ΤΟΜΕΑΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
Τεχνητή Νοημοσύνη
Ακ. Έτος 2021-2022
2η γραπτή σειρά ασκήσεων

Καραβαγγέλης Αθανάσιος
Α.Μ.: 03117022

ΑΣΚΗΣΗ 1

1. $(p \Leftrightarrow \neg q) \Rightarrow ((r \wedge s) \vee t)$

$\neg(p \Leftrightarrow \neg q) \vee ((r \wedge s) \vee t)$ Βήμα 1

$\neg((p \Rightarrow \neg q) \wedge (\neg q \Rightarrow p)) \vee ((r \wedge s) \vee t)$ Βήμα 1

$\neg((\neg p \vee \neg q) \wedge (q \vee p)) \vee ((r \wedge s) \vee t)$

$\neg(\neg p \vee \neg q) \vee \neg(q \vee p) \vee ((r \wedge s) \vee t)$ Βήμα 2

$(p \wedge q) \vee (\neg q \wedge \neg p) \vee ((r \vee t) \wedge (s \vee t))$ Βήμα 3

$(p \vee \neg q) \wedge (p \vee \neg p) \wedge (q \vee \neg q) \wedge (q \vee \neg p) \vee ((r \wedge s) \vee t)$ Βήμα 4

$(p \vee \neg q) \wedge (q \vee \neg p) \vee ((r \wedge s) \vee t)$

$(p \vee \neg q \vee ((r \wedge s) \vee t)) \wedge (q \vee \neg p \vee ((r \wedge s) \vee t))$ Βήμα 3

$(p \vee \neg q \vee (r \wedge s) \vee t) \wedge (q \vee \neg p \vee (r \wedge s) \vee t)$.

$(p \vee \neg q \vee (r \vee t) \wedge (s \vee t)) \wedge (q \vee \neg p \vee (r \vee t) \wedge (s \vee t))$.

$(p \vee \neg q \vee r \vee t) \wedge (p \vee \neg q \vee s \vee t) \wedge (q \vee \neg p \vee r \vee t) \wedge$
$(q \vee \neg p \vee s \vee t)$

$\rightarrow \{[p, \neg q, r, t], [p, \neg q, s, t], [q, \neg p, r, t], [q, \neg p, s, t]\}$

2. $(\forall x.\forall y.\exists z.\, q(x,y,z) \vee \exists x.\forall y.\, p(x,y)) \wedge \neg(\exists x.\exists y.\, p(x,y))$

$(\forall x.\forall y.\exists z.\, q(x,y,z) \vee \exists x.\forall y.\, p(x,y)) \wedge (\forall x.\forall y.\, \neg p(x,y))$

$(\forall x.\forall y.\, q(x,y,g(y)) \vee \forall y.\, p(f(y),y)) \wedge (\forall x.\forall y.\, \neg p(x,y))$

$(\forall y.(\forall x.\, q(x,y,g(y)) \vee p(f(y),y))) \wedge (\forall x.\forall y.\, \neg p(x,y))$

$\forall y.\, ((\forall x.\, q(x,y,g(y)) \vee p(f(y),y)) \wedge (\forall x.\, \neg p(x,y)))$

$\forall y.\, \forall x.\, ((q(x,y,g(y)) \vee p(f(y),y)) \wedge \neg p(x,y))$

$(q(x,y,g(y)) \vee p(f(y),y)) \wedge \neg p(x,y)$

$\longrightarrow \{[q(x,y,g(y)),\, p(f(y),y)],\ [\neg p(x,y)]\}$

ASKHSH 2.

1η Περίπτωση: Ανακλαστική & Συμμετρική

$\Delta^I = \{a, b, c\}$

$R^I = \{\underbrace{(a,a),(b,b),(c,c)}_{\text{Ανακλαστική}}, \underbrace{(a,b),(b,a),(a,c),(c,a)}_{\text{Συμμετρική}}\}$

- Το μοντέλο δεν ικανοποιεί τη μεταβατική ιδιότητα αφού ισχύει (b,a) και (a,c) αλλά όχι (b,c).

2η περίπτωση: Ανακλαστική και Μεταβατική

$\Delta^I = \{a, b, c\}$ $R^I = \{(a,a),(b,b),(c,c),(a,b),(b,c),(a,c)\}$

- Δεν ικανοποιείται η συμμετρική ιδιότητα αφού ισχύει (a,b) αλλά όχι (b,a).

