

Matemáticas de Gestión del Dinero (Recopilación)

Las matemáticas de la Teoría de Juegos constituyen un pilar fundamental de técnicas aplicadas a las Inversiones. El presente artículo resume algunos fundamentos esenciales y consecuencias derivadas.

El concepto básico se denomina Esperanza Matemática de un Juego, se define como *“la cantidad promedio que se espera ganar o perder en cada apuesta”*.

Si la Esperanza Matemática para el Jugador es positiva se habla de “Ventaja para el Jugador” y si es negativa de “Ventaja para la Casa”.

La Esperanza Matemática - Mathematical Expectation- ME se define como

$$ME = (Probabilidad\ de\ Ganar * Ganancia\ Promedio) - (Probabilidad\ de\ Perder * Pérdida\ Promedio)$$

y repetido para cada uno de los resultados posibles.

Matemáticamente se expresa

$$ME = \sum_{i=1}^N (P_i * A_i)$$

Donde:

P es la probabilidad de Ganar o Perder, A es la cantidad Ganada o Perdida, N el número de resultados posibles.

Ejemplo de La Ruleta

Una ruleta estándar tiene 38 casillas, los números 1 a 36 en los que alternan el rojo y el verde, más las celdas especiales 0 y 00. Un jugador puede apostar por ejemplo al rojo o al verde. Si sale su color gana la misma cantidad apostada y si es diferente la pierde.

El jugador apuesta 10 euros al color rojo ¿Qué ocurre como termino medio?

Como hay 18 casillas rojas de un total de 38 la probabilidad de ganar es $18 / 38 \rightarrow 47,4 \%$, y de que no salga el rojo, de perder es de $20 / 38 \rightarrow 52,6\%$

La Esperanza Matemática de este Juego es $ME = [(18 / 38) * 10] + [(20 / 38) * (-10)] = -0,52$.

Este Juego tiene una Esperanza Matemática de Pérdida para el Jugador de 0,52 euros por apuesta.

¿Qué significa que el valor de ME sea negativo?

Que es ventajoso para la Casa. En este juego no importa el Tamaño de las apuestas, ni el orden, ni el método ideado para batir a la Casa. Puesto que la Esperanza Matemática para el Jugador es negativa **no existe una técnica** que haga ganar dinero de manera consistente en periodos prolongados de tiempo.

La mayoría de Juegos Organizados de Azar, Loterías, Casinos tienen una Esperanza Matemática ME para el Jugador negativa o probabilidad de Ganancia inferior al 50%. Eso sí, el valor de ME suele ser pequeño para que el Jugador no abandone definitivamente el juego y repita apuestas.

Para que el Juego sea muy beneficioso para la Casa solo falta un ingrediente que es aplicar la *Ley de los Grandes Números*. Esta teoría establece que si en un juego alguien tiene ventaja promedio por pequeña que sea, si juega durante un periodo prolongado acabará por delante y viceversa. La Casa ganará seguro a medida que se multipliquen las diferentes apuestas y que perdure en el tiempo. En resumen, en los juegos organizados de azar y loterías, para Ganar el Jugador necesitará suerte, la Casa solo paciencia.

Ejemplo de la Lotería de 49 números

Este juego está bastante extendido en muchos países del mundo. El primer premio del juego consiste en acertar 6 números de entre los 49 posibles.

Obviamente es un Juego diseñado con Ventaja para la Casa. El jugador tiene aproximadamente 1 probabilidad entre 14 millones de conseguir el premio.

¿Qué significa esto suponiendo que una apuesta cuesta 1 euro?

- Cuando el premio sea inferior a 14 millones de Euros estamos en un Juego con ME negativa o pérdida para el Jugador. Cuanto menor sea el premio mayor es la expectativa de pérdida.

En general la mente humana es incapaz de entender el significado de números con más de cinco cifras. Es habitual que el recuento de asistentes a una manifestación oscile entre los 10,000 y los 100,000. El desconocimiento es total cuando se incorporan cifras adicionales. Para intentar comprender las probabilidades del Juego de Lotería de los 49 números podríamos exponerlo diciendo que suponiendo la existencia de personas inmortales que nacieron en la época de los faraones, que jueguen 1 vez por semana, todavía no habrían conseguido el premio y necesitarían de ¡ otras 68 ! vidas similares.

Hay todavía países donde los Estados promueven o son propietarios de Juegos de Azar algo poco ético pensando en las personas ludópatas o en los niños. En estos Juegos de ventaja negativa para el Jugador acecha la *Teoría de la Ruina (Gambler's Ruin)*, que en resumen expresa que apostando permanentemente está predestinado a perderlo todo. La ludopatía en realidad es fácil de curar, bastaría con cambiar el diseño del juego permitiendo un juego equitativo, o como se hace en las cajetillas de tabaco, advirtiéndolo cuando compra una apuesta que “Tiene mayor probabilidad de Perder que de Ganar” o que “Tiene una posibilidad cierta de Ruina si juega muy a menudo”.

