B6. Probability

Bổ sung thêm cho bài giảng

2019

Nội dung bổ sung

1. **Xác suất**
2. **Một số phân phối xác suất**
3. **Empirical rule**
4. **Định lý giới hạn trung tâm**

1. Xác suất

- **Hoán vị** (*permutation*)**: thay đổi, sắp xếp vị trí**
  - Lấy mẫu <u>không lặp lại</u>, hoán vị n *chọn k* ($0 < k \le n$)

$$P_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$\rightarrow$ nguyên lý nhân k vị trí đầu tiên sẽ chọn: $n(n-1)...(n-k+1)$

Khi k = n (hoán vị toàn bộ): $P_{n,n} = n!$

  - Lấy mẫu <u>lặp lại</u>, hoán vị n *chọn k* ($0 < k \le n$)

$$P^*_{n,k} = n^k$$

1. Xác suất (tt.)

- **Hoán vị lặp**

S có n phần tử được phân hoạch thành $S_1, S_2, \ldots, S_k$ ($2 \le k \le n$):

S_j gồm các phần tử giống nhau: $|S_j| = n_j$

Tổng số cách hoán vị S:

$$p = \binom{n}{n_1, n_2, \ldots, n_k} = \frac{n!}{n_1! n_2! \ldots n_k!}$$

<u>VD</u>: Số lượng chuỗi ký tự khác nhau được tạo ra từ các chữ cái của từ MISSISSIPPI

$n = 11$, $k = 4$ ($S_{'I'}, S_{'M'}, S_{'P'}, S_{'S'}$), $n_{'I'} = 4$, $n_{'M'} = 1$, $n_{'P'} = 2$, $n_{'S'} = 4$

$$p = \frac{11!}{4!1!2!4!} = 34650$$

1. Xác suất (tt.)

- **Tổ hợp** (*combination*)
  - *Tổ hợp* n chập k (0 < k ≤ n): KHÔNG (phân biệt) thứ tự

$$C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_n^k = C_n^{n-k} \qquad C_n^k + C_n^{k-1} = C_{n+1}^k$$

VD: Kiểm tra chất lượng ngẫu nhiên 2 trong số 10 sản phẩm.

Số khả năng có thể xảy ra:

1. Xác suất (tt.)

- **Tổ hợp** (*combination*)
  - *Chỉnh hợp* n chập k (0 < k ≤ n): CÓ (phân biệt) thứ tự

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

→ hoán vị không lặp lại

1. Xác suất (tt.)

- **VD: Số cách chọn 1 lớp trưởng và sau đó 1 lớp phó của 1 lớp có 25 học viên.**

  Hoán vị không lặp: 25.(25 – 1) = 600

- **VD: Một khoa có 20 giảng viên đạt học vị tiến sĩ. Có bao nhiêu cách thành lập Hội đồng khoa học gồm 7 thành viên ?**

  Tổ hợp: $C_{20}^{7} = \frac{7!}{7!(20-7)!} =$

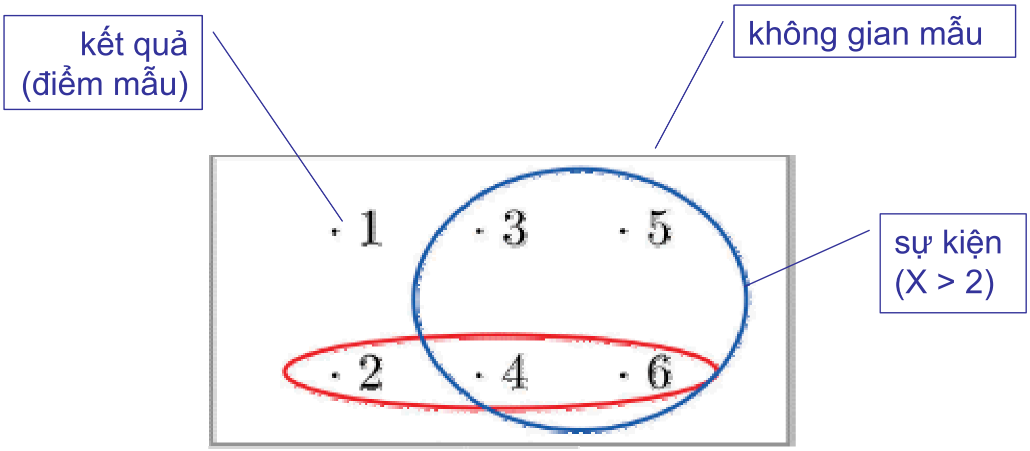
1. Xác suất (tt.)

