Aula 2 : Diagramas de Venn e operações

Conteúdo:

- Conjunto universo
- Diagramas de Venn
- Operações e propriedades
- Identidades básicas

Introdução

Exemplos:

$$\mathbf{D} = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } x \geq 5\}$$

$$\mathbf{A} = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } x^2 = 36\}$$

Introdução

Exemplos:

$$\mathbf{D} = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } x \geq 5\} = \{5, 6, 7, \ldots\}$$

$$\mathbf{A} = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } x^2 = 36\} = \{6\}$$

Introdução

Exemplos:

$$\mathbf{D} = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } x \geq 5\} = \{5, 6, 7, \ldots\}$$

$$\mathbf{A} = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } x^2 = 36\} = \{6\}$$

- Outra notação:

$$\mathbf{D} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 5\}$$

$$\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = 36\}$$

Conjunto universo:

Definição

O conjunto universo, U , é aquele que contém todos os conjuntos que estão sendo considerados em um dado contexto.

Conjunto universo:

Definição

O conjunto universo, $\mathbf{U}$, é aquele que contém todos os conjuntos que estão sendo considerados em um dado contexto.

Notação:

$$\mathbf{A} = \{x \in \mathbf{U} \mid P(x)\}$$

Conjunto universo:

Definição

O conjunto universo, $\mathbf{U}$, é aquele que contém todos os conjuntos que estão sendo considerados em um dado contexto.

Notação:

$$\mathbf{A} = \{x \in \mathbf{U} \mid P(x)\}$$

o conjunto $\mathbf{A}$

está constituído

pelos elementos x pertencentes ao conjunto $\mathbf{U}$ (universo)

tal x e

ve $P(x)$

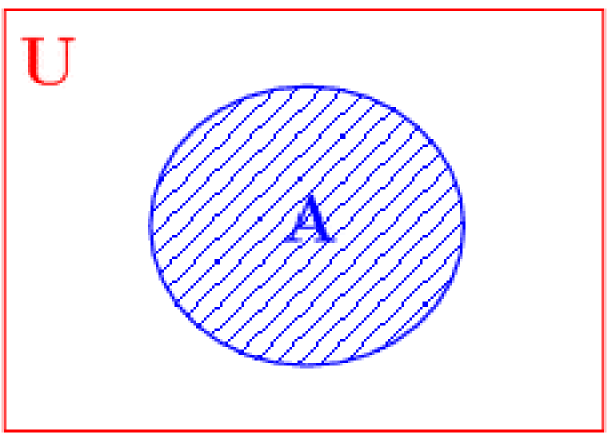
Diagramas de Venn:

- Característica: representação visual de conjuntos, suas operações e relações.

- Referência Histórica: matemático inglês John Venn (Século XIX).

Representação visual

- O conjunto universo $\mathbf{U}$ é representado por um retângulo e os subconjuntos próprios por regiões circulares dentro do retângulo.



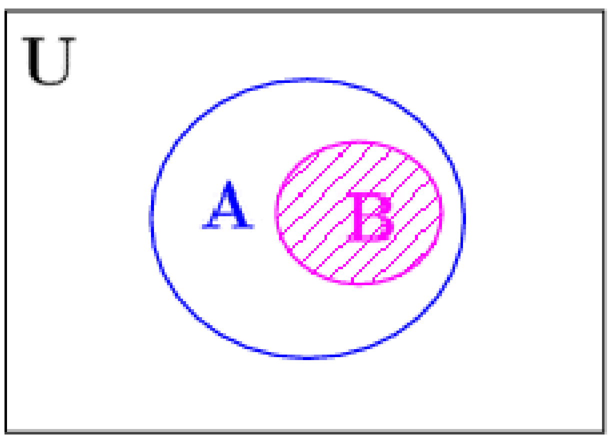
$$A \subset U$$

Exemplo:

$\mathbf{U} = \mathbb{N}$

$\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid 10 \leq x \leq 100\}$ $\quad (x \geq 10 \text{ e } x \leq 100)$

$\mathbf{B} = \{x \in \mathbb{N} \mid 15 \leq x \leq 50\}$



$\mathbf{B} \subset \mathbf{A} \subset \mathbf{U}$

Errata: onde a professora fala $x \geq 5$ deve-se entender $x \geq 15$

Operações e propriedades:

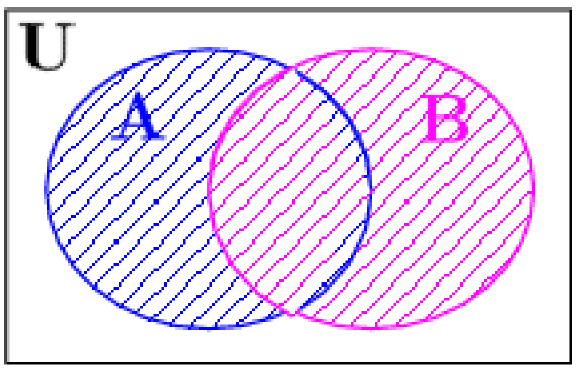
Vamos definir as operações:

- União
- Interseção
- Diferença
- Complemento

Definição de união:

Sejam $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ subconjuntos de $\mathbf{U}$.

- A **união** de $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ que denotamos por $\mathbf{A} \cup \mathbf{B}$ é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem a $\mathbf{A}$ ou que pertencem a $\mathbf{B}$.



$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} =$

União

Voltar

$$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{A} \text{ ou } x \in \mathbf{B}\}$$

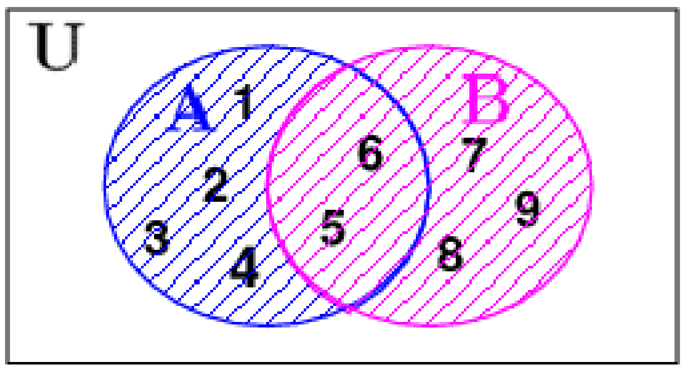
Exemplo 1:

$$\mathbf{A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\mathbf{B} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} =$$

União Voltar



$$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{A} \text{ ou } x \in \mathbf{B}\}$$

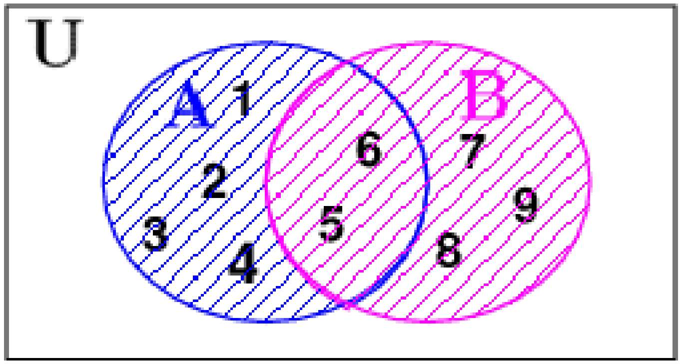
Exemplo 1:

$$\mathbf{A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\mathbf{B} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} =$$

