Λογικοί Πράκτορες

Πράκτορες βασισμένοι στη γνώση

Πράκτορες βασισμένοι στη γνώση

- Προορίζονται για επίλυση προβλημάτων αλλά είναι περισσότερο **ευέλικτοι** από τους απλούς πράκτορες που κάνουν αναζήτηση σε ένα χώρο καταστάσεων.

- Μπορούν να χρησιμοποιούν γνώση για το περιβάλλον εργασίας τους, εκφρασμένη σε **πολύ γενική** μορφή, να συνδυάζουν όποια τμήματά της είναι απαραίτητα για την επίλυση κάποιου προβλήματος και να τη συνδυάζουν και με τις τρέχουσες αντιλήψεις τους.

- Μπορούν να αποκτούν **νέα** γνώση και να προσαρμόζουν τη συμπεριφορά τους ανάλογα.

- Βασική συνιστώσα τους είναι μια **βάση γνώσης**.

Βάση γνώσης

- Περιέχει ένα σύνολο **προτάσεων**, εκφρασμένων σε μια **γλώσσα αναπαράστασης γνώσης**.

- Κάθε πρόταση αντιπροσωπεύει κάποιον ισχυρισμό για τον κόσμο.

- Ο πράκτορας μπορεί
  - Να **προσθέτει** πληροφορία στη βάση γνώσης του.
  - Να **εξάγει** υπάρχουσα πληροφορία από τη βάση γνώσης του.
  - Να εξάγει **καινούρια** πληροφορία από τη βάση γνώσης του εφαρμόζοντας κάποιο **μηχανισμό εξαγωγής συμπεράσματος**.

- Σε αυτή την ενότητα εξετάζουμε πράκτορες των οποίων η βάση γνώσης κωδικοποιείται σε προτασιακή λογική.

Προτασιακή λογική- συντακτικό

Συντακτικό

- **Ατομικές προτάσεις**: p, q, r, s, ….
- **Λογικά συνδετικά**:
  - $\neg$ (άρνηση, NOT)
  - $\vee$ (διάζευξη, OR)
  - $\wedge$ (σύζευξη, AND)
  - $\rightarrow$ (συνεπαγωγή, IF)
  - $\leftrightarrow$ (αμφίδρομη συνεπαγωγή, IFF)
- **Παρενθέσεις** (και)

Επιτρεπτές προτάσεις

- Κάθε ατομική πρόταση.
- Αν p, q επιτρεπτές προτάσεις, τότε επιτρεπτές είναι και οι $\neg p$, $(p \wedge q)$, $(p \vee q)$, $(p \rightarrow q)$, $(p \leftrightarrow q)$ και **μόνο** αυτές.

Λεκτικά: κάθε ατομική πρόταση και η άρνησή της λέγονται λεκτικά.

Προτασιακή λογική- σημασιολογία

Σημασιολογία = με ποιούς κανόνες καθορίζεται η τιμή αλήθειας μιας πρότασης της προτασιακής λογικής;

- Η σημασιολογία ορίζεται πάντα σχετικά με ένα **μοντέλο**: ένα μοντέλο προκύπτει από την εφαρμογή μιας συνάρτησης **ερμηνείας** στις **ατομικές** προτάσεις, η οποία τους αποδίδει τιμή *αληθές* ή *ψευδές*.

- Η τιμή αλήθειας **σύνθετων** προτάσεων προκύπτει από τους πίνακες αλήθειας των λογικών συνδετικών.

Πίνακες αλήθειας λογικών συνδετικών

p	**q**	**$\neg$p**	**p $\wedge$ q**	**p $\vee$ q**	**p $\rightarrow$ q**	**p $\leftrightarrow$ q**
T	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	F	T	T	F
F	F	T	F	F	T	T

Στο μοντέλο όπου p=T , q=F η πρόταση p $\wedge$ q είναι ψευδής.

Σε ποιά μοντέλα είναι η πρόταση αληθής;

Λογική ισοδυναμία

Δύο προτάσεις α και β είναι λογικά ισοδύναμες ($\alpha \equiv \beta$) όταν είναι αληθείς στο ίδιο σύνολο μοντέλων, δηλαδή όταν οι πίνακες αληθείας τους συμπίπτουν.