- **Thí nghiệm (*experiment*): tiến trình (sẽ) diễn ra ngẫu nhiên (không biết trước kết quả) → n lần diễn ra/thực hiện/thử (*trial*)**
  - tung đồng xu 2 lần, số tai nạn máy bay trong 1 năm tại nước Q
- **Kết quả (*outcome*) của 1 lần (trial) thí nghiệm được diễn ra**
- **Không gian mẫu (*sample space*): tất cả các kết quả có thể có**
  - tung đồng xu 2 lần: S = { HH (heads), TT (tails), HT, TH }
- **Sự kiện (*event*): tập con của không gian mẫu (một số kết quả)**
  - tung đồng xu 2 lần: kết quả 2 lần không giống nhau (HT, TH)

1. Xác suất (tt.)

- **Một sự kiện E được gọi là “xảy ra” nếu 1 phần tử bất kỳ của E là kết quả của một lần thực hiện thí nghiệm**

“An event E is said to **occur** *on a particular trial of the experiment if the outcome observed is an element of the set E.”* [Schmitz]



1. Xác suất (tt.)

- **Không gian mẫu tự nhiên** (*natural sample space*)
  - $|S| = n$, $P(s_i) = 1/n$, $P(E) = |E|/n$
- **Phép đếm trên tập hữu hạn**
  - Nguyên tắc cộng (*addition principle*)

    $S = S_1 \cup S_2 \cup \ldots \cup S_k$, $S_i \cap S_j = \varnothing$: $|S| = |S_1| + |S_2| + \ldots + |S_k|$
  - Nguyên tắc nhân (*multiplication principle*) $\rightarrow$ thí nghiệm k bước

    $S = S_1 \times \ldots \times S_k$: $|S| = |S_1|.|S_2|\ldots|S_k|$
  - Nguyên tắc Dirichlet (*Dirichlet box principle*)

Nếu có n chim bồ câu ở trong k chuồng thì tồn tại một chuồng có chứa từ $\left\lceil \frac{n}{k} \right\rceil$ *bồ câu trở lên.*

1. Xác suất (tt.)

❑ Các tiên đề

Cho không gian mẫu S, các sự kiện <u>rời nhau</u> E, E_1, E_2, …

$$(i)\quad 0 \le P(E)$$

$$(ii)\quad P(S) = 1$$

$$(iii)\quad P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} E_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(E_i)$$

1. Xác suất (tt.)

❑ Một số tính chất cơ bản: E_1, E_2, … rời nhau

$$(i)\quad 0 \le P(E) \le 1 \qquad (v)\quad P(E^C) = 1 - P(E)$$

$$(ii)\quad P(\varnothing) = 0 \qquad (vi)\quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$(iii)\quad A \subseteq B \Rightarrow P(A) \le P(B) \qquad (vii)\quad P(A \cap B) = P(B).P(A \mid B) = P(A).P(B \mid A)$$

$$(iv)\quad P\left(\bigcup_{i=1}^{n} E_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(E_i)$$

❑ Lưu ý

- A, B rời nhau (*disjoint*): $A \cap B = \varnothing$ (không xảy ra đồng thời)
- A, B độc lập (*independent*): P(A|B) = P(A), P(B|A) = P(B)

1. Xác suất (tt.)

❑ **Định lý Bayes**

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}$$

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i)P(B|A_i)}{P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + \ldots + P(A_n)P(B|A_n)}$$

1. Xác suất (tt.)

❑ **VD: Có 5 thanh kim loại có chiều dài lần lượt: 1, 2, 3, 4, 5 (cm). Xác suất bị gẫy tỷ lệ thuận với chiều dài của thanh. Tính xs thanh đầu tiên bị gẫy là thanh có chiều dài không quá 3cm.**

Gọi s_i là kết quả thanh có chiêu dài i bị gẫy đầu tiên ($1 \leq i \leq 5$).

