

Μάθηση Εννοιών

Μάθηση εννοιών

- Έννοιες: συναρτήσεις που επιστρέφουν λογική τιμή
 - Αληθής, για εισόδους που ανήκουν στην έννοια
 - Ψευδής, για εισόδους που δεν ανήκουν στην έννοια.
- Επαγωγική μάθηση εννοιών: το σύστημα μαθαίνει μια έννοια $Q(x)$ (συνάρτηση στόχου) από παραδείγματα x που ανήκουν ή δεν ανήκουν στην έννοια.
- Το πρόβλημα είναι παρόμοιο με αυτό της μάθησης δέντρων απόφασης, απλά περιορίζουμε το ενδιαφέρον μας σε **λογικές** συναρτήσεις στόχου.

Αναπαράσταση συνόλου εκπαίδευσης

Example	Attributes										Target
	<i>Alt</i>	<i>Bar</i>	<i>Fri</i>	<i>Hun</i>	<i>Pat</i>	<i>Price</i>	<i>Rain</i>	<i>Res</i>	<i>Type</i>	<i>Est</i>	<i>Wait</i>
X_1	T	F	F	T	Some	\$\$\$	F	T	French	0–10	T
X_2	T	F	F	T	Full	\$	F	F	Thai	30–60	F
X_3	F	T	F	F	Some	\$	F	F	Burger	0–10	T
X_4	T	F	T	T	Full	\$	F	F	Thai	10–30	T
X_5	T	F	T	F	Full	\$\$\$	F	T	French	>60	F
X_6	F	T	F	T	Some	\$\$	T	T	Italian	0–10	T
X_7	F	T	F	F	None	\$	T	F	Burger	0–10	F
X_8	F	F	F	T	Some	\$\$	T	T	Thai	0–10	T
X_9	F	T	T	F	Full	\$	T	F	Burger	>60	F
X_{10}	T	T	T	T	Full	\$\$\$	F	T	Italian	10–30	F
X_{11}	F	F	F	F	None	\$	F	F	Thai	0–10	F
X_{12}	T	T	T	T	Full	\$	F	F	Burger	30–60	T

Τα παραδείγματα και η ταξινόμησή τους περιγράφονται ως **λογικές προτάσεις**.

$$alt(x_1) \wedge \neg bar(x_1) \wedge \neg fri(x_1) \wedge hun(x_1) \wedge pat(x_1, some) \wedge price(x_1, 3) \wedge \\ \neg rain(x_1) \wedge res(x_1) \wedge type(x_1, f) \wedge est(x_1, 0-10)$$

Ταξινόμηση $wait(x_1)$ θετική (αρνητική ταξινόμηση: $\neg wait(X)$ για κάποιο παράδειγμα X)

Υποθέσεις

- **Στόχος** η εύρεση μιας **ισοδύναμης** προς την $Q(X)$ πρότασης.
- Κάθε **υπόθεση** προτείνει μια τέτοια έκφραση, δηλαδή προτείνει έναν **υποψήφιο ορισμό**:

$$\text{Υπόθεση } H_i \equiv \forall x \, Q(x) \Leftrightarrow C_i(x)$$

- Παράδειγμα:

$$\forall R \, wait(R) \Leftrightarrow pat(R, some)$$

$$\vee (pat(R, full) \wedge hun(R) \wedge type(R, f))$$

$$\vee (pat(R, full) \wedge hun(R) \wedge type(R, t) \wedge fri(R))$$

$$\vee (pat(R, full) \wedge hun(R) \wedge type(R, b))$$

Εναλλακτική (συμπαγέστερη) αναπαράσταση

- Τα παραδείγματα περιγράφονται ως διατεταγμένες πλειάδες των τιμών των χαρακτηριστικών τους.
- Το σχήμα περιγραφής για το παράδειγμα του εστιατορίου:
(*Alt, Bar, Fri, Hun, Pat, Price, Rain, Res, Type, Est*)
- Το παράδειγμα X1:
(T,F,F,T,some,3,F,T,f,0-10)
- Οι υποψήφιοι ορισμοί περιγράφονται ως σύνολα διατεταγμένων πλειάδων τιμών χαρακτηριστικών, όπου T= αληθές, F=ψευδές, ?=δεν με νοιάζει και 0=δεν επιτρέπεται τιμή. Υποννοείται ότι οι πλειάδες του υποψήφιου ορισμού είναι σε διάζευξη μεταξύ τους.