Παράδειγμα: αποδείξτε τις ισοδυναμίες

$(p \rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$

$(p \leftrightarrow q) \equiv ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$

$\neg(p \wedge q) \equiv (\neg p \vee \neg q)$

$\neg(\neg p) \equiv p$

$(p \wedge (q \vee r)) \equiv ((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$

Λογική ταυτολογία

Μια πρόταση είναι λογική ταυτολογία όταν είναι αληθής σε όλα τα μοντέλα.

Παράδειγμα: ελέγξτε ότι είναι ταυτολογία η πρόταση $(p \vee \neg p)$

Λογική αντίφαση

Μια πρόταση είναι λογική αντίφαση όταν είναι ψευδής σε όλα τα μοντέλα.

Παράδειγμα: ελέγξτε ότι είναι αντίφαση η πρόταση $(p \wedge \neg p)$

Παράδειγμα αναπαράστασης γνώσης σε προτασιακή λογική

Ο πράκτορας καθαριστής ....

p_A = ο πράκτορας είναι στο χώρο Α
p_B = ο πράκτορας είναι στο χώρο Β
a_L = ο πράκτορας μετακινείται αριστερά
a_R = ο πράκτορας μετακινείται δεξιά
a_S = ο πράκτορας κάνει αναρρόφηση σκόνης
d_A = ο χώρος Α είναι σκονισμένος
d_B = ο χώρος Β είναι σκονισμένος

Περιγράψτε την ακόλουθη γνώση για τον πράκτορα καθαριστή:

Δεν είναι δυνατόν να βρίσκεται ταυτόχρονα και στους δύο χώρους.
Δεν μπορεί να κάνει ταυτόχρονα και τις τρείς ενέργειές του.
Αν βρίσκεται στο χώρο Α και κάνει αριστερά τότε εξακολουθεί να βρίσκεται στον χώρο Α (ανάλογος κανόνας για την περίπτωση του Β)
Αν βρίσκεται στο χώρο Α και κάνει δεξιά τότε βρίσκεται στο χώρο Β (ανάλογα για το χώρο Β)
Αν βρίσκεται σε ένα χώρο που είναι σκονισμένος και κάνει αναρρόφηση τότε ο χώρος γίνεται καθαρός.

Παράδειγμα αναπαράστασης γνώσης σε προτασιακή λογική

Ο πράκτορας καθαριστής ....

p_A = ο πράκτορας είναι στο χώρο A
p_B = ο πράκτορας είναι στο χώρο B
a_L = ο πράκτορας μετακινείται αριστερά
a_R = ο πράκτορας μετακινείται δεξιά
a_S = ο πράκτορας κάνει αναρρόφηση σκόνης
d_A = ο χώρος A είναι σκονισμένος
d_B = ο χώρος B είναι σκονισμένος

Περιγράψτε την ακόλουθη γνώση για τον πράκτορα καθαριστή:

Δεν είναι δυνατόν να βρίσκεται ταυτόχρονα και στους δύο χώρους.

$\neg(p_A \wedge p_B)$

Παράδειγμα αναπαράστασης γνώσης σε προτασιακή λογική

Ο πράκτορας καθαριστής ....

p_A = ο πράκτορας είναι στο χώρο A
p_B = ο πράκτορας είναι στο χώρο B
a_L = ο πράκτορας μετακινείται αριστερά
a_R = ο πράκτορας μετακινείται δεξιά
a_S = ο πράκτορας κάνει αναρρόφηση σκόνης
d_A = ο χώρος A είναι σκονισμένος
d_B = ο χώρος B είναι σκονισμένος

Περιγράψτε την ακόλουθη γνώση για τον πράκτορα καθαριστή:

Δεν μπορεί να κάνει ταυτόχρονα και τις τρείς ενέργειές του.