Không gian mẫu: $S = \{ s_1, s_2, s_3, s_4, s_5 \}$

Sự kiện: $E = \{ s_1, s_2, s_3 \}$

Xác suất thanh i bị gẫy: $p_i = \alpha.i$ (α: hệ số gẫy chưa biết)

Tổng xác suất: $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 = 1$

$15.\alpha = 1 \quad \Rightarrow \alpha = 1/15$

Xác suất sự kiện E: $P(E) = p_1 + p_2 + p_3 = 6 / 15 = 0.4$

1. Xác suất (tt.)

- **Biến ngẫu nhiên** (*random variable*)
  - X lấy giá trị số ($\mathbb{R}$) được xác định từ kết quả của 1 thí nghiệm

    $$X : S \rightarrow \mathbb{R}$$

    - tung đồng xu 2 lần, X = số mặt ngửa (heads)
  - phạm vi (*range*) R_X của X: tập hợp miền giá trị của X
    - tung đồng xu 2 lần, X = số mặt ngửa, $R_X = \{ 0, 1, 2 \}$
    - tung đồng xu để có mặt ngửa, X số lần tung, $R_X = \{ 1, 2, \dots \} = N^+$
    - X: thời gian giữa 2 lần nhật thực, $R_X = (0, \infty)$
  - *discrete random variable*: R_X hữu hạn hoặc vô hạn đếm được (*countable*)
  - *continuous random variable*: R_X vô hạn không đếm được

1. Xác suất (tt.)

- **Hàm độ lớn xác suất** (*Probability Mass Function – PMF*), **phân phối xác suất** (*probability distribution*) **của biến X <u>rời rạc</u>**
  - danh sách các xs ứng với từng giá trị x $\in R_X$

    sự kiện: $E_x = (X = x) = \{s \in S \mid X(s) = x\}$

$$f(x) = P(X = x)$$

$$0 \le f(x) \le 1 \qquad \sum_{x \in R_X} f(x) = 1$$

$$A \subseteq R_X : P(X \in A) = \sum_{x \in A} f(x)$$

1. Xác suất (tt.)

- **Hàm độ lớn xác suất** (*Probability Mass Function – PMF*), **phân phối xác suất** (*probability distribution*) **của biến X rời rạc**
  - *kỳ vọng* (trên **n lần** thí nghiệm): trung bình có trọng số là các xs

$$E[X] = E(X) = \mu_X = \sum_{x \in R_X} x f(x)$$

E[X] không cần phải bằng 1 giá trị mà X có thể nhận

  - *phương sai*, *độ lệch chuẩn* (trên **n lần** thí nghiệm)

$$Var(X) = \sigma_X^2 = E[(X-\mu)^2] = \sum_{x \in R_X} (x-\mu)^2 f(x) = \sum_{x \in R_X} x^2 f(x) - \mu^2$$

1. Xác suất (tt.)

- **Hàm độ lớn xác suất** (*Probability Mass Function – PMF*), **phân phối xác suất** (*probability distribution*) **của biến X rời rạc**

$$R_X = \{x_1, x_2, ..., x_m\}$$

$$P(X = x_i) \approx \frac{N_i}{N}$$

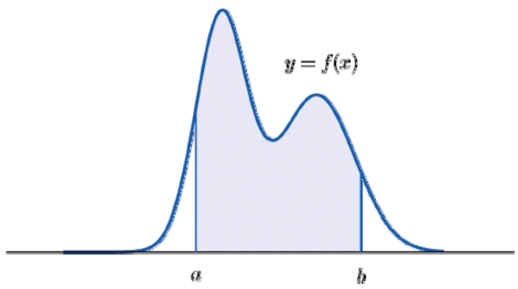
$$\text{Average} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{m} x_i N_i \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{m} x_i N P(X = x_i) = E[X]$$