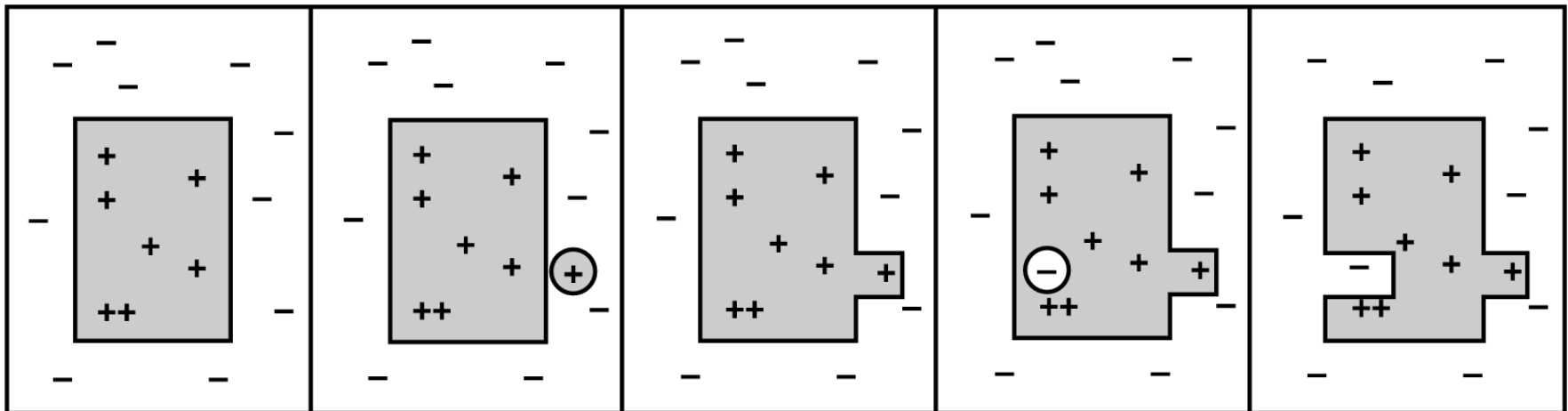
H: {(?, ?, ?, ?, some, ?, ?, ?, ?),
(?, ?, ?, T, full, ?, ?, ?, f, ?),
(?, ?, T, T, full, ?, ?, ?, t, ?),
(?, ?, ?, T, full, ?, ?, ?, b, ?)}

Επέκταση υπόθεσης

- **Επέκταση υπόθεσης:** Το σύνολο των παραδειγμάτων που η υπόθεση θεωρεί θετικά.
- Για μια τυχαία υπόθεση H_i , ένα παράδειγμα μπορεί να είναι:
 - Σωστά θετικό: το παράδειγμα ανήκει (ορθά) στην επέκταση της υπόθεσης.
 - Εσφαλμένα θετικό: η υπόθεση το ταξινομεί ως θετικό ενώ στην πραγματικότητα είναι αρνητικό. Το παράδειγμα ανήκει (εσφαλμένα) στην επέκταση της υπόθεσης. **Η υπόθεση πρέπει να τροποποιηθεί ώστε να αποκλειστεί το παράδειγμα.**
 - Σωστά αρνητικό. Το παράδειγμα δεν ανήκει (ορθά) στην επέκταση της υπόθεσης.
 - Εσφαλμένα αρνητικό: η υπόθεση το ταξινομεί ως αρνητικό ενώ στην πραγματικότητα είναι θετικό. Π.χ. Το παράδειγμα X13 είναι εσφαλμένα αρνητικό για την υπόθεση H. Το παράδειγμα (εσφαλμένα) δεν ανήκει στην επέκταση της υπόθεσης. **Η υπόθεση πρέπει να τροποποιηθεί ώστε να το συμπεριλάβει.**
- Ο χώρος υποθέσεων περιέχει **όλες** τις υποθέσεις (υποψήφιους ορισμούς) και ο αλγόριθμος μάθησης πιστεύει στην αλήθεια της διάζευξής τους.
- Τα εσφαλμένα παραδείγματα οδηγούν στον αποκλεισμό υποθέσεων από αυτή τη διάζευξη.

Αναζήτηση τρέχουσας βέλτιστης υπόθεσης (1)

- Η βασική ιδέα περιγράφηκε από τον John Stuart Mill (1843).
- Ο αλγόριθμος διατηρεί συνεχώς την καλύτερη υπόθεση,
 - γενικεύοντας την για τα εσφαλμένα αρνητικά παραδείγματα, και
 - εξειδικεύοντάς την για τα εσφαλμένα θετικά παραδείγματα.
- Κάθε φορά που γενικεύεται ή εξειδικεύεται η υπόθεση, πρέπει να ελέγχεται η συνέπειά της με τα προϋπάρχοντα παραδείγματα.