União Voltar



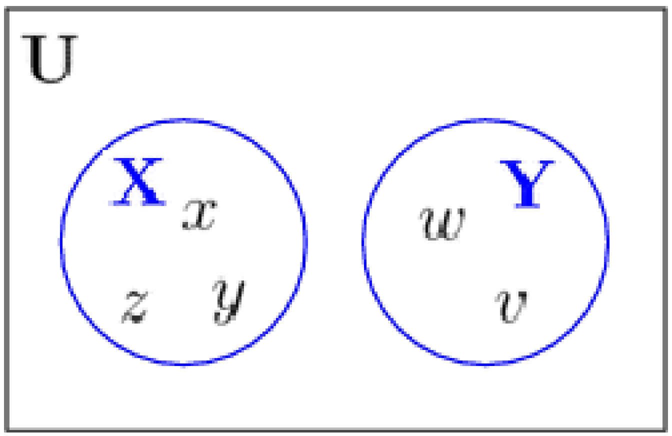
Propriedade:

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{A} \cup \mathbf{B} \quad \text{e} \quad \mathbf{B} \subseteq \mathbf{A} \cup \mathbf{B}$$

Exemplo 2:

$$\mathbf{X} = \{x, y, z\}$$

$$\mathbf{Y} = \{w, v\}$$



$$\mathbf{X} \cup \mathbf{Y} =$$

União

Voltar

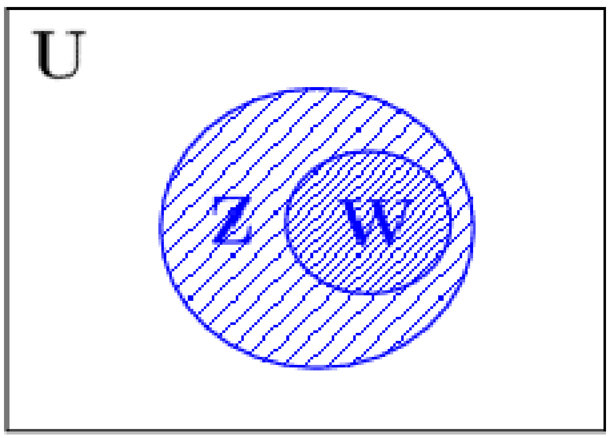
Exemplo 3:

$\mathbf{U}$ = conjunto das pessoas

$\mathbf{Z} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,75\}$

$\mathbf{W} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,90\}$

$(\mathbf{W} \subseteq \mathbf{Z})$



$\mathbf{Z} \cup \mathbf{W} =$

União Voltar

Propriedade:

$$\left.\begin{array}{c} \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \underset{\text{então}}{\Rightarrow} \mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B} \\ \\ \text{e} \\ \\ \mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \end{array}\right\}$$

Propriedade:

$$\left.\begin{array}{c} \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \underset{\text{então}}{\Rightarrow} \mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B} \\ \\ \text{e} \\ \\ \mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \end{array}\right\} \quad \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \underset{\substack{\text{se e somente se} \\ \text{(equivalente)}}}{\Leftrightarrow} \mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B}$$

Propriedade:

$$\left.\begin{array}{c} \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \underset{\text{então}}{\Rightarrow} \mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B} \\ \mathbf{e} \\ \mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \end{array}\right\} \quad \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \Leftrightarrow \mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B}$$

se e somente se
(equivalente)

- Observação:

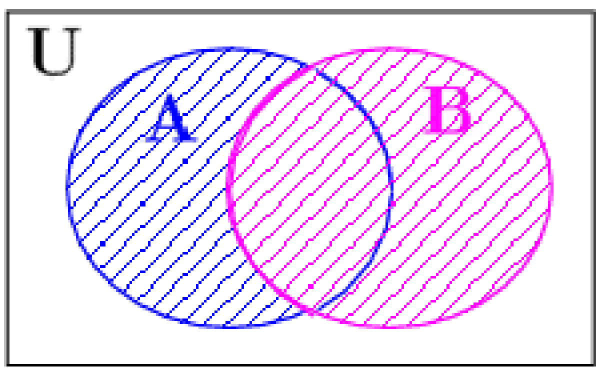
Seja $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{U}$, temos: $\mathbf{A} \cup \mathbf{A} = \mathbf{A}$

$$\mathbf{A} \cup \varnothing = \mathbf{A}$$

Definição de interseção:

Sejam $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ subconjuntos de $\mathbf{U}$.

A interseção de $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ que denotamos por $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$ é o conjunto formado por todos os elementos que pertencem ao conjunto $\mathbf{A}$ e ao conjunto $\mathbf{B}$.



$$\mathbf{A} \cap \mathbf{B} =$$

$\cap$ Voltar

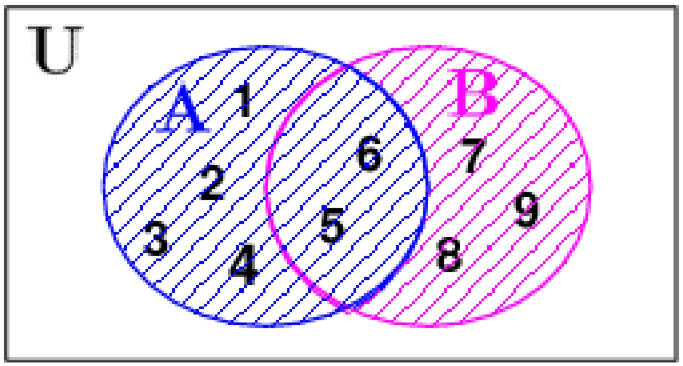
$$\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{A} \text{ e } x \in \mathbf{B}\}$$

Exemplo 1:

$$\mathbf{A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\mathbf{B} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

$\cap$ Voltar



$\mathbf{A} \cap \mathbf{B} =$

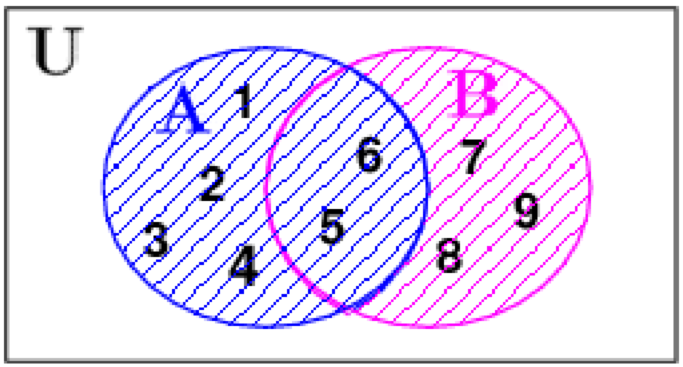
$$\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{A} \text{ e } x \in \mathbf{B}\}$$

Exemplo 1:

$$\mathbf{A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\mathbf{B} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

∩ Voltar



$\mathbf{A} \cap \mathbf{B} =$

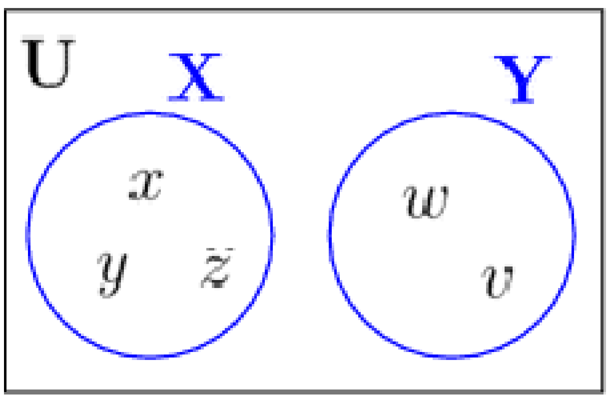
Propriedade:

$$\mathbf{A} \cap \mathbf{B} \subseteq \mathbf{A} \quad \text{e} \quad \mathbf{A} \cap \mathbf{B} \subseteq \mathbf{B}$$