VD: 3 người 170cm, 2 người 165cm

→ TB = (170*3 + 165*2) / 5 = 168cm

1. Xác suất (tt.)

- **Hàm mật độ** (*Probability Density Function – PDF*) **của X <u>liên tục</u>**
  - xs tại 1 giá trị (điểm mẫu) không có ý nghĩa: P(X = x) = 0
  - xs X thuộc 1 khoảng [nửa] đóng/mở
    P(a ≤ X ≤ b): diện tích dưới đường cong giới hạn bởi 2 cận a, b



$$(i) \quad f(x) \ge 0$$

$$(ii) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$

$$(iii) \quad P(X \in [a,b]) = P(X \in (a,b]) = P(X \in [a,b)) = P(X \in (a,b))$$

1. Xác suất (tt.)

- **Hàm mật độ** (*Probability Density Function – PDF*) **của X <u>liên tục</u>**
  - kỳ vọng, phương sai, độ lệch chuẩn (trên <u>n lần</u> thí nghiệm)

$$E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$$

$$Var(X) = E[(X-\mu)^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx - \mu^2$$

1. Xác suất (tt.)

❑ Một số tính chất của kỳ vọng, phương sai

$$(i) \quad E[a] = a$$

$$(ii) \quad E[aX] = aE[X]$$

$$(iii) \quad E[X+Y] = E[X] + E[Y]$$

$$(iv) \quad E[XY] = E[X]E[Y]$$ X, Y độc lập

$$(v) \quad Var(X) = E[X^2] - (E[X])^2$$

$$(vi) \quad Var(aX+b) = a^2 Var(X)$$

$$(vii) \quad X = \sum_{i=1}^{n} X_i \quad \Rightarrow \quad Var(X) = \sum_{i=1}^{n} Var(X_i)$$

1. Xác suất (tt.)

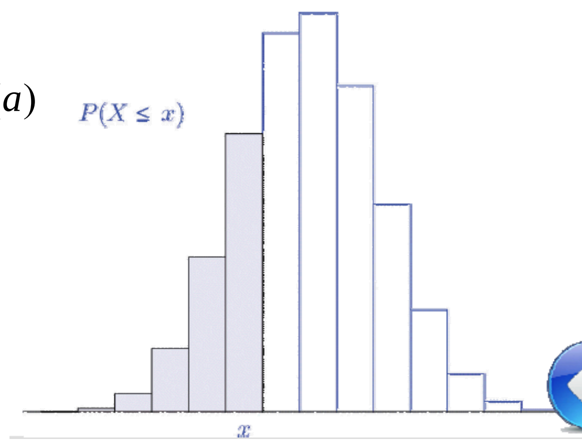
❑ Hàm phân phối tích lũy (*Cumulative Distribution Function – CDF*)

$$F(a) = P(X \le a)$$

$$F(a) = \sum_{x \le a} P(X = x) \qquad F(a) = \int_{-\infty}^{a} f(x)dx$$

$$(i) \quad P(X < a) = F(a) - f(a)$$

$$(ii) \quad P(a < X \le b) = F(b) - F(a)$$



Nội dung bổ sung

1. Xác suất
2. **Một số phân phối xác suất**
3. Empirical rule
4. Định lý giới hạn trung tâm

2. Một số phân phối xác suất

- **Mô hình xác suất: biến ngẫu nhiên và phân phối xác suất**
  - mô hình hóa các tiến trình ngẫu nhiên
  - kết quả dự đoán gần với thực tế quan sát
  - cho trước 1 bài toán, cần *xác định phân phối xác suất* (đúng) của dữ liệu thu thập được → PMF/PDF, CDF, μ, σ, …

2. Một số phân phối xác suất (tt.)

- ❑ **Phân phối đều**
- ❑ **Phân phối chuẩn**
- ❑ **Một số phân phối rời rạc**
  - nhị thức, Bernoulli, hình học, Poisson, …
- ❑ **Một số phân phối liên tục**
  - lũy thừa (mũ), Gamma, Beta, Chi-bình phương, Student, …

