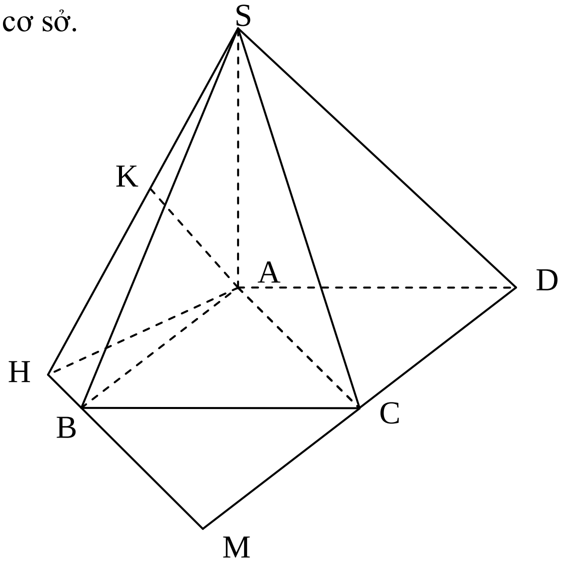
Xác suất thỏa ycbt là : P = $\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{209}{230}$

Câu 7:

a) Do góc SCA = 45^o nên tam giác SAC vuông cân tại A

Ta có AS = AC =

$=a\sqrt{2} \Leftrightarrow V=\dfrac{1}{3}a^2.a\sqrt{2}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$



b) Gọi M sao cho ABMC là hình bình hành

Vẽ AH vuông góc với BM tại H, AK vuông góc SH tại K

Suy ra, AK vuông góc (SBM)

Ta có: $\frac{1}{AK^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{2a^2}+\frac{4}{2a^2}=\frac{5}{2a^2}$

Vì AC song song (SBM) suy ra d(AC, SB) = d(A; (SBM)) = AK = $\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

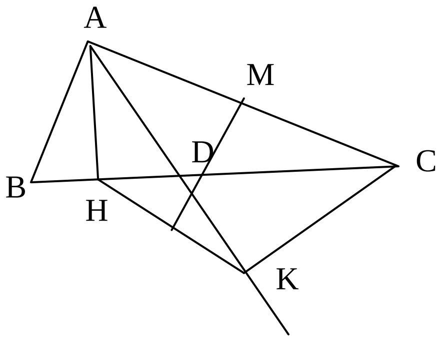
Câu 8:

Đường trung trực HK có phương trình y = -7x + 10

cắt phương trình (d): x – y + 10 = 0 tại điểm M (0; 10).

Vì ΔHAK cân tại H nên điểm A chính là điểm đối xứng

của K qua MH : y = 3x + 10, vậy tọa độ điểm A (-15; 5).



Câu 9: ĐK : x ≥ -2

$$\frac{(x-2)(x+4)}{x^2-2x+3}=(x+1)\frac{x-2}{\sqrt{x+2}+2}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ \frac{x+4}{x^2-2x+3}=\frac{x+1}{\sqrt{x+2}+2} \quad (1)\end{array}\right.$$

$$(1)\Leftrightarrow (x+4)(\sqrt{x+2}+2)=(x+1)(x^2-2x+3)$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x+2}^2+2)(\sqrt{x+2}+2)=\left[(x-1)+2\right]\left[(x-1)^2+2\right] \quad (2)$$

Đặt f(t) = $(t+2)(t^2+2)=t^3+2t^2+2t+4$ với $\forall t\in R$

$f'(t)=3t^2+4t+2>0 \Rightarrow$ f(t) đồng biến

Vậy (2) $\Leftrightarrow x-1=\sqrt{x+2}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 1 \\ x^2-2x+1=x+2\end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{3+\sqrt{13}}{2}$. Vậy x = 2 hay x = $\frac{3+\sqrt{13}}{2}$

Câu 10: P = $\frac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+12abc+72}{ab+bc+ca}-\frac{1}{2}abc$

Ta có : $(ab+bc+ca)^2=a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+2abc(a+b+c)$

$= a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+12abc$

Đặt x = ab + bc + ca ≤ $\frac{(a+b+c)^2}{3}=12$

Ta có : a, b, c $\in [1;3]$

$\Rightarrow (a-1)(b-1)(c-1)\ge 0 \Rightarrow abc-(ab+bc+ac)+a+b+c-1\ge 0$

$\Rightarrow abc-x+5\ge 0 \Rightarrow abc\ge x-5$

Lại có : $(a-3)(b-3)(c-3)\le 0 \Rightarrow abc-3(ab+bc+ac)+9(a+b+c)-27\le 0$

$\Rightarrow abc\le 3x-27$

Vậy : 3x – 27 ≥ abc ≥ x – 5

3x – 27 ≥ x – 5 ⇒ 2x ≥ 22 ⇒ x ≥ 11

P = $\frac{x^2+72}{x}-\frac{1}{2}abc\le\frac{x^2+72}{x}-\frac{1}{2}(x-5)=\frac{x}{2}+\frac{72}{x}+\frac{5}{2}$ (x thuộc [11; 12])

$\Rightarrow$ P’ = $\frac{1}{2}-\frac{72}{x^2}\le 0 \Rightarrow P\le\frac{11}{2}+\frac{72}{11}+\frac{5}{2}=\frac{160}{11}$

P = $\frac{160}{11}$ khi a = 1, b = 2, c = 3. Vậy maxP = $\frac{160}{11}$.

Lê Văn Kỳ, Nguyễn Hồng Nghĩa, Hồ Vĩnh Đông
(Trường THPT Vĩnh Viễn – TP.HCM)