Exemplo 2:

$$\mathbf{X} = \{x, y, z\}$$

$$\mathbf{Y} = \{w, v\}$$



$\mathbf{X} \cap \mathbf{Y} =$

∩ Voltar

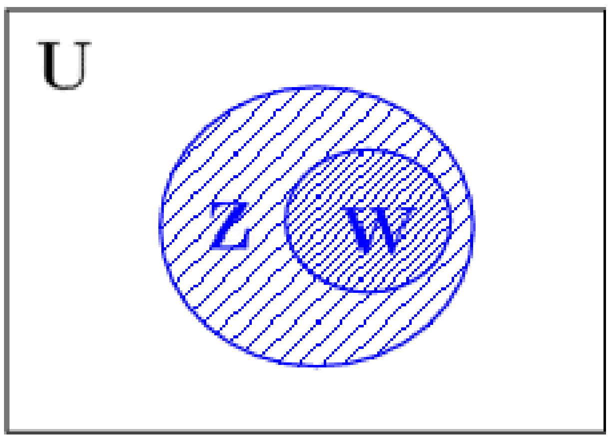
Exemplo 3:

$\mathbf{U} =$ conjunto das pessoas

$\mathbf{Z} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,75\}$

$\mathbf{W} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,90\}$

$(\mathbf{W} \subseteq \mathbf{Z})$



$\mathbf{Z} \cap \mathbf{W} =$

$\cap$ Voltar

Propriedade:

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \Leftrightarrow \mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \mathbf{A}$$

Propriedade:

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \Leftrightarrow \mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \mathbf{A}$$

- Observação:

Seja $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{U}$, temos:

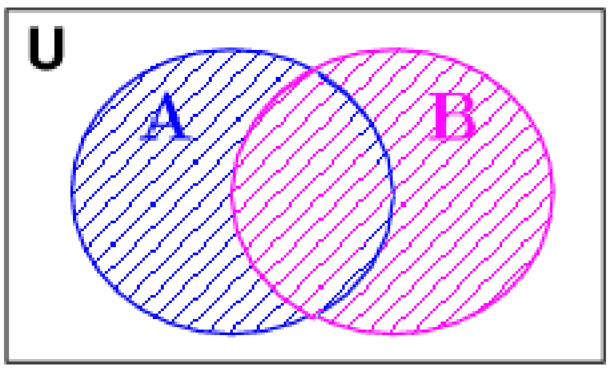
$$\mathbf{A} \cap \mathbf{A} = \mathbf{A}$$

$$\mathbf{A} \cap \varnothing = \varnothing$$

Definição de diferença:

Sejam A e B subconjuntos de U .

A diferença entre A e B que denotamos por $A - B$ é o conjunto formado por todos os elementos que estão em A mas não estão em B .



$A - B =$

Diferença

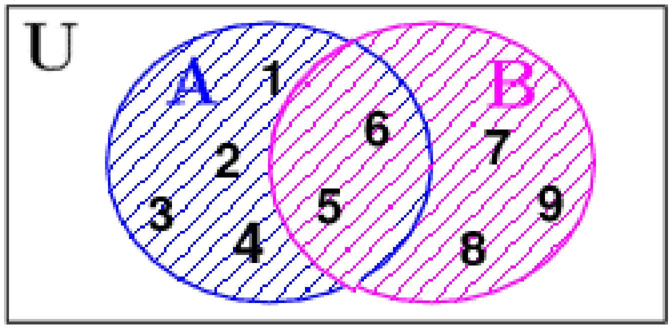
Voltar

$$\mathbf{A}-\mathbf{B} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{A} \text{ e } x \notin \mathbf{B}\}$$

$$\mathbf{B}-\mathbf{A} = \{x \in \mathbf{U} \mid x \in \mathbf{B} \text{ e } x \notin \mathbf{A}\}$$

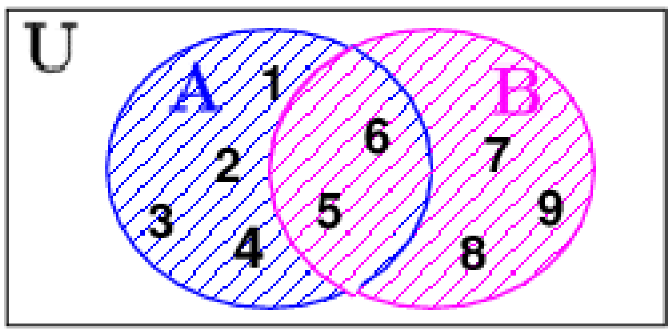
Exemplo 1:

$$\mathbf{A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \qquad \mathbf{B} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$



A - B Voltar

$$\mathbf{A}-\mathbf{B} =$$



B - A Voltar

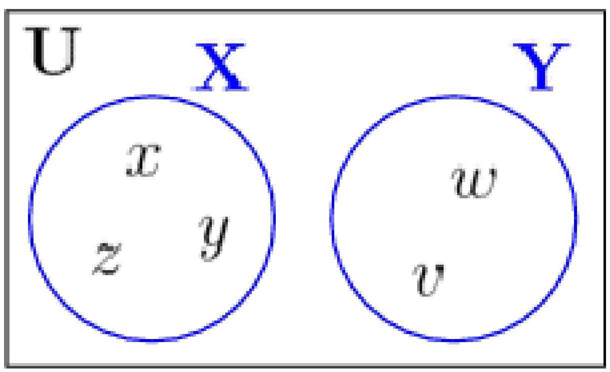
$$\mathbf{B}-\mathbf{A} =$$

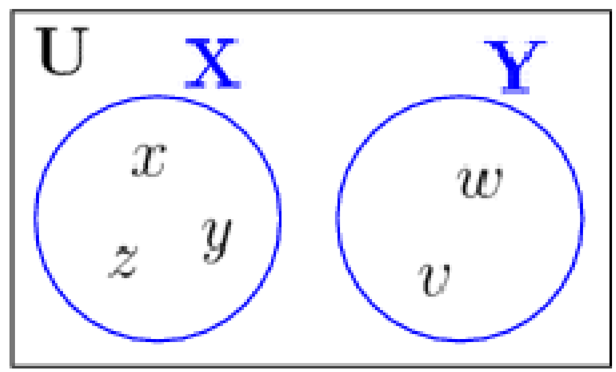
Propriedade:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} \subseteq \mathbf{A} \ \text{ e } \ \mathbf{B} - \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B}$$

Exemplo 2:

$\mathbf{X} = \{x, y, z\}$ $\mathbf{Y} = \{w, v\}$





$\mathbf{X} - \mathbf{Y} =$ $\mathbf{Y} - \mathbf{X} =$

Diferença Voltar

Exemplo 3:

$$\mathbf{U} = \text{conjunto das pessoas}$$

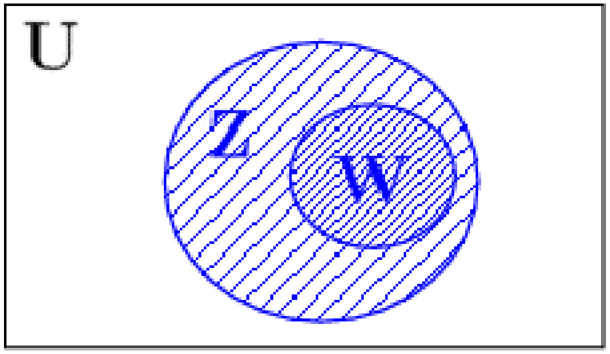
$$\mathbf{Z} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,75\}$$

$$\mathbf{W} = \{x \in \mathbf{U} \mid \text{altura de } x \geq 1,90\}$$

$$\mathbf{Z} - \mathbf{W} =$$

Z - W

Voltar



Faça $\mathbf{W} - \mathbf{Z}$

Resposta

Propriedade:

