1 公式

1.1 导数

可导必连续，不连续必不可导

求某一点 x_0 的导数: 用导数的定义 $\lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$

导数的几何意义

切线的斜率 k
切线方程:$y - y_0 = k(x - x_0)$

设 $f(x)$ 是 $(-a\ a)$ 上的偶 (奇) 函数且可导，则 $f(x)^{'}$ 是 $(-a\ a)$ 上的奇 (偶) 函数
设 $f(x)$ 以 T 为周期且可导，则 $f(x)^{'}$ 也以 T 为周期

可导 $\pm$ 不可导 $=$ 不可导

$y = f(x)$ 的反函数为 $x = \phi(y)$，则 $f^{'}(x) = \frac{1}{\phi^{'}(y)}$

复合函数求导: 从外到里层层求导

$f(x)$ 可导，$g(x)$ 连续但不可导，若 $f(x) \cdot g(x)$ 在 x_0 处可导，则 $f(x_0) = 0$

1.2 基本求导公式

$(C)^{'} = 0$
$(x^u)^{'} = ux^{u-1}$
$(\sin x)^{'} = \cos x$
$(\cos x)^{'} = -\sin x$
$(\tan x)^{'} = \sec^2 x$
$(\cot x)^{'} = -\csc^2 x$
$(\sec x)^{'} = \sec x \tan x$
$(\csc x)^{'} = -\csc x \cot x$
$(a^x)^{'} = a^x lna$
$(e^x)^{'} = e^x$
$(log_a x)^{'} = \frac{1}{xlna}$
$(lnx)^{'} = \frac{1}{x}$
$(\arcsin x)^{'} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$(\arccos x)^{'} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$(\arctan x)^{'} = \frac{1}{1+x^2}$
$(\mathrm{arccot} x)^{'} = -\frac{1}{1+x^2}$
$(ln|x|)^{'} = \frac{1}{x}$

1.3 导数的四则运算

设 u v 均可导，则:
$(u \pm v)^{'} = u^{'} + v^{'}$
$(uv)^{'} = u^{'}v + uv^{'}$

$(\frac{u}{v})^{'}=\frac{u^{'}v-uv^{'}}{v^2}$

1.4 求 n 阶导数

$(e^{ax+b})^{(n)}=a^n e^{ax+b}$
$[\sin(ax+b)]^{(n)}=a^n\sin(ax+b+\frac{n\pi}{2})$
$[\cos(ax+b)]^{(n)}=a^n\cos(ax+b+\frac{n\pi}{2})$
$[ln(ax+b)]^{(n)}=(-1)^{n-1}a^n\frac{(n-1)!}{(ax+b)^n}$
$(\frac{1}{ax+b})^{(n)}=(-1)^n a^n\frac{(n)!}{(ax+b)^{n+1}}$

若 $f(x)$ 可分解成 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$，且知道 $f_1^{(n)}(x)$ 和 $f_2^{(n)}(x)$，则 $f^{(n)}(x)=f_1^{(n)}(x)+f_2^{(n)}(x)$

莱布尼兹公式

$(uv)^{(n)}=\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k u^{(n-k)}v^{(k)}=\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k u^{(k)}v^{(n-k)}$
$C_n^m=\frac{n!}{m!(n-m)!}$
$C_n^0=1$