3η περίπτωση: Συμμετρική και Μεταβατική

$\Delta^I = \{a,b,c\}$

$R^I = \{(a,b),(b,a),(a,c),(c,a),(b,c),(c,b)\}$

- Το μοντέλο δεν ικανοποιεί την ανακλαστική ιδιότητα αφού για κανένα εκ των a,b,c δεν ισχύει $(a,a),(b,b)$ ή (c,c)

Το συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι καμία από τις 3 δεν αποτελεί λογική συνέπεια των άλλων 2 αφού βλέπω ότι και για τα 3 ζεύγη υπάρχουν μοντέλα ώστε να μην ικανοποιείται η 3η.

ΑΣΚΗΣΗ 3.

Μετατρέπω σε CNF όλες τις προτάσεις της γνώσης K:

- $\forall x \exists y.(A(x) \Rightarrow R(x,y) \wedge C(y))$

$\forall x \exists y (\neg A(x) \vee (R(x,y) \wedge C(y)))$

$\forall x \exists y ((\neg A(x) \vee R(x,y)) \wedge (\neg A(x) \vee C(y)))$

$\forall x ((\neg A(x) \vee R(x,f(x))) \wedge (\neg A(x) \vee C(f(x))))$

1 2

$\{[\neg A(x), R(x,f(x))], [\neg A(x), C(f(x))]\}$ 1

- $\forall x \exists y.(B(x) \Rightarrow S(y,x) \wedge D(y))$

Ομοίως με 1:

3 4

$\{[\neg B(x), S(f(x),x)], [\neg B(x), D(f(x))]\}$ 2

$\forall x (D(x) \Rightarrow A(x))$

$\forall x (\neg D(x) \vee A(x))$

$\{[\neg D(x), A(x)]\}$ 3

5

3

- $\forall x \forall y (S(x,y) \Rightarrow T(y,x))$

  $\forall x . \forall y . (\neg S(x,y) \vee T(y,x))$

  $\{[\neg S(x,y), T(y,x)]\}$ (6) (4)

- $\forall x \forall y \forall z (T(x,y) \wedge R(y,z) \wedge C(z) \Rightarrow Q(x))$

  $\forall x . \forall y . \forall z (\neg T(x,y) \wedge R(y,z) \wedge (\neg C(z)) \vee Q(x)))$

  $\{[\neg T(x,y), \neg R(y,z), \neg C(z), Q(x)]\}$ (7) (5)

→ Μετατρέπω για τον ισχυρισμό — την άρνηση του — σε CNF.

$\forall x . (B(x) \Rightarrow Q(x))$

↓ άρνηση.

$\neg \forall x . (B(x) \Rightarrow Q(x))$

$\exists x . (\neg (B(x) \Rightarrow Q(x)))$

$\exists x (\neg (\neg B(x) \vee Q(x)))$

$\exists x (B(x) \wedge \neg Q(x))$

$\{[B(c)], [\neg Q(c)]\}$.
(8) (9)

Εφαρμόζω διαδοχικά τα βήματα:

(3),(8) $\xrightarrow{\cancel{x} \leftarrow c}$ $[S(f(c), c)]$ (10)

(4)(8) $\xrightarrow{\cancel{x} \leftarrow c}$ $[D(f(c))]$ (11)

(5)(11) $\xrightarrow{\cancel{x} \leftarrow f(c)}$ $[A(f(c))]$ (12)

(1),(12) $\xrightarrow{x \leftarrow f(c)}$ $[R(f(c)), f(f(c))]$ (13)

(6),(10) $\xrightarrow[y \leftarrow c]{\cancel{x} \leftarrow f(c)}$ $[T(c, f(c))]$ (14)

(7)(9),(4),(5),(2) $\Longrightarrow$ $[\neg A(f(c))]$ $\xrightarrow{(12)}$ **ΑΝΤΙΦΑΣΗ**

$\boxed{\text{Άρα } K \models \forall x (B(x) \to Q(x)).}$

(4)

ΑΣΚΗΣΗ 4

1. $\forall x (Χώρα(x) \rightarrow \exists y (Ήπειρος(y) \wedge ΑνήκειΣε(x,y)))$

2. $\exists x (Χώρα(x) \wedge ΜεγαλύτεροΑπό(πληθυσμός(x), 300.000.000))$

3. $\neg \exists x (Χώρα(x) \wedge \exists y_1 \exists y_2 \exists y_3 (Ήπειρος(y_1) \wedge Ήπειρος(y_2) \wedge Ήπειρος(y_3) \wedge$
$ΑνήκειΣε(x,y_1) \wedge ΑνήκειΣε(x,y_2) \wedge ΑνήκειΣε(x,y_3) \wedge$
$\neg(y_1 = y_3) \wedge \neg(y_1 = y_2) \wedge \neg(y_2 = y_3))$