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \Leftrightarrow \mathbf{A} - \mathbf{B} = \varnothing$$

Propriedade:

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \Leftrightarrow \mathbf{A} - \mathbf{B} = \varnothing$$

Observação:

Seja $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{U}$, temos:

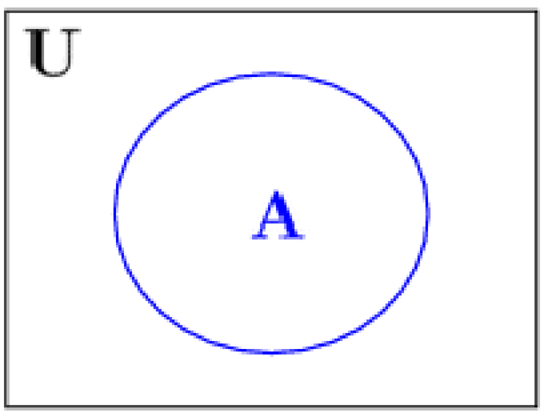
$$\mathbf{A} - \mathbf{A} = \varnothing$$

$$\mathbf{A} - \varnothing = \mathbf{A}$$

Definição de complemento:

Sejam o conjunto universo $\mathbf{U}$ e o conjunto $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{U}$.

- O complemento de $\mathbf{A}$ que denotamos por $\overline{\mathbf{A}}$ é o conjunto formado por todos os elementos de $\mathbf{U}$ que não estão em $\mathbf{A}$.
  Isto é, $\overline{\mathbf{A}} = \mathbf{U} - \mathbf{A}$.



$\overline{\mathbf{A}} =$

$\overline{A}$ Voltar

Exemplos:

1. $\mathrm{U} = \mathbb{N}$ (conjunto dos números naturais)

   $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 50\}$

   $\overline{\mathbf{A}} = \mathbb{N} - \mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 50\}$

Exemplos:

1. $\mathrm{U} = \mathbb{N}$ (conjunto dos números naturais)

   $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 50\}$

   $\overline{\mathbf{A}} = \mathbb{N} - \mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 50\}$

2. $\mathrm{U} = \mathbb{Z}$

   $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 2\} = \{3, 4, 5, \ldots\}$

   $\overline{\mathbf{A}} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq 2\} = \{2, 1, 0, -1, -2, \ldots\}$

Exemplos:

1. $\mathbf{U} = \mathbb{N}$ (conjunto dos números naturais)

   $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 50\}$

   $\overline{\mathbf{A}} = \mathbb{N} - \mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 50\}$

2. $\mathbf{U} = \mathbb{Z}$

   $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 2\} = \{3, 4, 5, \ldots\}$

   $\overline{\mathbf{A}} = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq 2\} = \{2, 1, 0, -1, -2, \ldots\}$

3. $\mathbf{U} = \mathbb{N}$

   $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 2\} = \{3, 4, 5, \ldots\}$

   $\overline{\mathbf{A}} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 2\} = \{1, 2\}$

Observações:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} \cap \overline{\mathbf{B}}$$

$$\mathbf{B} - \mathbf{A} = \mathbf{B} \cap \overline{\mathbf{A}}$$

$$\mathbf{A} \cup \overline{\mathbf{A}} = \mathbf{U}$$

$$\mathbf{A} \cap \overline{\mathbf{A}} = \varnothing$$

$$\overline{\mathbf{U}} = \varnothing \quad (\overline{\mathbf{U}} = \mathbf{U} - \mathbf{U})$$

$$\overline{\varnothing} = \mathbf{U} \quad (\overline{\varnothing} = \mathbf{U} - \varnothing)$$

Identidades básicas:

Comutatividade

1. $\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B} \cup \mathbf{A}$

2. $\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \mathbf{B} \cap \mathbf{A}$

Identidades básicas:

Comutatividade

1. $\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B} \cup \mathbf{A}$

2. $\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \mathbf{B} \cap \mathbf{A}$

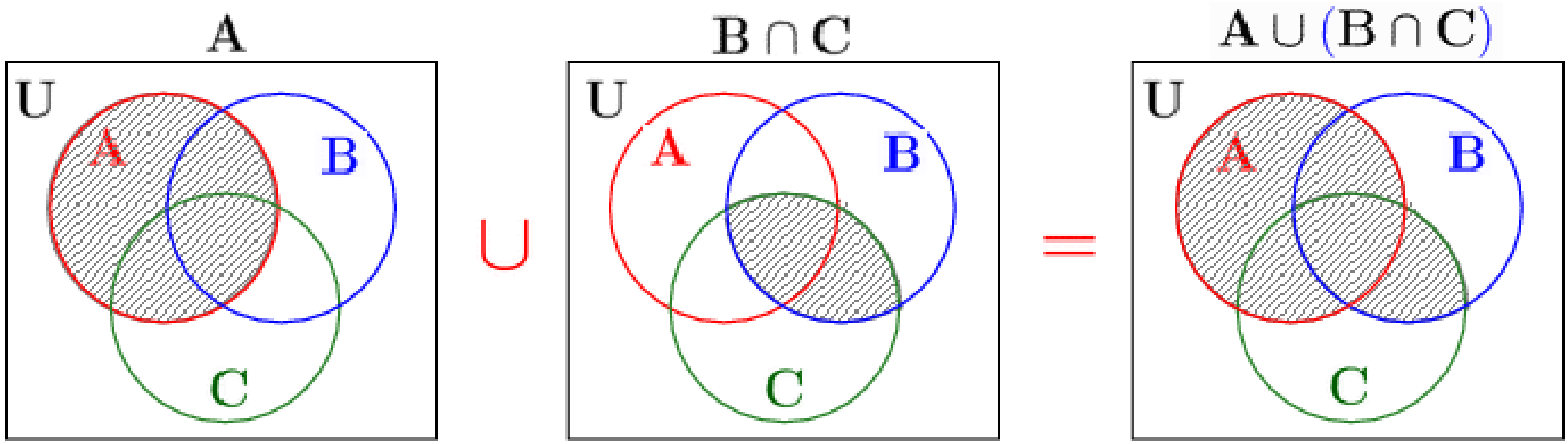
Associatividade

3. $(\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) \cup \mathbf{C} = \mathbf{A} \cup (\mathbf{B} \cup \mathbf{C}) = \mathbf{A} \cup \mathbf{B} \cup \mathbf{C}$

4. $(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) \cap \mathbf{C} = \mathbf{A} \cap (\mathbf{B} \cap \mathbf{C}) = \mathbf{A} \cap \mathbf{B} \cap \mathbf{C}$

Distributividade

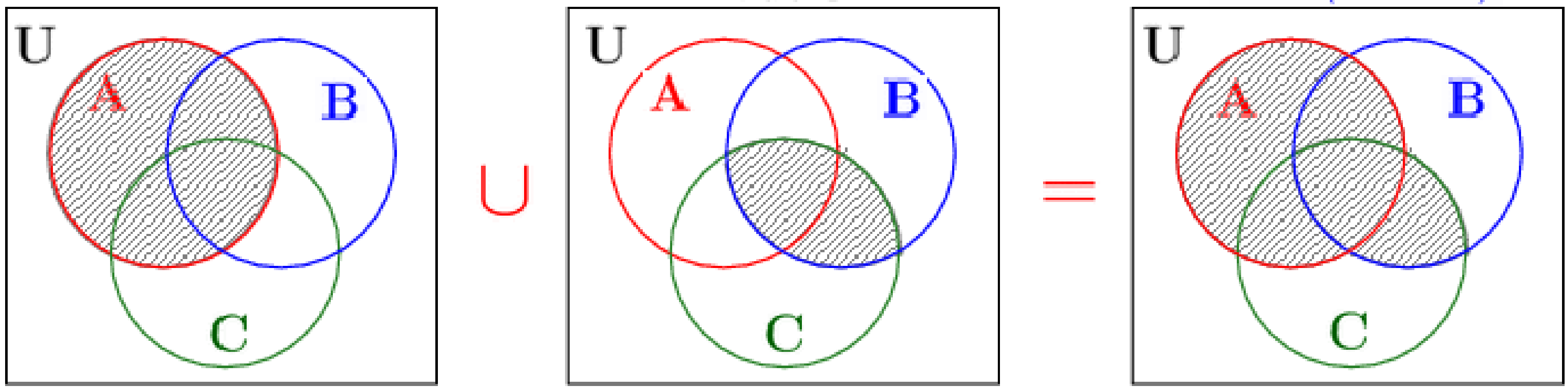
5. $\mathbf{A} \cup (\mathbf{B} \cap \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) \cap (\mathbf{A} \cup \mathbf{C})$