1.5 隐函数求导

$y=y(x)$ 由方程 $F(x\ y)=0$ 确定，
在方程 $F(x\ y)=0$ 两端直接对 x 求导

1.6 参数方程求导

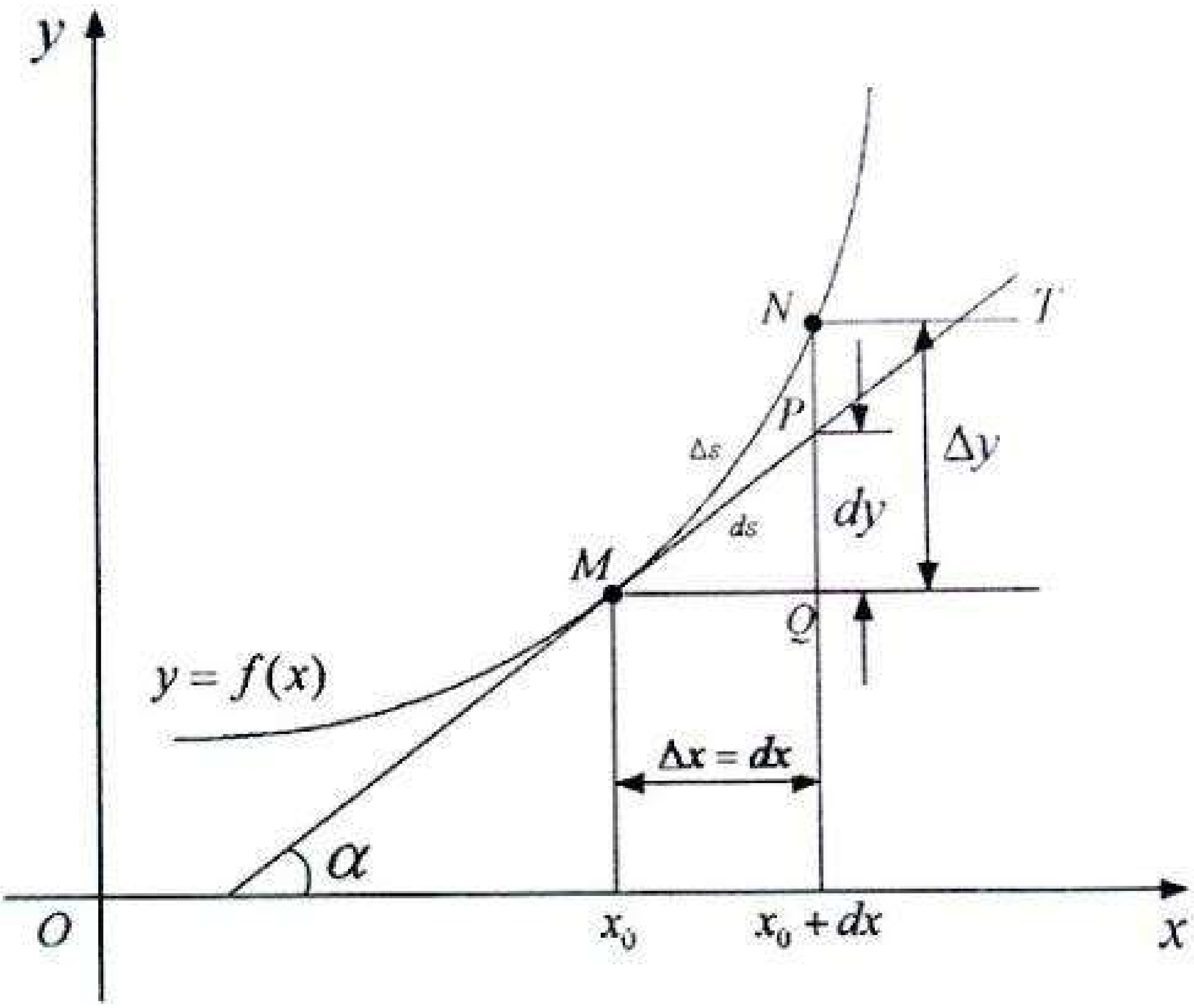
$y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = \phi(t) \\ y = \Phi(t) \end{cases}$ 确定，且 $\phi(t)$ 和 $\Phi(t)$ 均可导，则 $y^{'} = \frac{y_t^{'}}{x_t^{'}} = \frac{\Phi^{'}(t)}{\phi^{'}(t)}$

1.7 微分

微分的定义: 设函数 $y = f(x)$ 在 x_0 的邻域内有定义，如果函数的增量 $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ 可表示为 $\Delta y = A\Delta x + o(\Delta x)$(其中 A 是不依赖于 Δx 的常数，那么称函数 $f(x)$ 在点 x_0 是可微的，且 $A\Delta x$ 称作函数在点 x_0 相应于自变量增量 Δx 的微分，记作 dy，即 $dy = A\Delta x$

若 x 是自变量，则 $\Delta x = dx$

可微必可导，可导必可微，且 $dy = f^{'}(x)dx$



y
N
T
P
Δs
Δy
dy
ds
M
Q
y = f(x)
Δx = dx
α
O
x₀
x₀ + dx
x