2. Một số phân phối xác suất (tt.)

❑ **Phân phối đều** (*rectangular* / *uniform distristribution*) – **Rời rạc**

X ~ *Uniform*(a, b)

$$n = (b - a + 1)$$

$$f(x) = P(X = x) = \begin{cases} \frac{1}{n}, & x \in [a,b] \\ 0, & x \notin [a,b] \end{cases} \qquad F(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x - a + 1}{n}, & x \in [a,b) \\ 1, & x \geq b \end{cases}$$

2. Một số phân phối xác suất (tt.)

- **Phân phối đều** (*rectangular* / *uniform distristribution*) – **Rời rạc**

$$\text{(i) } \mu = \frac{(a+b)}{2} \qquad \text{(ii) } \sigma^2 = \frac{n^2-1}{12}$$

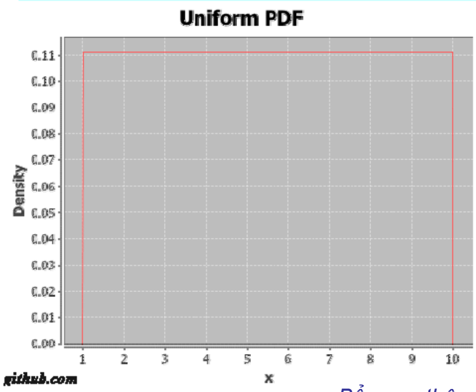
$$\text{(iii) } Skewness = 0 \quad \text{(iv) } ExcessKurt = -\frac{6(n^2+1)}{5(n^2-1)}$$

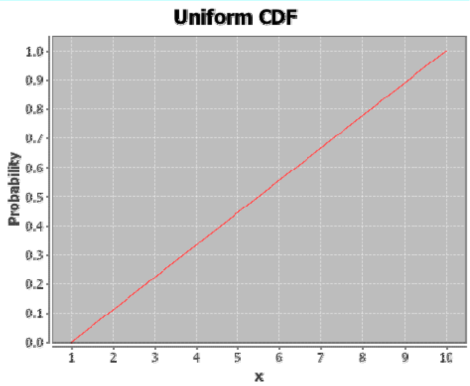
2. Một số phân phối xác suất (tt.)

- **Phân phối đều** (*rectangular* / *uniform distristribution*) – **Liên tục**

X ~ *Uniform*(a, b)

$$f(x) = P(X = x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & x \in [a,b] \\ 0, & x \notin [a,b] \end{cases} \qquad F(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & x \in [a,b) \\ 1, & x \ge b \end{cases}$$





github.com

2. Một số phân phối xác suất (tt.)

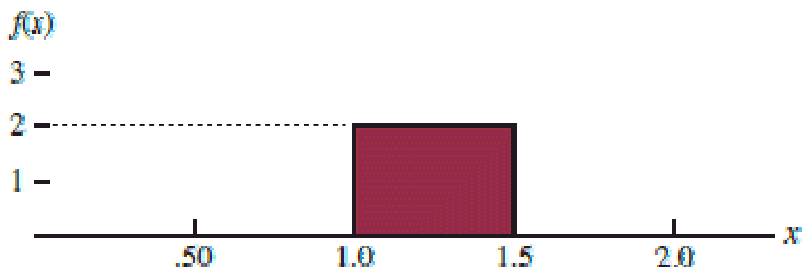
- **Phân phối đều** (*rectangular / uniform distristribution*) – **Liên tục**

$$\text{(i) } \mu = \frac{(a+b)}{2} \qquad \text{(ii) } \sigma^2 = \frac{(b-a)^2}{12}$$