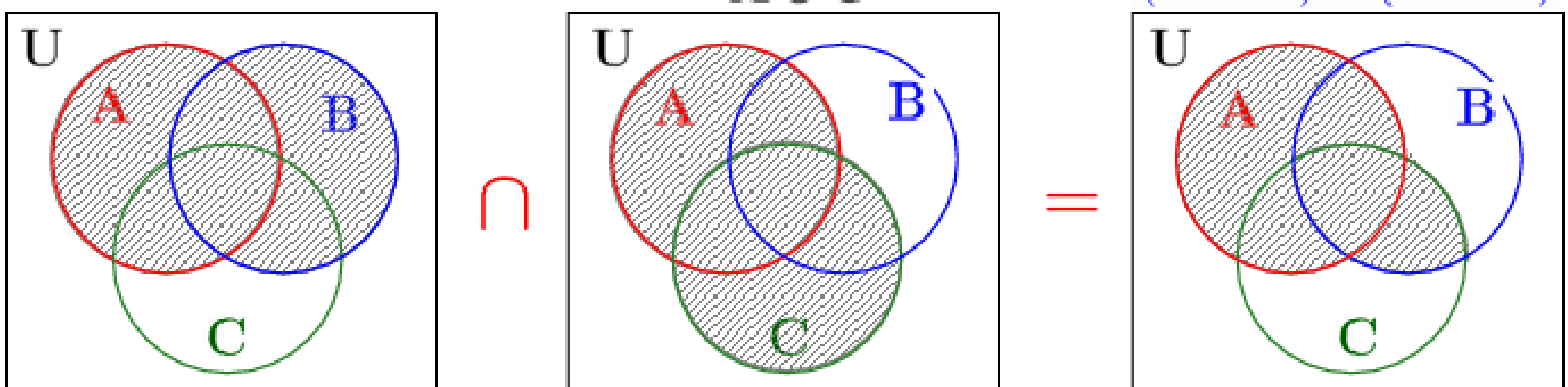
Distributividade

5. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

A $\qquad$ $B \cap C$ $\qquad$ $A \cup (B \cap C)$

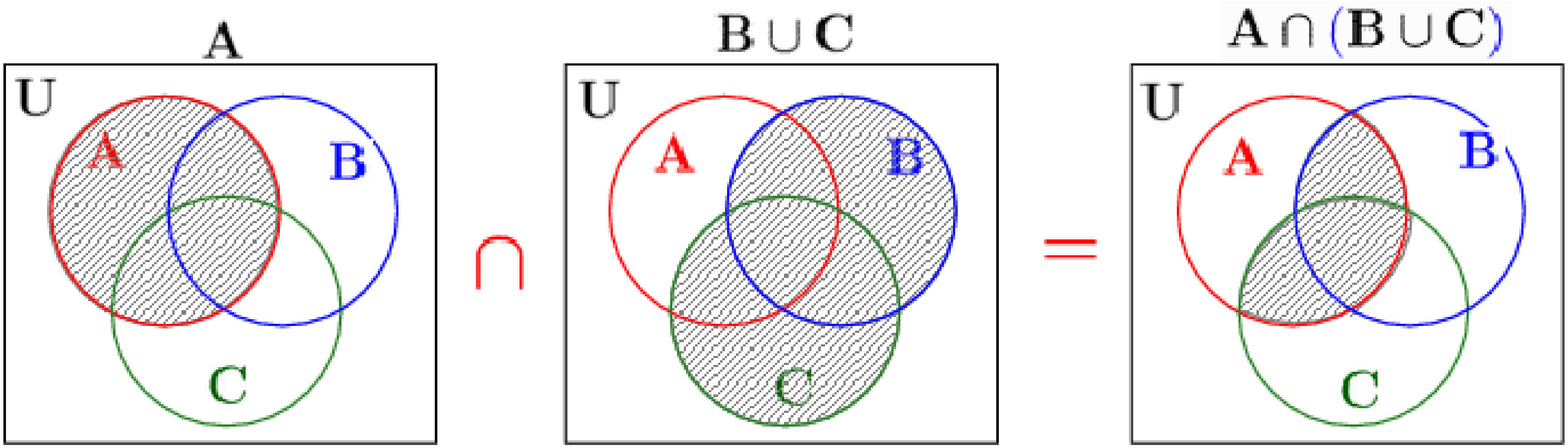


$A \cup B$ $\qquad$ $A \cup C$ $\qquad$ $(A \cup B) \cap (A \cup C)$



Distributividade

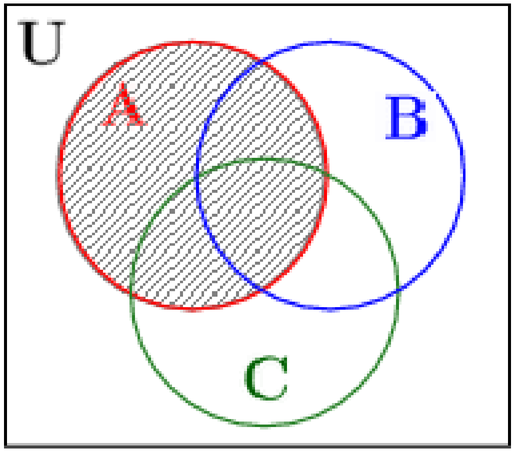
6. $\mathbf{A} \cap (\mathbf{B} \cup \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) \cup (\mathbf{A} \cap \mathbf{C})$



Distributividade

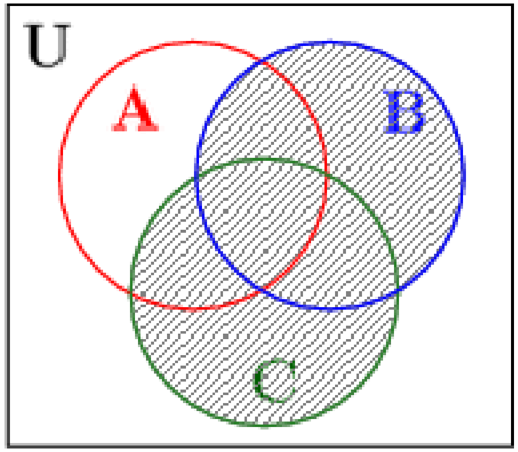
6. $\mathbf{A} \cap (\mathbf{B} \cup \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) \cup (\mathbf{A} \cap \mathbf{C})$