$\neg(a_R \wedge a_L \wedge a_S)$

Παράδειγμα αναπαράστασης γνώσης σε προτασιακή λογική

Ο πράκτορας καθαριστής ....

p_A = ο πράκτορας είναι στο χώρο A
p_B = ο πράκτορας είναι στο χώρο B
a_L = ο πράκτορας μετακινείται αριστερά
a_R = ο πράκτορας μετακινείται δεξιά
a_S = ο πράκτορας κάνει αναρρόφηση σκόνης
d_A = ο χώρος A είναι σκονισμένος
d_B = ο χώρος B είναι σκονισμένος

Περιγράψτε την ακόλουθη γνώση για τον πράκτορα καθαριστή:

Αν βρίσκεται στο χώρο A και κάνει αριστερά τότε εξακολουθεί να βρίσκεται στον χώρο A (ανάλογος κανόνας για την περίπτωση του B)

$((p_A \wedge a_L) \rightarrow p_A)$

$((p_B \wedge a_R) \rightarrow p_B)$

Παράδειγμα αναπαράστασης γνώσης σε προτασιακή λογική

Ο πράκτορας καθαριστής ....

p_A = ο πράκτορας είναι στο χώρο A
p_B = ο πράκτορας είναι στο χώρο B
a_L = ο πράκτορας μετακινείται αριστερά
a_R = ο πράκτορας μετακινείται δεξιά
a_S = ο πράκτορας κάνει αναρρόφηση σκόνης
d_A = ο χώρος A είναι σκονισμένος
d_B = ο χώρος B είναι σκονισμένος

Περιγράψτε την ακόλουθη γνώση για τον πράκτορα καθαριστή:

Αν βρίσκεται στο χώρο A και κάνει δεξιά τότε βρίσκεται στο χώρο B (ανάλογα για το χώρο B)

$((p_A \wedge a_R) \rightarrow p_B)$

$((p_B \wedge a_L) \rightarrow p_A)$

Παράδειγμα αναπαράστασης γνώσης σε προτασιακή λογική

Ο πράκτορας καθαριστής ....

p_A	=	ο πράκτορας είναι στο χώρο Α
p_B	=	ο πράκτορας είναι στο χώρο Β
a_L	=	ο πράκτορας μετακινείται αριστερά
a_R	=	ο πράκτορας μετακινείται δεξιά
a_S	=	ο πράκτορας κάνει αναρρόφηση σκόνης
d_A	=	ο χώρος Α είναι σκονισμένος
d_B	=	ο χώρος Β είναι σκονισμένος

Περιγράψτε την ακόλουθη γνώση για τον πράκτορα καθαριστή:

Αν βρίσκεται σε ένα χώρο που είναι σκονισμένος και κάνει αναρρόφηση τότε ο χώρος γίνεται καθαρός.

$$(((p_A \wedge d_A) \wedge a_S) \rightarrow \neg d_A)$$

$$(((p_B \wedge d_B) \wedge a_S) \rightarrow \neg d_B)$$

Παράδειγμα αναπαράστασης γνώσης σε προτασιακή λογική

Ο πράκτορας καθαριστής ....

p_A = ο πράκτορας είναι στο χώρο Α
p_B = ο πράκτορας είναι στο χώρο Β
a_L = ο πράκτορας μετακινείται αριστερά
a_R = ο πράκτορας μετακινείται δεξιά
a_S = ο πράκτορας κάνει αναρρόφηση σκόνης
d_A = ο χώρος Α είναι σκονισμένος
d_B = ο χώρος Β είναι σκονισμένος

Αρχικά ο πράκτορας βρίσκεται στο χώρο Α δηλαδή η βάση γνώσης του περιέχει την πρόταση:

p_A

Πώς, χρησιμοποιώντας τη βάση γνώσης του, θα αποφασίσει ο πράκτορας τι να κάνει;

Λογικός συμπερασμός

Η διαδικασία με την οποία οι λογικοί πράκτορες χρησιμοποιούν τη βάση γνώσης τους ΚΒ για να αποφασίσουν τι ισχύει στον κόσμο τους και τι να κάνουν (α) προϋποθέτει να εξάγουν το α σαν **συμπέρασμα** της ΚΒ:

$$KB \models \alpha$$

Ένα σύνολο προτάσεων ΚΒ **λογικά συνεπάγεται** μια πρόταση α όταν για κάθε μοντέλο στο οποίο οι προτάσεις ΚΒ είναι αληθείς, η πρόταση α είναι επίσης αληθής.

