



3η Γραπτή Σειρά Ασκήσεων

Καραβαγγέλης Αθανάσιος

A.M.:03117022

Άσκηση 1

1) Για την άσκηση χρησιμοποίησα τη σχέση που δίνεται στις διαφάνειες του μαθήματος για τα βάρη του perceptron:

$$w(k+1) = w(k) + \beta(y(k) - f(x(k)))x(k)$$

όπου: $f(x(k)) = \text{sign}(w(k)^T x(k) - w_0(k))$

Δημιούργησα ένα python script για τις πράξεις της άσκησης και τρέχοντας το για 4 epochs, τα τελικά βάρη του perceptron ήταν:

(-0.4, -0.4, 0.6, 0.2)

Η επιλογή των 4 epochs έγινε αφού παρατήρησα πως έπειτα από τα 4 epochs δεν υπήρχαν αλλαγές στα βάρη.

Παρακάτω φαίνεται και ένας πίνακας από την εκτέλεση του script, όπου φαίνονται και όλα τα ενδιάμεσα βήματα.

Epoch	(w0, w1, w2, w3)	(x0, x1, x2, x3)	Σ	y(k) - f(x)	update	w(k+1)
1	[1 1 -1 -1]	[-1 0 -1 4]	-4	1	[-0.2 0.0 -0.2 0.8]	[0.8 1.0 -1.2 -0.2]
1	[0.8 1.0 -1.2 -0.2]	[-1 4 0 -1]	3.4	-1	[0.2 -0.8 -0.0 0.2]	[1.0 0.2 -1.2 0.0]
1	[1.0 0.2 -1.2 0.0]	[-1 2 2 -1]	-3.0	1	[-0.2 0.4 0.4 -0.2]	[0.8 0.6 -0.8 -0.2]
1	[0.8 0.6 -0.8 -0.2]	[-1 3 -1 0]	1.8	-1	[0.2 -0.6 0.2 -0.0]	[1.0 0.0 -0.6 -0.2]
1	[1.0 0.0 -0.6 -0.2]	[-1 -2 1 -3]	-1.0	1	[-0.2 -0.4 0.2 -0.6]	[0.8 -0.4 -0.4 -0.8]
1	[0.8 -0.4 -0.4 -0.8]	[-1 0 -2 -1]	0.8	-1	[0.2 -0.0 0.4 0.2]	[1.0 -0.4 0.0 -0.6]
2	[1.0 -0.4 0.0 -0.6]	[-1 0 -1 4]	-3.4	1	[-0.2 0.0 -0.2 0.8]	[0.8 -0.4 -0.2 0.2]
2	[0.8 -0.4 -0.2 0.2]	[-1 4 0 -1]	-2.6	0	[-0.0 0.0 0.0 -0.0]	[0.8 -0.4 -0.2 0.2]
2	[0.8 -0.4 -0.2 0.2]	[-1 2 2 -1]	-2.2	1	[-0.2 0.4 0.4 -0.2]	[0.6 0.0 0.2 0.0]
2	[0.6 0.0 0.2 0.0]	[-1 3 -1 0]	-0.8	0	[-0.0 0.0 -0.0 0.0]	[0.6 0.0 0.2 0.0]
2	[0.6 0.0 0.2 0.0]	[-1 -2 1 -3]	-0.4	1	[-0.2 -0.4 0.2 -0.6]	[0.4 -0.4 0.4 -0.6]
2	[0.4 -0.4 0.4 -0.6]	[-1 0 -2 -1]	-0.6	0	[-0.0 0.0 -0.0 -0.0]	[0.4 -0.4 0.4 -0.6]
3	[0.4 -0.4 0.4 -0.6]	[-1 0 -1 4]	-3.2	1	[-0.2 0.0 -0.2 0.8]	[0.2 -0.4 0.2 0.2]
3	[0.2 -0.4 0.2 0.2]	[-1 4 0 -1]	-2.0	0	[-0.0 0.0 0.0 -0.0]	[0.2 -0.4 0.2 0.2]
3	[0.2 -0.4 0.2 0.2]	[-1 2 2 -1]	-0.8	1	[-0.2 0.4 0.4 -0.2]	[0.0 0.0 0.6 0.0]
3	[0.0 0.0 0.6 0.0]	[-1 3 -1 0]	-0.6	0	[-0.0 0.0 -0.0 0.0]	[0.0 0.0 0.6 0.0]
3	[0.0 0.0 0.6 0.0]	[-1 -2 1 -3]	0.6	0	[-0.0 -0.0 0.0 -0.0]	[0.0 0.0 0.6 0.0]
3	[0.0 0.0 0.6 0.0]	[-1 0 -2 -1]	-1.2	0	[-0.0 0.0 -0.0 -0.0]	[0.0 0.0 0.6 0.0]
4	[0.0 0.0 0.6 0.0]	[-1 0 -1 4]	-0.6	1	[-0.2 0.0 -0.2 0.8]	[-0.2 0.0 0.4 0.8]
4	[-0.2 0.0 0.4 0.8]	[-1 4 0 -1]	-0.6	0	[-0.0 0.0 0.0 -0.0]	[-0.2 0.0 0.4 0.8]
4	[-0.2 0.0 0.4 0.8]	[-1 2 2 -1]	0.2	0	[-0.0 0.0 0.0 -0.0]	[-0.2 0.0 0.4 0.8]
4	[-0.2 0.0 0.4 0.8]	[-1 3 -1 0]	-0.2	0	[-0.0 0.0 -0.0 0.0]	[-0.2 0.0 0.4 0.8]
4	[-0.2 0.0 0.4 0.8]	[-1 -2 1 -3]	-1.8	1	[-0.2 -0.4 0.2 -0.6]	[-0.4 -0.4 0.6 0.2]
4	[-0.4 -0.4 0.6 0.2]	[-1 0 -2 -1]	-1.0	0	[-0.0 0.0 -0.0 -0.0]	[-0.4 -0.4 0.6 0.2]