$\mathbf{A}$



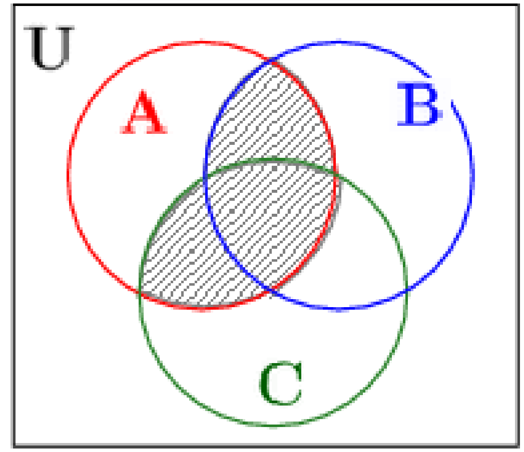
$\cap$

$\mathbf{B} \cup \mathbf{C}$

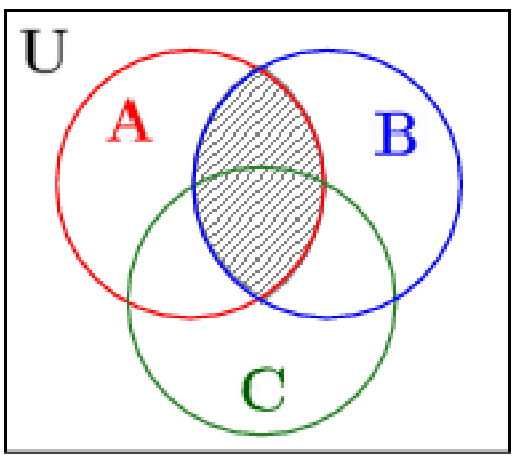


$=$

$\mathbf{A} \cap (\mathbf{B} \cup \mathbf{C})$

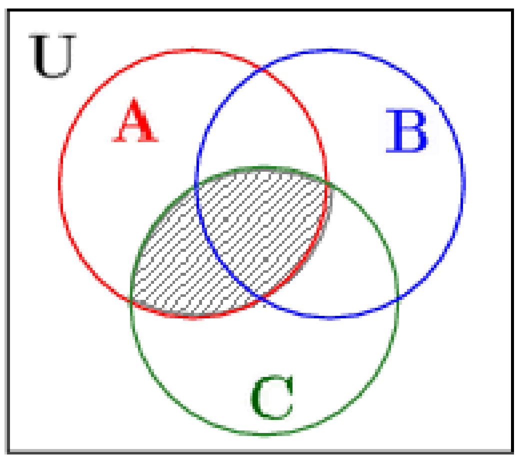


$\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$



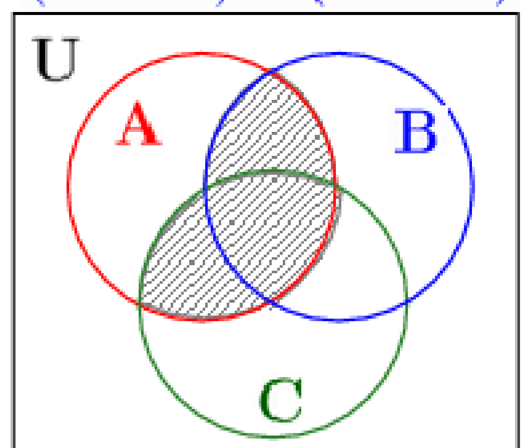
$\cup$

$\mathbf{A} \cap \mathbf{C}$



$=$

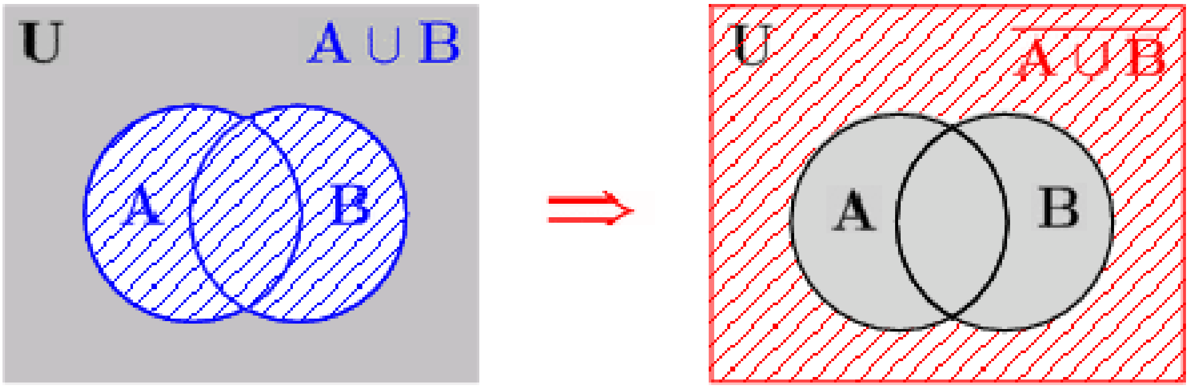
$(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) \cup (\mathbf{A} \cap \mathbf{C})$



Leis de Morgan

7. $(\overline{\mathbf{A} \cup \mathbf{B}}) = \overline{\mathbf{A}} \cap \overline{\mathbf{B}}$

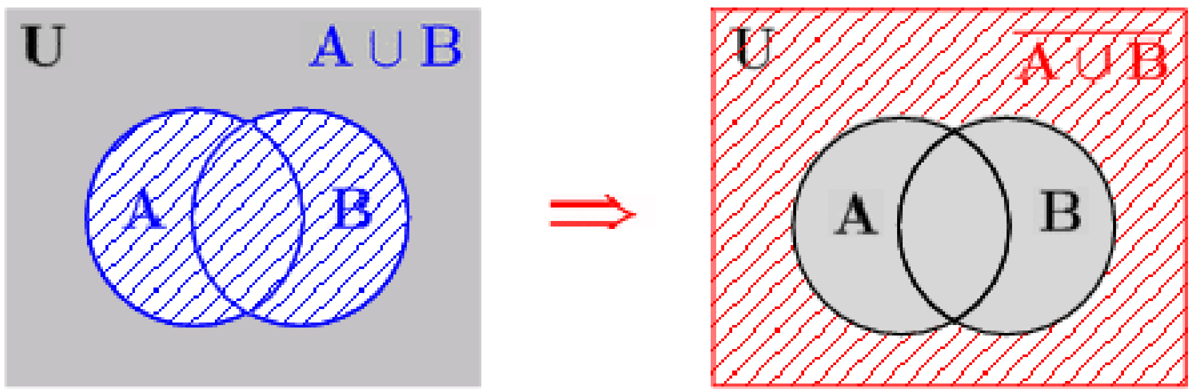
$$(\overline{\mathbf{A} \cup \mathbf{B}}) = \mathbf{U} - (\mathbf{A} \cup \mathbf{B})$$



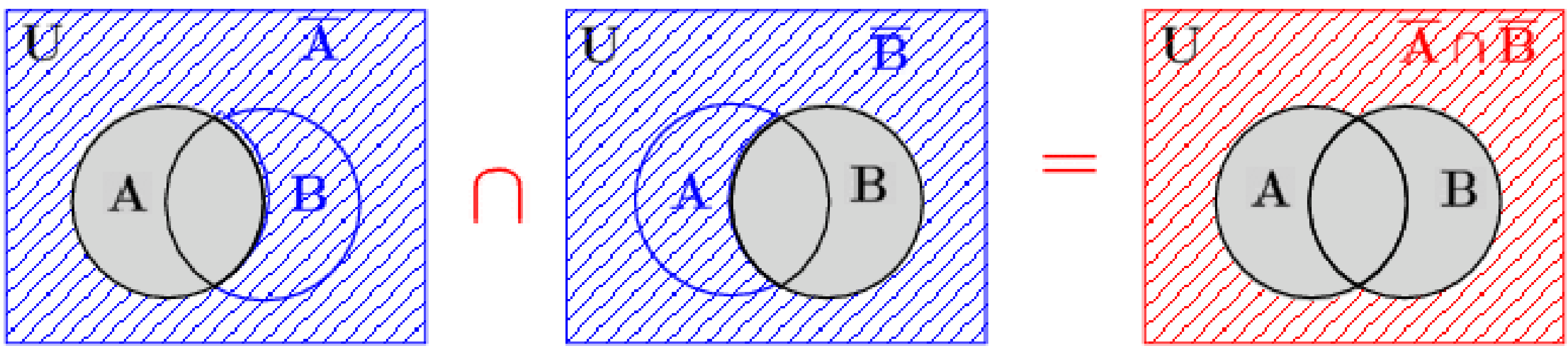
Leis de Morgan

7. $(\overline{\mathbf{A} \cup \mathbf{B}}) = \overline{\mathbf{A}} \cap \overline{\mathbf{B}}$