(α)

(β)

(γ)

(δ)

(ε)

Αναζήτηση τρέχουσας βέλτιστης υπόθεσης (2)

- Γενίκευση/Εξειδίκευση

- Μια υπόθεση H_1 με ορισμό C_1 είναι γενίκευση μιας υπόθεσης H_2 με ορισμό C_2 αν και μόνο αν $\forall X C_2(X) \Rightarrow C_1(X)$.
- Αντίστροφα, η H_2 λέγεται εξειδίκευση της H_1 .

- Για να κατασκευάσουμε τη γενίκευση μιας υπόθεσης, πρέπει να **παραλείψουμε συνθήκες** από τον ορισμό της.
- Για να κατασκευάσουμε εξειδίκευση μιας υπόθεσης, πρέπει να **προσθέσουμε συνθήκες** στον ορισμό της.

Αναζήτηση τρέχουσας βέλτιστης υπόθεσης: ο αλγόριθμος

function Current-Best-Learning(*παραδείγματα*) **returns** μια υπόθεση

$H \leftarrow$ κάθε υπόθεση που συμφωνεί με το πρώτο παράδειγμα
στα *παραδείγματα*

for each παράδειγμα που απομένει στα *παραδείγματα* **do**

if e είναι εσφαλμένα θετικό για την H **then**

$H \leftarrow$ **choose** μια εξειδίκευση της H συνεπή με τα
παραδείγματα

else if e είναι εσφαλμένα αρνητικό για το H **then**

$H \leftarrow$ **choose** μια γενίκευση της H συνεπή με τα
παραδείγματα

if δεν μπορεί να βρεθεί συνεπής γενίκευση ή εξειδίκευση **then**
fail

return H

Παράδειγμα (1)

Example	Attributes										Target
	<i>Alt</i>	<i>Bar</i>	<i>Fri</i>	<i>Hun</i>	<i>Pat</i>	<i>Price</i>	<i>Rain</i>	<i>Res</i>	<i>Type</i>	<i>Est</i>	<i>Wait</i>
X_1	T	F	F	T	Some	\$\$\$	F	T	French	0–10	T
X_2	T	F	F	T	Full	\$	F	F	Thai	30–60	F
X_3	F	T	F	F	Some	\$	F	F	Burger	0–10	T
X_4	T	F	T	T	Full	\$	F	F	Thai	10–30	T
X_5	T	F	T	F	Full	\$\$\$	F	T	French	>60	F
X_6	F	T	F	T	Some	\$\$	T	T	Italian	0–10	T
X_7	F	T	F	F	None	\$	T	F	Burger	0–10	F
X_8	F	F	F	T	Some	\$\$	T	T	Thai	0–10	T
X_9	F	T	T	F	Full	\$	T	F	Burger	>60	F
X_{10}	T	T	T	T	Full	\$\$\$	F	T	Italian	10–30	F
X_{11}	F	F	F	F	None	\$	F	F	Thai	0–10	F
X_{12}	T	T	T	T	Full	\$	F	F	Burger	30–60	T

- Το παράδειγμα, X_1 είναι θετικό. Το πρώτο χαρακτηριστικό του είναι αληθές, οπότε μια αρχική υπόθεση μπορεί να είναι η

$$H1 = (T, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?)$$

- Το παράδειγμα X_2 είναι αρνητικό, αλλά είναι εσφαλμένα θετικό σύμφωνα με την υπόθεση $H1$. Οπότε πρέπει να εξειδικεύσουμε την $H1$, προσθέτοντας μια συνθήκη, έστω

$$H2 = (T, ?, ?, ?, \text{some}, ?, ?, ?, ?, ?)$$

Παράδειγμα (2)