$$\text{(iii) } Skewness = 0 \quad \text{(iv) } ExcessKurt = -\frac{6}{5}$$

2. Một số phân phối xác suất (tt.)

- **VD: Cho biến ngẫu nhiên có phân phối đều**



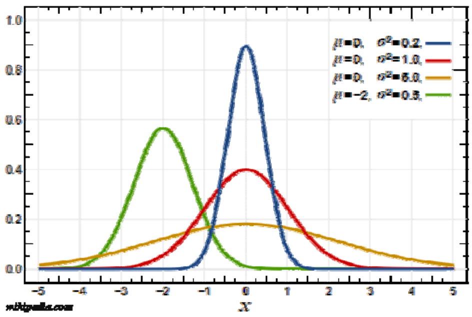
a. P(X = 1.25) = 0

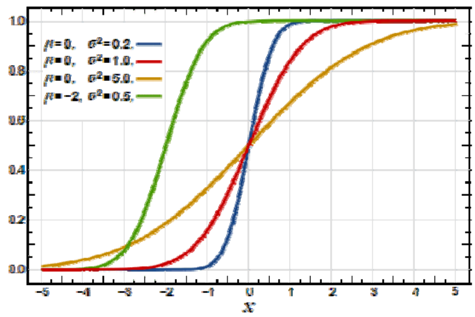
b. P(1.0 ≤ X ≤ 1.25) = 2(1.25 – 1.0) = 0.5

c. P(1.2 < X < 1.5) = 2(1.5 – 1.2) = 0.6

2. Một số phân phối xác suất (tt.)

- **Phân phối chuẩn** (*normal distribution* / *Gaussian distribution*)
  - phân phối hình chuông (bell-shaped curve)
  - đặc trưng bởi "tâm" (μ) và "độ rộng" (σ)





2. Một số phân phối xác suất (tt.)

- **Phân phối chuẩn** (*normal distribution* / *Gaussian distribution*)

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \qquad F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma^2}} du$$

$$Skewness = ExcessKurt = 0$$

  - tính xs: $P(x \in [a, b]) \to$ độ phức tạp ?

2. Một số phân phối xác suất (tt.)

❑ Phân phối chuẩn (chuẩn) tắc (*standard normal distribution* / *Z*)

$$Z = \frac{(X - \mu)}{\sigma} \qquad X = \sigma . Z + \mu$$

Z ~ N(0, 1)

hàm tích phân Laplace

$$\varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-z^2}{2}} \qquad \Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} e^{\frac{-u^2}{2}} du$$

$$\text{(i) } \mu = 0 \qquad \text{(ii) } \sigma^2 = 1$$

$$\text{(iii) } Skewness = 0 \qquad \text{(iv) } ExcessKurt = 0$$

2. Một số phân phối xác suất (tt.)

❑ Standard normal table, Z table: P(Z < z)

phần nguyên,
chữ số thập phân thứ 1:
n.d_

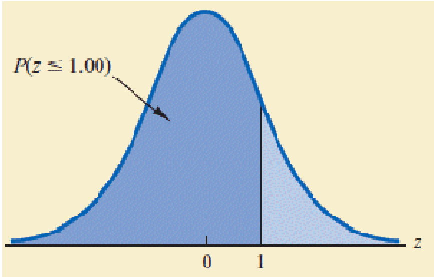
chữ số thập phân thứ 2:
._d

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.9	.00005	.00005	.00004	.00004	.00004	.00004	.00004	.00004	.00003	.00003
-3.8	.00007	.00007	.00007	.00006	.00006	.00006	.00006	.00005	.00005	.00005
-3.7	.00011	.00010	.00010	.00010	.00009	.00009	.00008	.00008	.00008	.00008
-3.6	.00016	.00015	.00015	.00014	.00014	.00013	.00013	.00012	.00012	.00011
-3.5	.00023	.00022	.00022	.00021	.00020	.00019	.00019	.00018	.00017	.00017
-3.4	.00034	.00032	.00031	.00030	.00029	.00028	.00027	.00026	.00025	.00024
-3.3	.00048	.00047	.00045	.00043	.00042	.00040	.00039	.00038	.00036	.00035
-3.2	.00069	.00066	.00064	.00062	.00060	.00058	.00056	.00054	.00052	.00050
-3.1	.00097	.00094	.00090	.00087	.00084	.00082	.00079	.00076	.00074	.00071
-3.0	.00135	.00131	.00126	.00122	.00118	.00114	.00111	.00107	.00104	.00100
-2.9	.00187	.00181	.00175	.00169	.00164	.00159	.00154	.00149	.00144	.00139
-2.8	.00256	.00248	.00240	.00233	.00226	.00219	.00212	.00205	.00199	.00193
-2.7	.00347	.00336	.00326	.00317	.00307	.00298	.00289	.00280	.00272	.00264
-2.6	.00466	.00453	.00440	.00427	.00415	.00402	.00391	.00379	.00368	.00357
-2.5	.00621	.00604	.00587	.00570	.00554	.00539	.00523	.00508	.00494	.00480
-2.4	.00820	.00798	.00776	.00755	.00734	.00714	.00695	.00676	.00657	.00639
-2.3	.01072	.01044	.01017	.00990	.00964	.00939	.00914	.00889	.00866	.00842
-2.2	.01390	.01355	.01321	.01287	.01255	.01222	.01191	.01160	.01130	.01101
-2.1	.01786	.01743	.01700	.01659	.01618	.01578	.01539	.01500	.01463	.01426
-2.0	.02275	.02222	.02169	.02118	.02068	.02018	.01970	.01923	.01876	.01831