$(\overline{\mathbf{A} \cup \mathbf{B}}) = \mathbf{U} - (\mathbf{A} \cup \mathbf{B})$



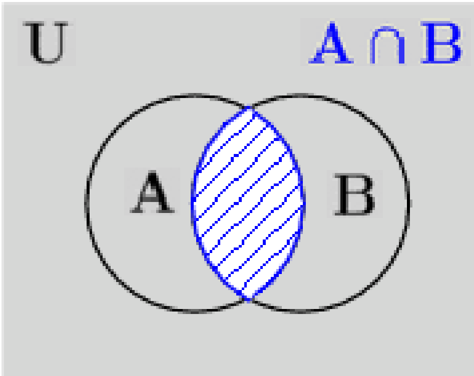
$\overline{\mathbf{A}} = \mathbf{U} - \mathbf{A}$ $\overline{\mathbf{B}} = \mathbf{U} - \mathbf{B}$ $\overline{\mathbf{A}} \cap \overline{\mathbf{B}}$



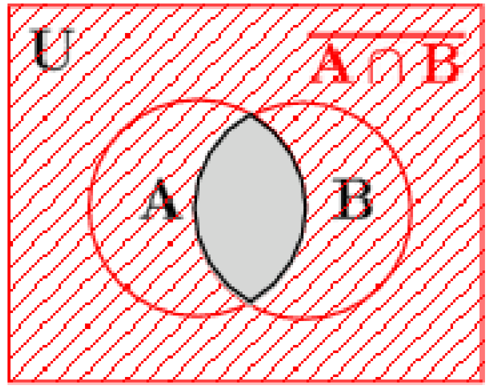
Leis de Morgan

8. $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$

$\overline{(A \cap B)} = U - (A \cap B)$



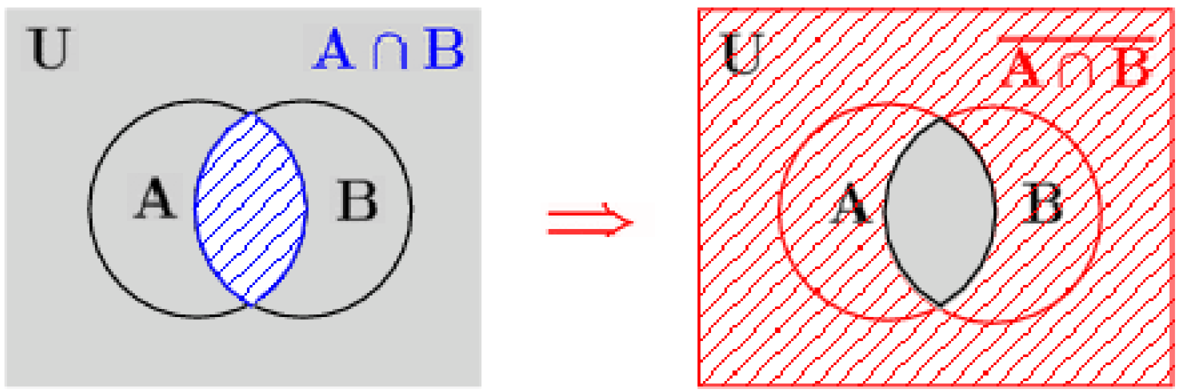
$\Rightarrow$



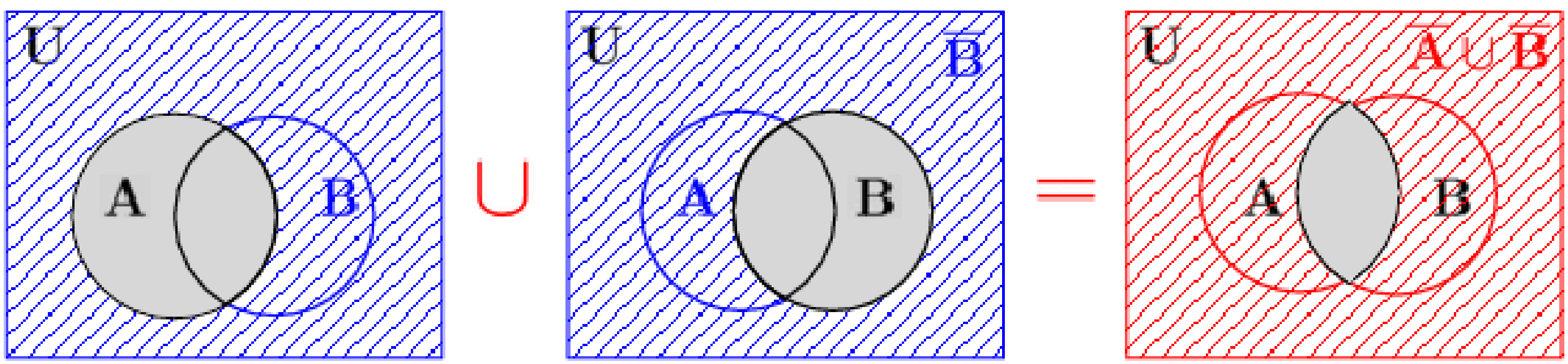
Leis de Morgan

8. $\left(\overline{A \cap B}\right) = \overline{A} \cup \overline{B}$

$\left(\overline{A \cap B}\right) = U - (A \cap B)$



$\overline{A} = U - A$ $\quad$ $\overline{B} = U - B$ $\quad$ $\overline{A} \cup \overline{B}$



Prova formal da identidade 5:

- $\mathbf{A} \cup (\mathbf{B} \cap \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) \cap (\mathbf{A} \cup \mathbf{C})$

Prova formal da identidade 5:

- $\mathbf{A} \cup (\mathbf{B} \cap \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) \cap (\mathbf{A} \cup \mathbf{C})$

ou seja,

(1) $$\mathbf{A} \cup (\mathbf{B} \cap \mathbf{C}) \subseteq (\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) \cap (\mathbf{A} \cup \mathbf{C})$$

e

(2) $$(\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) \cap (\mathbf{A} \cup \mathbf{C}) \subseteq \mathbf{A} \cup (\mathbf{B} \cap \mathbf{C})$$

- Prova de (1) :

Dado $x \in \mathbf{A} \cup (\mathbf{B} \cap \mathbf{C})$, mostraremos que

$x \in (\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) \cap (\mathbf{A} \cup \mathbf{C})$:

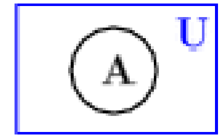
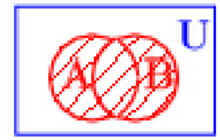
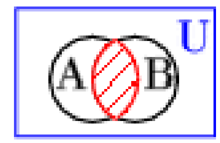
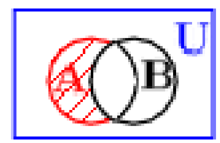
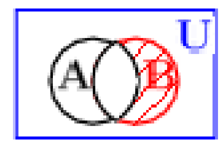
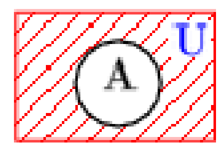
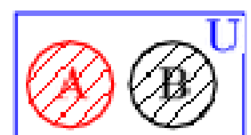
$x \in \mathbf{A} \cup (\mathbf{B} \cap \mathbf{C})$

1 2 Voltar

- Prova de (2):

Faça você a prova de 2.

