Απόδειξη θεωρημάτων με ανάλυση στην κατηγορηματική λογική

Ο κανόνας της ανάλυσης

Γενικευμένη μορφή του κανόνα της ανάλυσης για προτασιακή λογική:

$$\frac{l_1 \vee l_2 \vee \dots \vee l_k,\; m_1 \vee m_2 \vee \dots \vee m_n}{SUBST(\theta, l_1 \vee \dots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \dots \vee l_k \vee m_1 \vee \dots \vee m_{j-1} \vee m_{j+1} \vee \dots \vee m_n)}$$

όπου l_i, m_j είναι συμπληρωματικά λεκτικά και θ ένας **ενοποιητής** τέτοιος ώστε $SUBST(\theta, l_i) \equiv SUBST(\theta, \neg m_j)$

Ενοποιητής: Μια αντικατάσταση που κάνει διαφορετικές λογικές παραστάσεις να φαίνονται (να είναι συντακτικά) ίδιες.

Παραδείγματα ενοποίησης

father(john, X) , father(Y, john)

father(X,Y), father(X,W)

father(X,Y), child(Y,X)

loves(john, wife(john)), loves(husband(mary), mary)

Μετατροπή σε CNF για κατηγορηματική λογική

1. Απαλοιφή των αμφίδρομων συνεπαγωγών
2. Απαλοιφή των (απλών συνεπαγωγών)
3. [illegible]

[illegible]: $\neg\forall x\,(P(x)) \equiv \exists x\,(\neg P(x))$
$\neg\exists x\,(P(x)) \equiv \forall x\,(\neg P(x))$

4. [illegible]

[illegible]

5. [illegible]

[illegible]

[illegible]

6. [illegible]
7. [illegible]

Παράδειγμα μετατροπής σε CNF

Μετατρέψτε τις προτάσεις:

$\forall X \forall Y ((f(X) \wedge m(Y)) \rightarrow \exists Z (c(X,Y,Z))$

$\exists X (s(X)) \leftrightarrow \exists Y (c(Y))$

Απόδειξη με ανάλυση στην κατηγορηματική λογική

- Όπως ακριβώς και στην προτασιακή λογική, δηλαδή:

- Μετατροπή των προτάσεων της βάσης γνώσης σε CNF
- Μετατροπή της άρνησης του συμπεράσματος σε CNF
- Εφαρμογή του κανόνα της ανάλυσης μέχρι είτε να προκύψει κενός όρος (ισχύει το συμπέρασμα) είτε να μην παράγονται πλέον καινούριες προτάσεις (δεν ισχύει το συμπέρασμα).

Κατηγορηματική λογική και λογικός προγραμματισμός

Στο λογικό προγραμματισμό επιτρέπεται η διατύπωση προτάσεων της κατηγορηματικής λογικής με τους ακόλουθους συντακτικούς περιορισμούς:

- Όλες οι μεταβλητές θεωρούνται καθολικά ποσοδεικτούμενες, αλλά δεν εγγράφονται οι ποσοδείκτες.
- Κάθε πρόταση έχει τη μορφή: *Head* ← *Body* όπου *Head* είναι μια θετική ατομική πρόταση και *Body* είναι **σύζευξη** (θετικών και αρνητικών) ατομικών προτάσεων.
- Προτάσεις κατηγορηματικής λογικής που έχουν αυτή τη μορφή λέγονται προτάσεις **Horn**.
- Όπου το *Body* είναι κενό, η πρόταση λέγεται γεγονός (fact) διαφορετικά λέγεται κανόνας (rule).

Παράδειγμα αναπαράστασης γνώσης με προτάσεις Horn

Κάθε ζώο που έχει τρίχωμα ή παράγει γάλα είναι θηλαστικό

Κάθε ζώο που έχει φτερά και γεννά αυγά είναι πουλί

Κάθε θηλαστικό που τρέφεται με κρέας ή έχει κοφτερά δόντια είναι σαρκοβόρο

Κάθε σαρκοβόρο που έχει μαύρες ρίγες είναι τίγρης

Κάθε σαρκοβόρο που έχει μαύρες βούλες είναι τσίτα

Κάθε πουλί που δεν πετά και κολυμπά είναι πιγκουίνος

Απόδειξη με προτάσεις Horn

Έστω μια βάση γνώσης με την ακόλουθη πληροφορία

(1) mammal(X) ← animal(X) ∧ has(X, hair)
(2) mammal(X) ← animal(X) ∧ produces(X, milk)
(3) bird(X) ← animal(X) ∧ has(X, wings) ∧ produces(X, eggs)
(4) carnivore(X) ← mammal(X) ∧ eats(X, meat)
(5) carnivore(X) ← mammal(X) ∧ has(X, sharpteeth)
(6) tiger(X) ← carnivore(X) ∧ has(X, blackstripes)
(7) cheetah(X) ← carnivore(X) ∧ has(X, blackspots)
(8) penguin(X) ← bird(X) ∧ swims(X) ∧ ¬flies(X)
(9) animal(tweety)
(10) animal(joey)
(11) produces(joey, milk)
(12) has(joey, blackspots)
(13) has(joey, sharpteeth).

Αποδείξτε ότι ο Joey είναι cheetah.

Απόδειξη με προτάσεις Horn (SLD ανάλυση)

- (στον πίνακα)