Εναλλακτικά: ένα σύνολο προτάσεων ΚΒ λογικά συνεπάγεται μια πρόταση α όταν η πρόταση ($KB \rightarrow \alpha$) είναι **ταυτολογία** ($\models (KB \rightarrow \alpha)$)

Παράδειγμα λογικού συμπερασμού

Για οποιεσδήποτε προτάσεις p, q, r, s, …, αποδείξτε ότι ισχύει ο συμπερασμός:

$\{(p \wedge q), (p \wedge r), p\} \models (q \wedge r)$

Απόδειξη συμπεράσματος

Για να αποδείξουμε ότι $KB \models \alpha$ για ένα σύνολο προτάσεων KB και μια πρόταση α, θα πρέπει να ελέγξουμε όλα τα μοντέλα στα οποία οι προτάσεις του συνόλου KB είναι αληθείς και να προσδιορίσουμε αν σε αυτά και η πρόταση α είναι αληθής.

Αυτός ο τρόπος απόδειξης είναι προβληματικός: πιθανά πάρα πολλά μοντέλα άρα και υπερβολικός χρόνος υπολογισμού (και μάλιστα εκθετικός στο πλήθος των ατομικών προτάσεων της KB!).

Εναλλακτικά, μπορούμε να αποδείξουμε ότι $KB \models \alpha$, εάν μπορούμε να αποδείξουμε ότι το α **λογικά προκύπτει** από το σύνολο προτάσεων KB, εφαρμόζοντας συγκεκριμένους κανόνες εξαγωγής συμπεράσματος.

Εαν υπάρχει αλυσσίδα εφαρμογών τέτοιων κανόνων που ξεκινά με το σύνολο προτάσεων KB και καταλήγει με το α τότε λέμε ότι το α προκύπτει λογικά από το KB, δηλαδή $KB \vdash \alpha$

Κανόνες εξαγωγής συμπεράσματος (I)

Απαλοιφή του $\rightarrow$ (modus ponens): $\dfrac{p, (p \rightarrow q)}{q}$

Απαλοιφή του $\leftrightarrow$: $\dfrac{(p \leftrightarrow q)}{(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)}$

Απαλοιφή του $\wedge$: $\dfrac{(p \wedge q)}{p}$

Απαλοιφή του $\vee$: $\dfrac{(p \vee q), \neg p}{q}$

Απαλοιφή του $\neg$: $\dfrac{\neg(\neg p)}{p}$

Κανόνες εξαγωγής συμπεράσματος (ΙΙ)

Εισαγωγή →: $$\frac{\begin{array}{c} p \\ \vdots \\ q \end{array}}{(p \rightarrow q)}$$

Εισαγωγή ↔: $$\frac{(p \rightarrow q) \quad (q \rightarrow p)}{(p \leftrightarrow q)}$$

Εισαγωγή ∧: $$\frac{p \quad q}{(p \wedge q)}$$

Εισαγωγή ∨: $$\frac{p}{(p \vee q)}$$

Εισαγωγή ¬: $$\frac{\begin{array}{c} p \\ \vdots \\ \perp \end{array}}{\neg p}$$

Παράδειγμα εφαρμογής κανόνων εξαγωγής συμπεράσματος

1. $\neg(p_A \wedge p_B)$
2. $\neg(a_R \wedge a_L \wedge a_S)$
3. $((p_A \wedge a_L) \rightarrow p_A)$
4. $((p_B \wedge a_R) \rightarrow p_B)$

5. $((p_A \wedge a_R) \rightarrow p_B)$
6. $((p_B \wedge a_L) \rightarrow p_A)$
7. $(((p_A \wedge d_A) \wedge a_S) \rightarrow \neg d_A)$
8. $(((p_B \wedge d_B) \wedge a_S) \rightarrow \neg d_B)$
9. p_A
10. $(d_A \wedge d_B)$

Από τη βάση γνώσης του ο πράκτορας-καθαριστής μπορεί να συμπεράνει ότι
(α) βρίσκεται στο χώρο A
(β) ο χώρος A είναι σκονισμένος
(γ) αν κάνει την ενέργεια αναρρόφηση τότε ο χώρος A θα είναι καθαρός
(δ) δεν βρίσκεται στο χώρο B

Ανάλυση: ένας κανόνας συμπερασμού

Η εύρεση αποδείξεων με τη χρήση κανόνων εξαγωγής συμπεράσματος μπορεί να χρησιμοποιήσει τις στρατηγικές αναζήτησης που έχουμε μάθει. Αλλά στη χειρότερη περίπτωση είναι NP-πλήρης.