Resumo:

Conceitos	Notação	Diagramas de Venn
- Conjunto universo	$\mathbf{U}$	
- Operações com conjuntos:		
União	$\mathbf{A} \cup \mathbf{B}$	
Interseção	$\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$	
Diferença	$\begin{cases} \mathbf{A} - \mathbf{B} \\ \mathbf{B} - \mathbf{A} \end{cases}$	 
Complemento	$\overline{\mathbf{A}}$	
- Conjuntos disjuntos	$(\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \varnothing)$	

Resumo:

Propriedades

- $A \subseteq A \cup B, \ B \subseteq A \cup B$
- $A \cap B \subseteq A, \ A \cap B \subseteq B$
- $A - B \subseteq A, \ B - A \subseteq B$
- $A \subseteq B \ \Leftrightarrow \ A \cup B = B$
- $A \subseteq B \Leftrightarrow \ A \cap B = A$
- $A \subseteq B \Leftrightarrow \ A - B = \varnothing$
- $A \cap B = \varnothing \Leftrightarrow \ A - B = A$
- $A \cap B = \varnothing \Leftrightarrow \ B - A = B$

Fundação CECIERJ Consórcio cederj

Resumo:

Identidades Básicas:

- Comutatividade: $A \cup B = B \cup A$

  $A \cap B = B \cap A$

- Associatividade: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) = A \cup B \cup C$

  $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) = A \cap B \cap C$

- Distributividade: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

- Leis de Morgan: $(\overline{A \cup B}) = \overline{A} \cap \overline{B}$

  $(\overline{A \cap B}) = \overline{A} \cup \overline{B}$

Resumo:

Observações:

- $A \cup A = A$
- $A \cup \varnothing = A$
- $A \cup \overline{A} = U$
- $\overline{U} = \varnothing$
- $A - \varnothing = A$

- $A \cap A = A$
- $A \cap \varnothing = \varnothing$
- $A \cap \overline{A} = \varnothing$
- $\overline{\varnothing} = U$
- $A - B = A \cap \overline{B}, \; B - A = B \cap \overline{A}$

Exercícios

1. Sejam $\mathbf{U} = \{0,1,2,3,4\}, \quad \mathbf{A} = \{0,4\}, \quad \mathbf{B} = \{0,1,2,3\}$

$\mathbf{C} = \{1,4\}, \quad \mathbf{D} = \{0,1\}$

Determine os seguintes conjuntos:

a. $\mathbf{A} \cup \mathbf{B}$

b. $\mathbf{B} \cap \mathbf{C}$

c. $\mathbf{A} \cap \overline{\mathbf{B}}$

d. $\mathbf{A} \cup (\mathbf{B} \cap \mathbf{C})$

e. $(\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) \cap (\mathbf{A} \cup \mathbf{C})$

f. $(\overline{\mathbf{A} \cap \mathbf{B}}) \cup (\overline{\mathbf{A} \cap \mathbf{C}})$

g. $\mathbf{A} \cup \overline{\mathbf{B}}$

h. $\mathbf{A} - \mathbf{B}$

i. $\mathbf{B} - \overline{\mathbf{A}}$

j. $\mathbf{A} \cup (\mathbf{B} \cap \mathbf{C} \cap \mathbf{D})$

2. Sejam $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ e $\mathbf{C}$ subconjuntos de um conjunto unive$\mathbf{U}$o .
Represente por meio de diagramas de Venn as seguintes situações.

(i) $\mathbf{A} \subset \mathbf{B} \subset \mathbf{C}$

(ii) $\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \varnothing,\ \mathbf{A} \cap \mathbf{C} = \varnothing,\ \mathbf{B} \cap \mathbf{C} = \varnothing,$

(iii) $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \cup \mathbf{C}$

(iv) $\mathbf{A} \subseteq \overline{\mathbf{B}}$

(v) $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} - \mathbf{C}$

3. Verifique, usando os diagramas de Venn as seguintes igualdades:

(i) $(\mathbf{A}-\mathbf{B})\cup\mathbf{B}=\mathbf{A}\cup\mathbf{B}$

(ii) $(\mathbf{A}-\mathbf{B})\cap\mathbf{B}=\varnothing$

(iii) $(\mathbf{A}-\mathbf{B})\cup(\mathbf{B}-\mathbf{A})=(\mathbf{A}\cup\mathbf{B})-(\mathbf{A}\cap\mathbf{B})$

(iv) $\mathbf{A}-\mathbf{B}=\mathbf{A}\cap\overline{\mathbf{B}}$

(v) $(\overline{\overline{\mathbf{A}}})=\mathbf{A}$

(vi) $\mathbf{A}\cap(\mathbf{B}-\mathbf{C})=(\mathbf{A}\cap\mathbf{B})-(\mathbf{A}\cap\mathbf{C})$

4. Mostre que

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \ \text{ e } \ \mathbf{A} \subseteq \mathbf{C} \ \Rightarrow \ \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \cup \mathbf{C}$$

5. Mostre que

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \ \Leftrightarrow \ \overline{\mathbf{B}} \subseteq \overline{\mathbf{A}}$$

6. Dados os conjuntos $\mathbf{C} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é múltiplo de } 2\}$,

$$\mathbf{D} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é múltiplo de } 3\},$$

$$\mathbf{E} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é múltiplo de } 6\},$$

verifique que $\mathbf{C} \cap \mathbf{D} = \mathbf{E}$.

7. Considere $\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 \leq x^2 \leq 300\}$,

$\mathbf{B} = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq 3x - 2 \leq 30\}$. Calcule:

(i) $\mathbf{A} \cup \mathbf{B}$ (ii) $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$

(iii) $\mathbf{A} - \mathbf{B}$ (iv) $\mathbf{B} - \mathbf{A}$

(v) $\overline{\mathbf{A}} \cap \overline{\mathbf{B}}$ (vi) $\overline{\mathbf{A}} \cup \overline{\mathbf{B}}$

8. Dado $\mathbf{C} = \{2, -1, 5\}$, considere o conjunto universo sendo o conjunto de partes d $\mathbf{C}$, $\mathbf{U} = P(\mathbf{C})$. Calcule:

(i) $\overline{\mathbf{A}}$ (ii) $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$

para $\mathbf{A} = \{\{2, -1\}, \{2\}\}$, $\mathbf{B} = \{\{5\}, \{2, -1, 5\}, \{-1, 2\}\}$.

9. Use a propriedade distributiva da interseção em relação a união de conjuntos para provar que $(A \cap D) \cup \overline{D} = A \cup \overline{D}$. Verifique a igualdade usando o diagrama de Venn.

10. Prove que $A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$
Dica: a igualdade $A - B = A \cap \overline{B}$ (vista no exercício 2 (iv)), uma propriedade distributiva de conjuntos e uma das leis de Morgan.

11. Dados os seguintes conjuntos:

$$\mathbf{A} = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 \leq x \leq 7\}, \ \mathbf{B} = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 \leq x \leq 7\}.$$

Verifique que:

(i) $\mathbf{A} = \mathbf{B}$

(ii) $\overline{\mathbf{A}} \neq \overline{\mathbf{B}}$