Example	Attributes										Target
	<i>Alt</i>	<i>Bar</i>	<i>Fri</i>	<i>Hun</i>	<i>Pat</i>	<i>Price</i>	<i>Rain</i>	<i>Res</i>	<i>Type</i>	<i>Est</i>	<i>Wait</i>
X_1	T	F	F	T	Some	\$\$\$	F	T	French	0–10	T
X_2	T	F	F	T	Full	\$	F	F	Thai	30–60	F
X_3	F	T	F	F	Some	\$	F	F	Burger	0–10	T
X_4	T	F	T	T	Full	\$	F	F	Thai	10–30	T
X_5	T	F	T	F	Full	\$\$\$	F	T	French	>60	F
X_6	F	T	F	T	Some	\$\$	T	T	Italian	0–10	T
X_7	F	T	F	F	None	\$	T	F	Burger	0–10	F
X_8	F	F	F	T	Some	\$\$	T	T	Thai	0–10	T
X_9	F	T	T	F	Full	\$	T	F	Burger	>60	F
X_{10}	T	T	T	T	Full	\$\$\$	F	T	Italian	10–30	F
X_{11}	F	F	F	F	None	\$	F	F	Thai	0–10	F
X_{12}	T	T	T	T	Full	\$	F	F	Burger	30–60	T

$$H2=(T, ?, ?, ?, \text{some}, ?, ?, ?, ?, ?)$$

- Το X_3 είναι θετικό, αλλά είναι εσφαλμένα αρνητικό σύμφωνα με την $H2$. Οπότε πρέπει να γενικεύσουμε την $H2$, παραλείποντας κάποια συνθήκη, έστω

$$H3=(?, ?, ?, ?, \text{some}, ?, ?, ?, ?, ?)$$

- Το X_4 είναι θετικό, αλλά εσφαλμένα αρνητικό σύμφωνα με την $H3$. Πρέπει να γενικεύσουμε την $H3$, αλλά δεν μπορούμε να άρουμε τη συνθήκη $pat=\text{some}$ γιατί η νέα υπόθεση δεν θα είναι συνεπής με το X_2 . Οπότε προσθέτουμε διαζευκτέο στην υπόθεσή μας, έστω

$$H4=\{(? , ? , ? , ? , \text{some}, ? , ? , ? , ? , ?), (? , ? , T , ? , \text{full}, ? , ? , ? , ? , ?)\}$$

Παράδειγμα (3)

Example	Attributes										Target
	<i>Alt</i>	<i>Bar</i>	<i>Fri</i>	<i>Hun</i>	<i>Pat</i>	<i>Price</i>	<i>Rain</i>	<i>Res</i>	<i>Type</i>	<i>Est</i>	<i>Wait</i>
X_1	T	F	F	T	Some	\$\$\$	F	T	French	0–10	T
X_2	T	F	F	T	Full	\$	F	F	Thai	30–60	F
X_3	F	T	F	F	Some	\$	F	F	Burger	0–10	T
X_4	T	F	T	T	Full	\$	F	F	Thai	10–30	T
X_5	T	F	T	F	Full	\$\$\$	F	T	French	>60	F
X_6	F	T	F	T	Some	\$\$	T	T	Italian	0–10	T
X_7	F	T	F	F	None	\$	T	F	Burger	0–10	F
X_8	F	F	F	T	Some	\$\$	T	T	Thai	0–10	T
X_9	F	T	T	F	Full	\$	T	F	Burger	>60	F
X_{10}	T	T	T	T	Full	\$\$\$	F	T	Italian	10–30	F
X_{11}	F	F	F	F	None	\$	F	F	Thai	0–10	F
X_{12}	T	T	T	T	Full	\$	F	F	Burger	30–60	T

$H3 = (?, ?, ?, ?, \text{some}, ?, ?, ?, ?, ?)$

- Γενικεύθηκε ως:

$H4 = \{ (?, ?, ?, ?, \text{some}, ?, ?, ?, ?, ?), (?, ?, T, ?, \text{full}, ?, ?, ?, ?, ?) \}$

- Υπάρχουν κι άλλες υποψήφιες υποθέσεις που συμφωνούν με τα παραδείγματα ως τώρα, όπως για παράδειγμα

$H4' = (?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, ?, 30-60)$

$H4'' = \{ (?, ?, ?, ?, \text{some}, ?, ?, ?, ?, ?), (?, ?, ?, ?, \text{full}, ?, ?, ?, ?, 30-60) \}$

Παράδειγμα (4)