http://www.z-table.com/

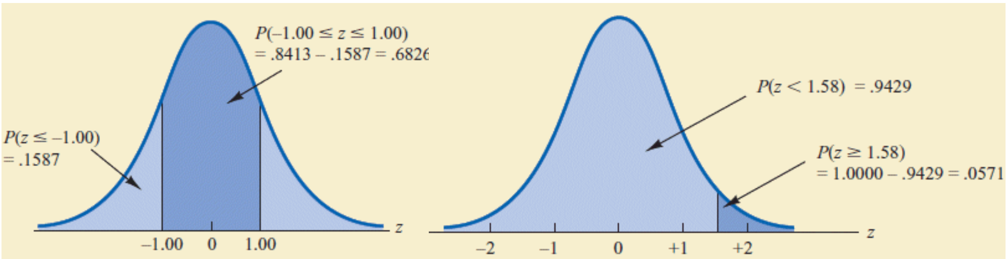
2. Một số phân phối xác suất (tt.)

❑ **Standard normal table, Z table: P(Z < z)**



z	.00	.01	.02
.			
.			
.			
.9	.8159	.8186	.8212
1.0	**.8413**	.8438	.8461
1.1	.8643	.8665	.8686
1.2	.8849	.8869	.8888
.			
.			
.			

P(z ≤ 1.00)



[*Anderson+*]

2. Một số phân phối xác suất (tt.)

❑ **Tính xs theo phân phối chuẩn**

B1. Mô hình hóa P(X < x)

B2. Chuyển về phân phối Z

B3. Tra bảng Z

- VD: X ~ N(μ = 16, σ = 4) → P(X < 8) ?

  X = 4Z + 16 < 8 ⇒ Z < –2

2. Một số phân phối xác suất (tt.)

❑ **Tìm ngưỡng x tương ứng với xs đã biết**

B1. Mô hình hóa $P(X < x)$

B2. Tra bảng Z

B3. Chuyển từ Z về $X = \sigma Z + \mu$

- VD: $X \sim N(\mu = 16, \sigma = 4)$, $P(Z > z) = 0.9834 \rightarrow x = ?$

$P(Z < z) = 1 – (Z > z) = 0.0166$

$z = – 2.13$

$x = 4.(– 2.13) + 16$

2. Một số phân phối xác suất (tt.)

❑ **VD: Cho biến ngẫu nhiên có phân phối z**

a. $P(0 \le z \le 0.83) = 0.2967$

b. $P(–1.57 \le z \le 0) = 0.4418$

c. $P(0.44 < z) = 0.3300$

d. $P(–0.23 \le z) = 0.5910$

e. $P(z \le 1.2) = 0.8849$

f. $P(z \le –0.71) = 0.2389$

2. Một số phân phối xác suất (tt.)

- **<u>VD</u>: Xác định giá trị của z khi biết:**
  - a. Diện tích bên trái của z là 0.2119 $\Rightarrow$ z = –0.8
  - b. Diện tích ở giữa –z và z là 0.9030
    - Diện tích [0, z] = 0.9030 / 2 = 0.4515
    - z là điểm có diện tích = 0.5 + 0.4515 = 0.9515 $\Rightarrow$ z = 1.66
  - c. Diện tích ở giữa –z và z là 0.2052 $\Rightarrow$ z = 0.26
  - d. Diện tích bên trái của z là 0.99948 $\Rightarrow$ z = 2.56
  - e. Diện tích bên phải của z là 0.6915
    - Diện tích bên trái của z = 1 – 0.6915 = 0.3085 $\Rightarrow$ z = –0.5