Otra forma habitual de referirse a Ventajas en los Juegos es hacerlo mediante Probabilidades. Una Probabilidad de Ganancia mayor del 50% es equivalente a hablar de una Esperanza Matemática positiva. Una Probabilidad de Ganancia menor del 50% es equivalente a hablar de una Esperanza Matemática negativa.

Consecuencias en elección de Juegos, métodos y técnicas de Inversión

- Si el valor de ME es Negativo:
 - No existen técnicas de Gestión de Dinero que a lo largo del tiempo le hagan ganar en el juego o inversión. Un Juego o sistema Perdedor no puede transformarse en Ganador mediante la Gestión del Dinero. Las apuestas continuadas a lo largo del tiempo le conducirán a la Pérdida completa del capital. En el caso de que haya que usar alguna técnica de Gestión del Dinero se utilizará la “menos mala” que consiste en no

aplicar la *Ley de los Grandes Números*, esto es, apostar durante el menor tiempo posible y minimizar el número de apuestas, es decir apostar 1 sola vez la menor cantidad posible

- Si el valor de ME es Positivo
 - Es la única posibilidad que el Jugador tiene para hacer dinero de manera consistente en tiempos prolongados. En este caso existen técnicas de Gestión de Dinero que le permitirán preservar e incrementar su capital a lo largo del tiempo.

Elección y Diseño de Métodos de Inversión

- Seleccione métodos o técnicas de inversión que tengan una Esperanza Matemática positiva o Probabilidad de Ganancia superior al 50%.
- El método es mejor cuanto mayor sea ME y la Probabilidad de Ganancia. Es preferible un juego con una ME de 82 Euros a otro de 22 Euros, y un juego con probabilidad de Ganar del 82% a otro del 53%.
- Con el reto de obtener técnicas de inversión de altas probabilidades de ganancia, es frecuente cometer el error denominado de Sobreoptimización. El fallo de la *sobreoptimización* se produce cuando al método se le añaden gradualmente más reglas, parámetros e indicadores con el objeto de maximizar los beneficios durante las pruebas con datos históricos -back testing-. Tenga en cuenta que a medida que incluya nuevas reglas –nuevas dependencias según el lenguaje matemático- estará disminuyendo su poder de predicción. Elija métodos con probabilidad de Ganancia altos y que sean lo más simple posibles. Aquellos que necesiten de muchas reglas simplemente no funcionarán de manera consistente.

¿Debo Reinvertir las Ganancias?

Es una pregunta frecuente entre los que emplean métodos de inversión. Obviamente si la probabilidad de ganancia es próxima al 100%, caso de que su método sea invertir en depósitos financieros con capital asegurado, si puede –o debe- reinvertir las ganancias. Excluyendo esta excepción, debe tener en cuenta que si *usa un Método que reinvierte los beneficios, un Método Ganador puede convertirse en Perdedor pero no al contrario.*

Ejemplo de Inversiones Con o Sin Reinversión

A continuación se ilustra el resultado de un método que invierte 1,000 € en dos operaciones consecutivas: en la primera se gana un 60% y en la segunda se pierde un 40%. En el caso con Reinversión se reinvierte el Principal más las Ganancias y en el caso Sin Reinversión solo el capital Principal.

RESULTADO DE INVERTIR CON / SIN REINVERSIÓN 1,000 €			
CON REINVERSIÓN			
	Ganancia / Pérdida	Resultado	Acumulado
Operación 1	60%	600	1600
Operación 2 Reinvierto 1,600	-40%	-640	960
SIN REINVERSIÓN			
	Ganancia / Pérdida	Resultado	Acumulado
Operación 1	60%	600	1600
Operación 2 Invierto de nuevo 1,000	-40%	-400	1200

Además se puede comprobar algo que parece que va contra el sentido común, que el cambio en la secuencia u orden de las operaciones no afecta al resultado final. Recuerde la reinversión de beneficios puede convertir un método Ganador en Perdedor pero nunca transformará a un Perdedor en Ganador.

Composición de Carteras

- Rentabilidad y Riesgo no tienen una relación lineal. No por asumir más riesgo se va a obtener una mayor rentabilidad. Existen curvas de Rentabilidad eficientes, -Rentabilidad versus Riesgo- donde se maximiza la Rentabilidad para un Riesgo dado (o se minimiza el Riesgo para una Rentabilidad dada).
- La diversificación de una Cartera reduce el **Drawdown** (o pérdida transitoria de una inversión) en mucha menor cuantía de lo que se cree.

- Una Cartera óptima cercana a una frontera eficiente en el sentido de Markowitz, conlleva importantes Drawdowns. Puesto que una cartera óptima debería incluir componentes de mayor Volatilidad se concluye que muchos inversores no tienen carteras eficientes simplemente porque no soportan que uno de sus activos pierda por ejemplo un 16 %.
- Los Drawdowns deben ser tenidos en cuenta para elaborar carteras óptimas. Para dimensionar sus inversiones, recuerde que en una primera aproximación existe una relación inversa entre cantidad a asignar (allocation) versus drawdown.