Example	Attributes										Target
	<i>Alt</i>	<i>Bar</i>	<i>Fri</i>	<i>Hun</i>	<i>Pat</i>	<i>Price</i>	<i>Rain</i>	<i>Res</i>	<i>Type</i>	<i>Est</i>	<i>Wait</i>
X_1	T	F	F	T	Some	\$\$\$	F	T	French	0–10	T
X_2	T	F	F	T	Full	\$	F	F	Thai	30–60	F
X_3	F	T	F	F	Some	\$	F	F	Burger	0–10	T
X_4	T	F	T	T	Full	\$	F	F	Thai	10–30	T
X_5	T	F	T	F	Full	\$\$\$	F	T	French	>60	F
X_6	F	T	F	T	Some	\$\$	T	T	Italian	0–10	T
X_7	F	T	F	F	None	\$	T	F	Burger	0–10	F
X_8	F	F	F	T	Some	\$\$	T	T	Thai	0–10	T
X_9	F	T	T	F	Full	\$	T	F	Burger	>60	F
X_{10}	T	T	T	T	Full	\$\$\$	F	T	Italian	10–30	F
X_{11}	F	F	F	F	None	\$	F	F	Thai	0–10	F
X_{12}	T	T	T	T	Full	\$	F	F	Burger	30–60	T

- Ο αλγόριθμος αναζήτησης της τρέχουσας βέλτιστης υπόθεσης είναι μη αιτιοκρατικός γιατί σε κάθε σημείο μπορεί να υπάρξουν πολλές ενδεχόμενες εξειδικεύσεις/γενικεύσεις μιας υπόθεσης.
- Όταν, με τις επιλογές που γίνονται, οδηγηθούμε σε υπόθεση τέτοια ώστε καμιά απλή τροποποίησή της δεν είναι πλέον δυνατό να την καταστήσει σύμφωνη με όλο το σύνολο εκπαίδευσης, ο αλγόριθμος **υπαναχωρεί** σε προηγούμενο σημείο επιλογής.
- **Πρόβλημα:** χρονοβόρος ο έλεγχος συνέπειας κάθε υπόθεσης με όλα τα προηγούμενα παραδείγματα. Πιθανόν να υπάρχουν πολλές υπαναχωρήσεις.

Αναζήτηση ελάχιστης δέσμευσης

- Στόχος η αποφυγή της υπαναχώρησης. Λύση, μια **αυξητική** προσέγγιση.
- Ο χώρος όλων των υποθέσεων μπορεί να θεωρηθεί ότι αντιστοιχεί στη διάζευξη όλων των υποθέσεων.