4. $\exists x (Χώρα(x) \wedge Ήπειρος(Αμερική) \wedge ΑνήκειΣε(x, Αμερική) \wedge$
$\forall y (Χώρα(y) \wedge ΑνήκειΣε(y, Ευρώπη)) \longrightarrow$
$ΜεγαλύτεροΑπό(πληθυσμός(x), πληθυσμός(y))$

5. $\exists x_1 . \exists x_2 (Χώρα(x_1) \wedge Χώρα(x_2) \wedge \neg(x_1 = x_2) \wedge \neg(x_1 = x_3) \wedge$
$\neg(x_2 = x_3) \wedge ΜεγαλύτεροΑπό(πληθυσμός(x_1), 10^9) \wedge$
$ΜεγαλύτεροΑπό(πληθυσμός(x_2), 10^9) \wedge$
$(\forall x_3 . Χώρα(x_3) \wedge \neg ΜεγαλύτεροΑπό(πληθυσμός(x_3), 10^9))$

6. $\forall x ((Χώρα(x) \wedge \neg(x = Κίνα) \wedge \neg(x = Ινδία) \wedge Χώρα(Κίνα) \wedge$
$Χώρα(Ινδία)) \longrightarrow (ΜεγαλύτεροΑπό(πληθυσμός(Κίνα), πληθυσμός(x)) \wedge$
$ΜεγαλύτεροΑπό(πληθυσμός(Ινδία), πληθυσμός(x)))$

• ΑΣΚΗΣΗ 5.

1) Πρέπει να ισχύει:

$[\forall x(p(x) \Rightarrow q(a))] \wedge \neg[\forall x p(x) \Rightarrow q(a)]$

$[\forall x(\neg p(x) \vee q(a))] \wedge \neg[\neg(\forall x p(x)) \vee q(a)]$

$[\forall x(\neg p(x) \vee q(a))] \wedge [\forall x p(x) \wedge \neg q(a)]$

$[\neg p(x) \vee q(a)] \wedge \forall x[p(x) \wedge \neg q(a)]$

$(\neg p(x) \vee q(a)) \wedge (p(x) \wedge \neg q(a))$

$[(\neg p(x) \wedge p(x)) \vee (q(a) \wedge p(x))] \wedge \neg q(a)$

$[q(a) \wedge p(x)] \wedge \neg q(a).$

$q(a) \wedge \neg q(a) \wedge p(x)$

<u>Το οποίο είναι αντίφαση</u>

Άρα δεν υπάρχει ερμήνεια που να ικανοποιεί την 1η και όχι τη 2η

2) Πρέπει να ισχύει:

$\exists x(p(x) \Rightarrow q(a)) \wedge \neg((\exists x.\, p(x)) \rightarrow q(a))$

$\exists x(\neg p(x) \vee q(a)) \wedge \neg(\neg(\exists x.p(x)) \vee q(a))$

$\exists x(\neg p(x) \vee q(a)) \wedge ((\exists x.p(x)) \wedge \neg q(a))$

$(\neg p(c) \vee q(a)) \wedge (p(k) \wedge \neg q(a))$

$(\neg p(c) \vee q(a)) \wedge p(k) \wedge \neg q(a)$

$[(\neg p(c) \wedge \neg q(a)) \vee (q(a) \wedge \neg q(a))] \wedge p(k)$

$\neg p(c) \wedge \neg q(a) \wedge p(k)$

Μία ερμήνεια που ικανοποιεί τη 1η κι όχι τη 2η:

$\Delta^I = \{a, b\}$ $\quad p^I = \{b\}$ $\quad q^I = \{a\}$.