2. Một số phân phối xác suất (tt.)

- **Phân phối nhị thức** (*binominal distristribution*)
  - Bernoulli trial $\rightarrow$ 2 kết quả: thành công, thất bại
  - thí nghiệm: n (lần) Bernoulli trial(s) ĐỘC LẬP
  - xs để 1 Bernoulli trial thành công (p), hay thất bại q = (1 – p), <u>giống nhau</u> trong thí nghiệm
  - biến ngẫu nhiên X: *số lần thành công* ($0 \leq X \leq n$)

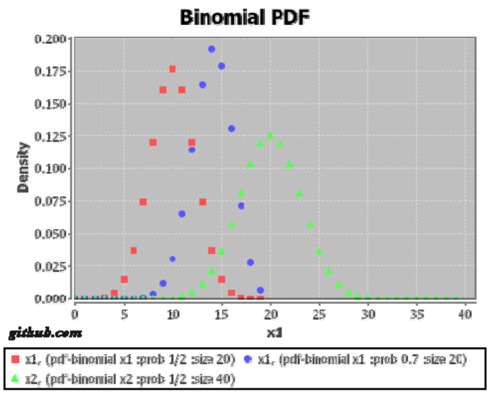
2. Một số phân phối xác suất (tt.)

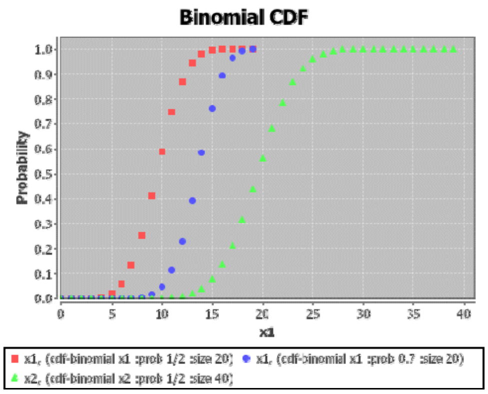
- **Phân phối nhị thức** (*binominal distristribution*)

X ~ *Binomial*(n, p)

$$f(x) = P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \quad F(x) = \sum_{X \le x} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$





2. Một số phân phối xác suất (tt.)

- **Phân phối nhị thức** (*binominal distristribution*)

(i) $\mu = np$ (ii) $\sigma^2 = np(1-p)$

(iii) $Skewness = \dfrac{1-2p}{\sqrt{np(1-p)}}$ (iv) $ExcessKurt = \dfrac{1-6p(1-p)}{np(1-p)}$

2. Một số phân phối xác suất (tt.)

- **VD: Xét thí nghiệm gồm 2 lần phép thử Bernoulli có p = 0.4**
  - a. Xác suất 1 lần thành công: f(1) =

$$f(1) = P(X = 1) = \binom{2}{1} 0.4^1 (1 - 0.4)^{2-1} = 0.48$$

  - b. Xác suất không có lần nào thành công: f(0) = 0.36
  - c. Xác suất tối thiểu 1 lần thành công: $P(1 \leq X) = f(1) + f(2) = 0.64$
  - d. Tính kỳ vọng, phương sai, độ lệch chuẩn

    E[X] = n.p = 0.8

    Var(X) = n.p.(1 – p) = 0.48

2. Một số phân phối xác suất (tt.)

- **VD: Xét thí nghiệm gồm 10 lần phép thử Bernoulli có p = 0.1**
  - a. Xác suất tối thiểu 1 lần thành công: 0.6513
  - b. Xác suất tối đa 2 lần thành công: 0.99298
  - c. Tính kỳ vọng, phương sai, độ lệch chuẩn: (1, 0.9)