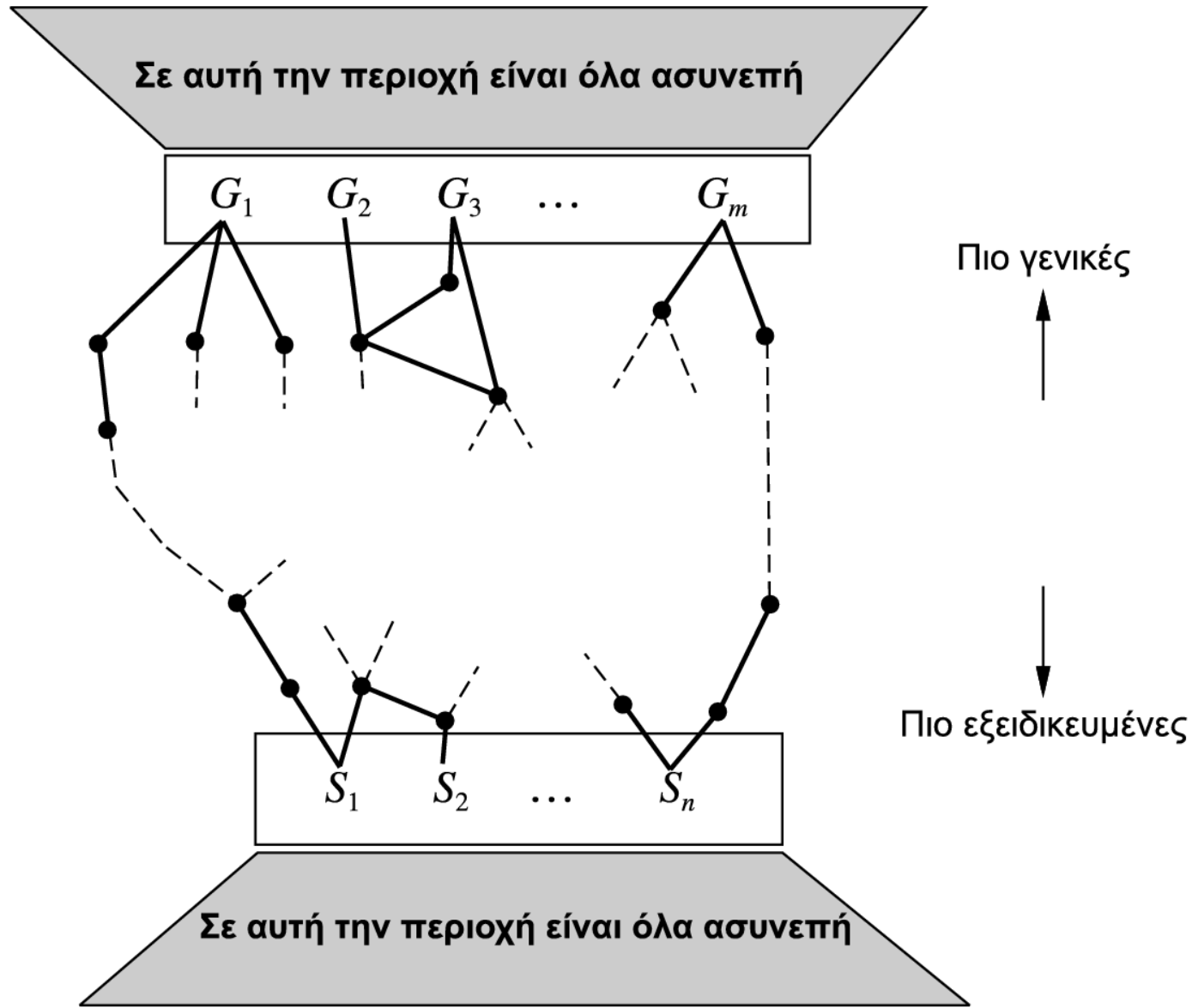
$$H1 \vee H2 \vee \dots \vee Hn$$

- Κάθε μια υπόθεση που διαπιστώνεται ότι δεν είναι συνεπής με τα παραδείγματα απαλοίφεται, οπότε ο χώρος των υποθέσεων συρρικνώνεται.
- Διατηρούνται μόνο όλες οι υποθέσεις που είναι συνεπείς με όλα τα παραδείγματα (**χώρος εκδοχών**, version space).
- Δύο εναλλακτικές ονομασίες για τον αλγόριθμο:
 - Αλγόριθμος μάθησης χώρου εκδοχών
 - Αλγόριθμος απαλοιφής υποψηφίων
- Πρόβλημα: Πώς απεικονίζουμε, με συμπαγή τρόπο, τον χώρο εκδοχών;
 - Ο χώρος εκδοχών μπορεί να είναι εκθετικά μεγάλος ως προς το πλήθος των χαρακτηριστικών.

Οριακά σύνολα

- Αναπαριστάνουμε τον χώρο εκδοχών με δύο σύνολα:
 - Το σύνολο G (G -set, general): Το σύνολο των πλέον γενικών συνεπών υποθέσεων.
 - Το σύνολο S (S -set, specific): Το σύνολο των πλέον ειδικών συνεπών υποθέσεων.
- Μια υπόθεση H ανήκει στο χώρο εκδοχών αν και μόνο αν είναι εξειδίκευση κάποιας υπόθεσης του G και γενίκευση κάποιας υπόθεσης του S .
- Για να συμπεριλαμβάνει ο χώρος εκδοχών όλες τις δυνατές υποθέσεις, ορίζουμε το G να περιέχει την τιμή *Αληθές* (τις υποθέσεις που περιλαμβάνουν τα πάντα, όλα τα παραδείγματα) και το S να περιέχει την τιμή *Ψευδές* (τις υποθέσεις με κενή επέκταση, που δεν περιλαμβάνουν κανένα παράδειγμα).

Χώρος εκδοχών



Ενημέρωση οριακών συνόλων

- Εξετάζουμε ένα-ένα τα παραδείγματα του συνόλου εκπαίδευσης. Κάθε ένα από αυτά μπορεί να είναι εσφαλμένα θετικό ή εσφαλμένα αρνητικό για τα μέλη S_i και G_i των συνόλων S και G αντίστοιχα.
- Εσφαλμένα θετικό για το S_i : Απόρριψη S_i από το S .
- Εσφαλμένα αρνητικό για το S_i : Αντικατάσταση S_i από όλες τις άμεσες γενικεύσεις του που καλύπτουν το νέο παράδειγμα, με την προϋπόθεση ότι είναι πιο εξειδικευμένες από κάποιο μέλος του G .
- Εσφαλμένα θετικό για το G_i : Αντικατάσταση G_i από όλες τις άμεσες εξειδικεύσεις του που απορρίπτουν το νέο παράδειγμα, με την προϋπόθεση ότι είναι πιο γενικές από κάποιο μέλος του S .
- Εσφαλμένα αρνητικό για το G_i : Απόρριψη G_i από το G .