ASKHSH 6

① $r(x,b) \leftarrow r(a,x)$
$r(x,z) \leftarrow r(x,y), r(y,z)$

- $U = \{a, b\}$
- $B = \{r(a,b), r(b,a)\}$

② $q(0) \leftarrow .$
$p(x) \leftarrow p(f(x))$

- $U = \{0, a, f(a), f(f(a)), \dots\}$
- $B = \{q(0), p(a), p(f(a)), p(f(f(a))), \dots\}$

ASKHSH 7

Forward Chaining

mother(A,B) — parent(x,y) ← mother(x,y) | x/A, y/B — parent(A,B)

mother(B,D) — parent(x,y) ← mother(x,y) | x/B, y/D — parent(B,D)

mother(E,D) — parent(x,y) ← mother(x,y) | x/E, y/D — parent(E,D)

father(F,E) — parent(x,y) ← father(x,y) | x/E, y/D — parent(F,E)

parent(A,B), parent(B,D) — grandparent(x,z) ← parent(x,y), parent(y,z) | x/A, y/B, z/D — grandparent(A,D)

parent(E,D), parent(F,E) — grandparent(x,z) ← parent(x,y), parent(y,z) | x/F, y/E, z/D — grandparent(F,D)

grandparent(A,D), grandparent(F,D) — cousin(y,z) ← grandparent(y,x), grandparent(z,x) | y/A, z/F, x/D — $\boxed{\text{Cousin(A,F)}}$

□ ✓

father(F,E)

parent(x,y) ← father(x,y)
x/F , y/E

parent(F,E)

mother(E,D)

parent(x,y) ← mother(x,y)
x/E
y/D

parent(E,D)

father(G,E)

parent(x,y) ← father(x,y)
x/G
y/E

parent(G,E)

grandparent(G,D)

grandparent(F,D)

sibling(F,G)

cousin(A,F)

$\boxed{\times}$

Αποτυχία για το sibling(A,G)*

*Αφού A και F ξαδέρφια και G με F αδέρφια, ο A και ο G είναι επίσης ξαδέρφια και όχι αδέρφια.

Backward Chaining

← sibling(A,G)

x/A
y/G

sibling(x,y) ← parent(x,z), parent(y,z)

← parent(A,z), parent(G,z)

parent(x,y) ← father(x,y)

parent(x,y) ← mother(x,y)
X/A

parent(x,y) ← father(x,y)
x/G

← father(A,z)
z/C
← father(A,C)

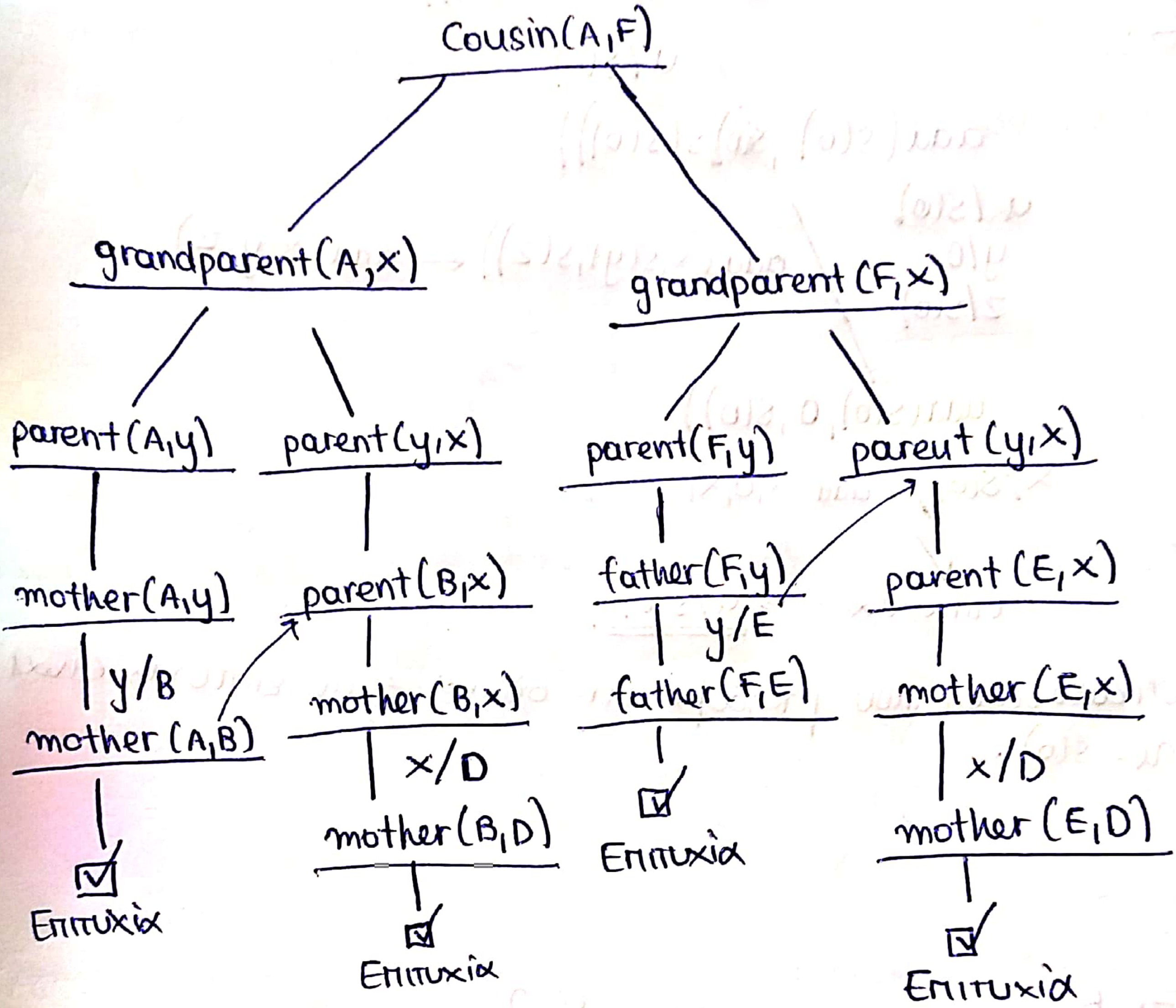
← mother(A,z)
z/B
← mother(A,B)

