1 导数

可导必连续，不连续必不可导

求某一点 x_0 的导数：用导数的定义 $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$

导数的几何意义：切线的斜率 k
切线方程：$y-y_0=k(x-x_0)$

设 $f(x)$ 是 $(-a\ a)$ 上的偶 (奇) 函数且可导，则 $f(x)^{'}$ 是 $(-a\ a)$ 上的奇 (偶) 函数
设 $f(x)$ 以 T 为周期且可导，则 $f(x)^{'}$ 也以 T 为周期

可导 $\pm$ 不可导 $=$ 不可导

$y=f(x)$ 的反函数为 $x=\phi(y)$，则 $f^{'}(x)=\frac{1}{\phi^{'}(y)}$

复合函数求导：从外到里层层求导

$f(x)$ 可导，$g(x)$ 连续但不可导，若 $f(x)\cdot g(x)$ 在 x_0 处可导，则 $f(x_0)=0$

2 基本求导公式

$(C)^{'}=0$

$(x^u)^{'} = ux^{u-1}$
$(\sin x)^{'} = \cos x$
$(\cos x)^{'} = -\sin x$
$(\tan x)^{'} = \sec^2 x$
$(\cot x)^{'} = -\csc^2 x$
$(\sec x)^{'} = \sec x \tan x$
$(\csc x)^{'} = -\csc x \cot x$
$(a^x)^{'} = a^x lna$
$(e^x)^{'} = e^x$
$(log_a x)^{'} = \frac{1}{xlna}$
$(lnx)^{'} = \frac{1}{x}$
$(\arcsin x)^{'} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$(\arccos x)^{'} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$(\arctan x)^{'} = \frac{1}{1+x^2}$
$(arccotx)^{'} = -\frac{1}{1+x^2}$
$(ln|x|)^{'} = \frac{1}{x}$

3 导数的四则运算

设 u v 均可导，则：
$(u \pm v)^{'} = u^{'} + v^{'}$
$(uv)^{'} = u^{'}v + uv^{'}$
$(\frac{u}{v})^{'} = \frac{u^{'}v-uv^{'}}{v^2}$

4 求 n 阶导数

4.1 常用公式

1、$(e^{ax+b})^{(n)} = a^n e^{ax+b}$

2、$[\sin(ax+b)]^{(n)} = a^n \sin(ax+b+\frac{n\pi}{2})$

3、$[\cos(ax+b)]^{(n)} = a^n \cos(ax+b+\frac{n\pi}{2})$

4、$[ln(ax+b)]^{(n)} = (-1)^{n-1} a^n \frac{(n-1)!}{(ax+b)^n}$

5、$(\frac{1}{ax+b})^{(n)} = (-1)^n a^n \frac{(n)!}{(ax+b)^{n+1}}$

若 $f(x)$ 可分解成 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$，且知道 $f_1^{(n)}(x)$ 和 $f_2^{(n)}(x)$，则 $f^{(n)}(x) = f_1^{(n)}(x) + f_2^{(n)}(x)$

4.2 莱布尼兹公式

$(uv)^{(n)} = \sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k u^{(n-k)} v^{(k)} = \sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k u^{(k)} v^{(n-k)}$
$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$
$C_n^0 = 1$