Τερματισμός αλγορίθμου

- Στο χώρο εκδοχών απομένει ακριβώς μια υπόθεση.
 - Ιδανική περίπτωση
- Ο χώρος εκδοχών *καταρρέει* — είτε το S είτε το G αδειάζει. Αυτό μπορεί να οφείλεται σε δύο λόγους:
 - Δεν υπάρχει υπόθεση συνεπής με τα παραδείγματα στον επιλεγμένο χώρο υποθέσεων.
 - Τα παραδείγματα περιέχουν θόρυβο.
- Τελειώνουν τα παραδείγματα ενώ έχουμε πολλές υποθέσεις στο χώρο εκδοχών.
 - Υπάρχουν πολλές υποθέσεις συνεπείς με τα παραδείγματα.

Παράδειγμα (1)

Example	Attributes										Target
	<i>Alt</i>	<i>Bar</i>	<i>Fri</i>	<i>Hun</i>	<i>Pat</i>	<i>Price</i>	<i>Rain</i>	<i>Res</i>	<i>Type</i>	<i>Est</i>	<i>Wait</i>
X_1	T	F	F	T	Some	\$\$\$	F	T	French	0–10	T
X_2	T	F	F	T	Full	\$	F	F	Thai	30–60	F
X_3	F	T	F	F	Some	\$	F	F	Burger	0–10	T
X_4	T	F	T	T	Full	\$	F	F	Thai	10–30	T
X_5	T	F	T	F	Full	\$\$\$	F	T	French	>60	F
X_6	F	T	F	T	Some	\$\$	T	T	Italian	0–10	T
X_7	F	T	F	F	None	\$	T	F	Burger	0–10	F
X_8	F	F	F	T	Some	\$\$	T	T	Thai	0–10	T
X_9	F	T	T	F	Full	\$	T	F	Burger	>60	F
X_{10}	T	T	T	T	Full	\$\$\$	F	T	Italian	10–30	F
X_{11}	F	F	F	F	None	\$	F	F	Thai	0–10	F
X_{12}	T	T	T	T	Full	\$	F	F	Burger	30–60	T

- Αρχικά ισχύει $G = \{G_1\}$ με $G_1 = \text{True}$ και $S = \{S_1\}$ με $S_1 = \text{False}$
 - Ο χώρος των εκδοχών περιλαμβάνει όλες τις υποθέσεις.
- Το παράδειγμα X_1 είναι θετικό.
- Η υπόθεση G_1 το κατατάσσει σωστά.
- Η υπόθεση S_1 το κατατάσσει λαθεμένα (εσφαλμένα αρνητικό), άρα πρέπει να γενικευτεί.

Παράδειγμα (2)

- Αντικαθιστούμε την S_1 με την πιο εξειδικευμένη γενίκευσή της, που είναι συμβατή με το παράδειγμα:

– $S_2 = \{$ $\text{alt} = \text{T}$
 ☐ $\text{bar} = \text{F}$
 ☐ $\text{fri} = \text{F}$
 ☐ $\text{hun} = \text{T}$
 ☐ $\text{pat} = \text{some}$
 ☐ $\text{price} = \$\$ \$$
 ☐ $\text{rain} = \text{F}$
 ☐ $\text{res} = \text{T}$
 ☐ $\text{type} = \text{f}$
 ☐ $\text{est} = 0-10 \}$

Ή σε συμπαγή μορφή $S_2 = (\text{T}, \text{F}, \text{F}, \text{T}, \text{some}, \$\$ \$, \text{F}, \text{T}, \text{f}, 0-10)$

Παράδειγμα (3)