Εναλλακτικά, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε έναν μόνο κανόνα συμπερασμού, την **ανάλυση**, που όταν συνδυαστεί με πλήρη αλγόριθμο αναζήτησης, δίνει πλήρη αλγόριθμο εξαγωγής συμπεράσματος.

Για να εφαρμοστεί η ανάλυση πρέπει όλες οι προτάσεις, τόσο αυτές που βρίσκονται στη ΚΒ όσο και το συμπέρασμα, να έχουν τη μορφή **διάζευξης**.

Κάθε πρόταση της προτασιακής λογικής είναι λογικά ισοδύναμη με μια σύζευξη διαζεύξεων λεκτικών, δηλαδή με μια πρόταση σε συζευκτική κανονική μορφή (CNF).

Μετατροπή πρότασης σε CNF

1. Απαλοιφή του $\Leftrightarrow$ με βάση την ισοδυναμία $(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
2. Απαλοιφή του $\rightarrow$ με βάση την ισοδυναμία $(p \rightarrow q) \equiv (\neg p \vee q)$
3. Μετακίνηση της άρνησης ώστε να δημιουργηθούν λεκτικά με βάση τις ισοδυναμίες
   $\neg(\neg p) \equiv p$
   $\neg(p \wedge q) \equiv (\neg p \vee \neg q)$
   $\neg(p \vee q) \equiv (\neg p \wedge \neg q)$
4. Επιμερισμός της Διάζευξης στη Σύζευξη με βάση την ισοδυναμία $(p \vee (q \wedge s)) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee s)$ (εδώ προκύπτει η μορφή CNF της αρχικής πρότασης)
5. Είσοδος στον αλγόριθμο εφαρμογής του κανόνα της ανάλυσης οι επιμέρους διαζεύξεις που προκύπτουν.

Ο κανόνας της ανάλυσης

$$\frac{l_1 \vee \dots \vee l_k, m_1 \vee \dots \vee m_n}{l_1 \vee \dots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \dots \vee l_k \vee m_1 \vee \dots \vee m_{j-1} \vee m_{j+1} \vee \dots \vee m_n}$$

όπου l_i, m_j είναι συμπληρωματικά λεκτικά (δηλαδή το ένα είναι άρνηση του άλλου).

Παράδειγμα: $\dfrac{p \vee q, \neg q \vee s \vee t}{p \vee s \vee t}$

Εξαγωγή συμπεράσματος με ανάλυση

Για να αποδειχθεί ότι $KB \models \alpha$:

1. Μετατροπή των προτάσεων KB σε CNF.
2. Μετατροπή της πρότασης $\neg\alpha$ σε CNF.
3. Εφάρμοσε τον κανόνα της ανάλυσης στις διαζευκτικές προτάσεις που προκύπτουν.
4. Πρόσθεσε την νέα διάζευξη που προκύπτει στο σύνολο των διαζευκτικών προτάσεων και επανέλαβε από το 3 μέχρι
   a. Είτε δεν υπάρχουν νέες διαζευκτικές προτάσεις που προκύπτουν (τότε δεν ισχύει ότι $KB \models \alpha$)
   b. Είτε κάποια εφαρμογή του κανόνα της ανάλυσης παράγει την κενή πρόταση (τότε ισχύει ότι $KB \models \alpha$)

Παράδειγμα εφαρμογής

Δείξτε, χρησιμοποιώντας τον κανόνα της ανάλυσης, ότι

$$\{((p \wedge q) \rightarrow t), p, (q \vee s), \neg s\} \models t$$