x/G
parent(x,y) ← mother(x,y)

mother(G,x)
¬∃x
▯

← father(G,z)
z/E
← father(G,E)

Αδιέξοδο — Αποτυχία



Επομένως βλέπουμε ότι το ερώτημα Cousin(A,F) έχει επιτυχή απάντηση ενώ το sibling(A,G) οδηγεί σε αποτυχία.

ΑΣΚΗΣΗ 8

$add(s(0), u, s(s(0)))$

$u/s(0)$

$add(s(0), s(0), s(s(0)))$

$x/s(0)$
$y/0$
$z/s(0)$

$add(x, s(y), s(z)) \leftarrow add(x, y, z)$

$add(s(0), 0, s(0))$

$x/s(0)$ $\quad add(x, 0, x) \leftarrow .$

✓

Επιτυχία $\rightsquigarrow$ $u/s(0)$.

→ Η αντικατάσταση που βλέπουμε ότι οδηγεί στην επιτυχία είναι η $u = s(0)$.

ΑΣΚΗΣΗ 9

① $A \sqsubseteq \exists r.B$

② $B \sqsubseteq \exists s.(A \sqcap C)$

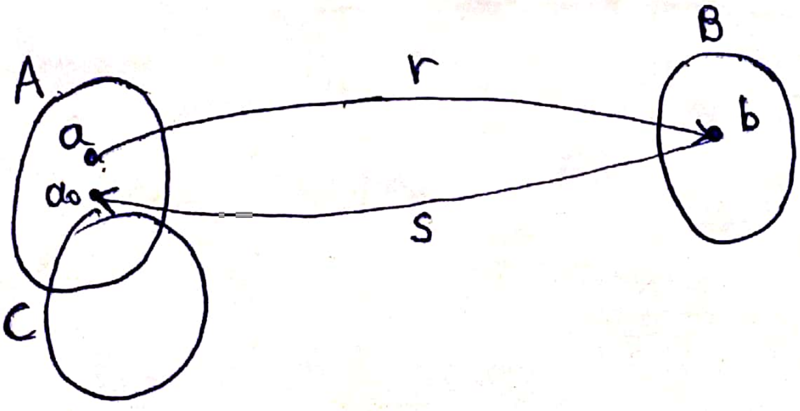
③ $s \equiv r^{-}$

④ $A(a)$

⑤ $\neg C(a)$

- $IN = \{a\}$
- $CN = \{A, B, C\}$
- $RN = \{r, s\}$

Για τη σταθερά a



→ Από 3 πρέπει $a_0 \equiv a$

→ Τότε όμως 2 και 5 έρχονται σε αντίφαση αφού θα πρέπει :

2 → $a \in A \cap C$

5 → $a \notin C$

→ Άρα, <u>ΔΕΝ</u> υπάρχει μοντέλο.

→ Θα υπήρχε εάν δεν είχαμε μία εκ των 2, 3, 5.