Example	Attributes										Target
	<i>Alt</i>	<i>Bar</i>	<i>Fri</i>	<i>Hun</i>	<i>Pat</i>	<i>Price</i>	<i>Rain</i>	<i>Res</i>	<i>Type</i>	<i>Est</i>	<i>Wait</i>
X_1	T	F	F	T	Some	\$\$\$	F	T	French	0–10	T
X_2	T	F	F	T	Full	\$	F	F	Thai	30–60	F
X_3	F	T	F	F	Some	\$	F	F	Burger	0–10	T
X_4	T	F	T	T	Full	\$	F	F	Thai	10–30	T
X_5	T	F	T	F	Full	\$\$\$	F	T	French	>60	F
X_6	F	T	F	T	Some	\$\$	T	T	Italian	0–10	T
X_7	F	T	F	F	None	\$	T	F	Burger	0–10	F
X_8	F	F	F	T	Some	\$\$	T	T	Thai	0–10	T
X_9	F	T	T	F	Full	\$	T	F	Burger	>60	F
X_{10}	T	T	T	T	Full	\$\$\$	F	T	Italian	10–30	F
X_{11}	F	F	F	F	None	\$	F	F	Thai	0–10	F
X_{12}	T	T	T	T	Full	\$	F	F	Burger	30–60	T

- Το παράδειγμα X_2 είναι αρνητικό.
- Η υπόθεση G_1 το κατατάσσει εσφαλμένα θετικά, άρα πρέπει να αντικατασταθεί από τις άμεσες εξειδικεύσεις της που είναι συμβατές με το παράδειγμα:
 - $G_2 = \{\text{alt} = \text{F}\}$
 - $G_3 = \{\text{bar} = \text{T}\}$
 - $G_4 = \{\text{fri} = \text{T}\}$
 - $G_5 = \{\text{hun} = \text{F}\}$
 - $G_6 = \{\text{pat} = \text{some} \vee \text{pat} = \text{none}\}$

Παράδειγμα (4)

- (συνέχεια...)
 - $G_7 = \{\text{price}=\$ \$ \vee \text{price}=\$ \$ \$\}$
 - $G_8 = \{\text{rain}=\text{T}\}$
 - $G_9 = \{\text{res}=\text{T}\}$
 - $G_{10} = \{\text{type}=\text{f} \vee \text{type}=\text{i} \vee \text{type}=\text{ff}\}$
 - $G_{11} = \{\text{est}=0-10 \vee \text{est}=10-30 \vee \text{est}=\geq 60\}$
- Από τις παραπάνω υποθέσεις, οι G_2 , G_3 , G_4 , G_5 , G_8 και G_9 απορρίπτονται γιατί ταξινομούν εσφαλμένα το X_1 .
- Η υπόθεση S_2 ταξινομεί σωστά αρνητικά το X_2 .

Παράδειγμα (5)

- Το παράδειγμα X_3 είναι θετικό.
- Ελέγχουμε καταρχήν για υποθέσεις του G οι οποίες κατατάσσουν το X_3 εσφαλμένα αρνητικά.
 - Οι υποθέσεις G_7 και G_9 απορρίπτονται.
- Ελέγχουμε στη συνέχεια για υποθέσεις του S , οι οποίες κατατάσσουν το X_3 εσφαλμένα αρνητικά.
- Πράγματι, η S_2 κατατάσσει το X_3 εσφαλμένα αρνητικά, άρα πρέπει να γενικευτεί, προσέχοντας όμως να μην καλύψει και το X_2 .
 - Το X_1 καλύπτεται ήδη από την S_2 και θα συνεχίσει να καλύπτεται και μετά τη γενίκευση.

Παράδειγμα (6)

- Η S_2 πριν τις γενικεύσεις της έχει ως εξής:
 - $S_2 = \{ \text{alt}=\text{T} \wedge \text{bar}=\text{F} \wedge \text{fri}=\text{F} \wedge \text{hun}=\text{T} \wedge \text{pat}=\text{some} \wedge \text{price}=\text{\$}\text{\$}\text{\$} \wedge \text{rain}=\text{F} \wedge \text{res}=\text{T} \wedge \text{type}=\text{f} \wedge \text{est}=\text{0-10} \}$
- Άμεσες γενικεύσεις μπορούν να γίνουν με προσθήκη διαζευκτέων.
 - Σε περίπτωση δίτιμων χαρακτηριστικών, αντί για προσθήκη του εναλλακτικού διαζευκτέου μπορούμε να αφαιρέσουμε τον υπάρχοντα συζευκτέο.
- Η παρακάτω είναι η γενίκευση της S_2 :
 - $S_3 = \{ \text{fri}=\text{F} \wedge \text{pat}=\text{some} \wedge (\text{price}=\text{\$}\text{\$}\text{\$} \vee \text{price}=\text{\$}) \wedge \square \text{rain}=\text{F} \wedge (\text{type}=\text{f} \vee \text{type}=\text{ff}) \wedge \text{est}=\text{0-10} \}$
- Η S_3 δεν είναι πιο γενική από κάποιο μέλος του G .