5 隐函数求导

$y = y(x)$ 由方程 $F(x\ y) = 0$ 确定，

在方程 $F(x\ y) = 0$ 两端直接对 x 求导

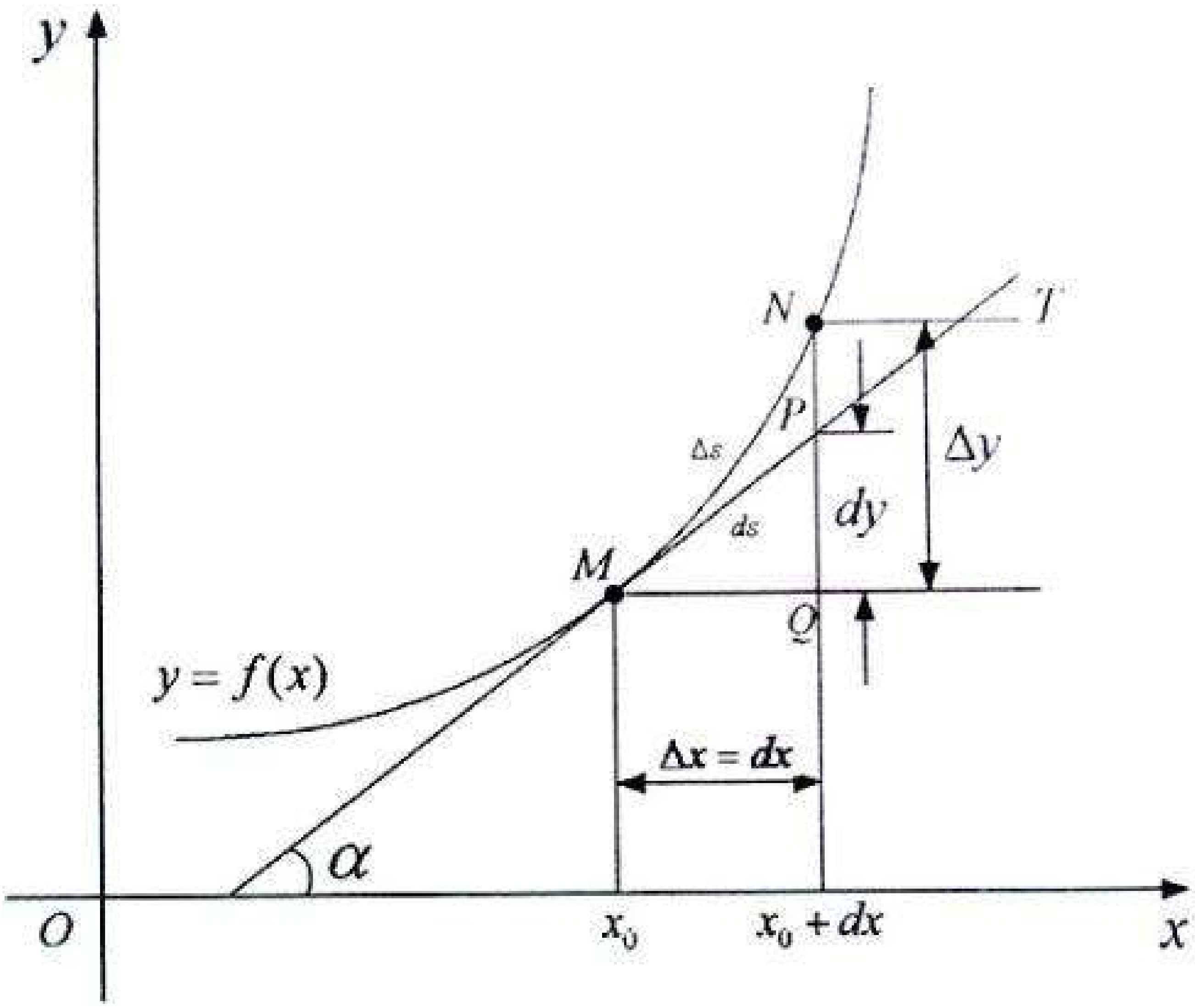
6 参数方程求导

$y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = \phi(t) \\ y = \Phi(t) \end{cases}$ 确定，且 $\phi(t)$ 和 $\Phi(t)$ 均可导，则 $y^{'} = \frac{y_t^{'}}{x_t^{'}} = \frac{\Phi^{'}(t)}{\phi^{'}(t)}$

7 微分

微分的定义：设函数 $y = f(x)$ 在 x_0 的邻域内有定义，如果函数的增量 $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ 可表示为 $\Delta y = A\Delta x + o(\Delta x)$(其中 A 是不依赖于 Δx 的常数，那么称函数 $f(x)$ 在点 x_0 是可微的，且 $A\Delta x$ 称作函数在点 x_0 相应于自变量增量 Δx 的微分，记作 dy，即 $dy = A\Delta x$
若 x 是自变量，则 $\Delta x = dx$

可微必可导，可导必可微，且 $dy = f^{'}(x)dx$


y
N
T
P
Δs
Δy
dy
ds
M
Q
y = f(x)
Δx = dx
α
O
x₀
x₀ + dx
x