2) $x = (-1, -1, 2, 2)$ και $w = (-0.4, -0.4, 0.6, 0.2)$

$$\sum_{i=0}^3 x_i w_i = 0.4 + 0.4 + 1.2 + 0.4 = 2.4 > 0$$

Άρα το perceptron θα ταξινομήσει το διάνυσμα στην κατηγορία που αντιστοιχεί το 1 δηλαδή **στην κλάση B**.

Άσκηση 2

Διάνυσμα	Απόσταση από το $(-1, 2, 2)$	Κλάση	KNN 1	KNN 3
$(0, -1, 4)$	$\sqrt{14}$	B	B	B
$(4, 0, -1)$	$\sqrt{38}$	A		
$(2, 2, -1)$	$\sqrt{18}$	B		B
$(3, -1, 0)$	$\sqrt{29}$	A		
$(-2, 1, -3)$	$\sqrt{27}$	B		
$(0, -2, -1)$	$\sqrt{26}$	A		A
$(-1, 2, 2)$			B	B

Άρα και οι 2 ταξινομητές βρίσκουν ότι το $(-1, 2, 2)$ είναι στην κλάση B.

Άσκηση 3

1) Η εκ των προτέρων πιθανότητα είναι:

$$P_{a_priori}(\text{άνδρας}) = 51\% = 0,51$$

2) Το 9,5% των αντρών και το 1,7% των γυναικών είναι καπνιστές.

- $P(\text{καπνίζει} \mid \text{άνδρας}) = 0.095$ ή 9,5%
- $P(\text{καπνίζει} \mid \text{γυναίκα}) = 0.017$ ή 1,7%

Η πιθανότητα που ψάχνουμε στο ερώτημα αυτό είναι η δεσμευμένη πιθανότητα ένα άτομο που είναι δεδομένο ότι καπνίζει να είναι άνδρας.

Άρα:

$$P(\text{άνδρας} \mid \text{καπνίζει}) = \frac{P(\text{άνδρας})P(\text{καπνίζει} \mid \text{άνδρας})}{P(\text{καπνίζει})}$$

Η πιθανότητα ένα άτομο να καπνίζει είναι :

$$\begin{aligned} P(\text{καπνίζει}) &= P(\text{καπνίζει} \mid \text{άνδρας})P(\text{άνδρας}) + P(\text{καπνίζει} \mid \text{γυναίκα})P(\text{γυναίκα}) \\ &= 0.095 \cdot 0.51 + 0.017 \cdot 0.49 = \mathbf{0.05678} \text{ ή } \mathbf{5,678\%} \end{aligned}$$

$$\text{Άρα } P(\text{άνδρας} \mid \text{καπνίζει}) = \frac{0.51 \cdot 0.095}{0.05678} = \mathbf{0,8532} \text{ ή } \mathbf{85,32\%}$$

Άσκηση 4

Ασαφής κανόνας:

αν η X είναι A1 και η Y είναι σχετικά A2, τότε η Z είναι B

Έχουμε τα ασαφή σύνολα:

- $A1 = 0.2/x1 + 1/x2 + 0.8/x3$
- $A2 = 1/y1 + 0.09/y2$ αλλά θα ασχοληθούμε με το σύνολο “σχετικά A2 ($\mu \rightarrow \mu^{1/2}$)”, έστω A2', άρα $A2' = 1/y1 + 0.3/y2$
- και $B = 0.7/z1 + 1/z2$

$$R(X, Y, Z) = J_{\min}(i(A1(X), A2'(Y)), B(Z))$$

• Όπου:

$$i(A1(x), A2'(Y)) = \min(A1, A2') = 0.2/x1,y1 + 0.2/x1,y2 + 1/x2,y1 + 0.3/x2,y2 + 0.8/x3,y1 + 0.3/x3,y2$$

$$\begin{aligned}
J_{\min}(i(A_1(X), A_2'(Y)), B(Z)) &= \min(i(A_1, A_2'), B) = \\
&= 0.2/x_1, y_1, z_1 + 0.2/x_1, y_1, z_2 + 0.2/x_1, y_2, z_1 + 0.2/x_1, y_2, z_2 + \\
&+ 0.7/x_2, y_1, z_1 + 1/x_2, y_1, z_2 + 0.3/x_2, y_2, z_1 + 0.3x_2, y_2, z_2 + \\
&+ 0.7/x_3, y_1, z_1 + 0.8/x_3, y_1, z_2 + 0.3/x_3, y_2, z_1 + 0.3/x_3, y_2, z_2
\end{aligned}$$

Άρα, για $X = x_2$ και $Y = y_1$, η έξοδος είναι:

$$0.7/z_1 + 1/z_2$$