Tema : Conjuntos

- Conceitos
- Diagramas de Venn e operações
- Número de elementos de um conjunto

Objetivos:

- Familiarizar-se com a linguagem de conjuntos.

Objetivos:

- Familiarizar-se com a linguagem de conjuntos.
- Melhorar o raciocínio lógico.

Objetivos:

- Familiarizar-se com a linguagem de conjuntos.
- Melhorar o raciocínio lógico.

Importância:

- Fornece uma linguagem e ferramentas básicas que nos ajudam no raciocínio tanto na vida cotidiana como na manipulação de outros tópicos matemáticos.

Aula 1 : Conceitos

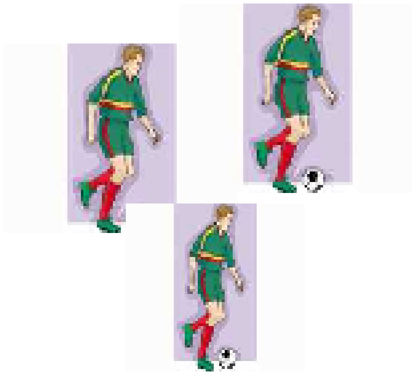
Conteúdo:

- Introdução
- Noção intuitiva
- Notação
- Relação de pertinência
- Definição
- Descrição
- Formalização
- Conjunto vazio
- Relações entre conjuntos
- Conjunto de partes

Introdução:

Encontrar a estrutura comum a:

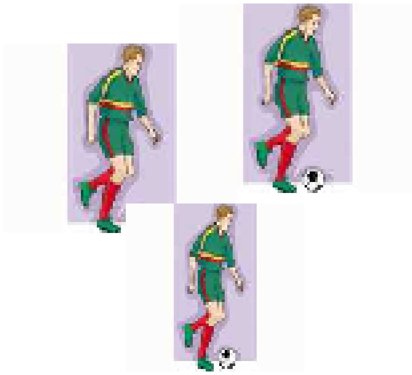
- uma equipe de futebol;



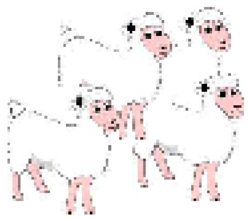
Introdução:

Encontrar a estrutura comum a:

- uma equipe de futebol;

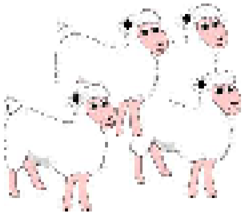


- um rebanho de ovelhas;



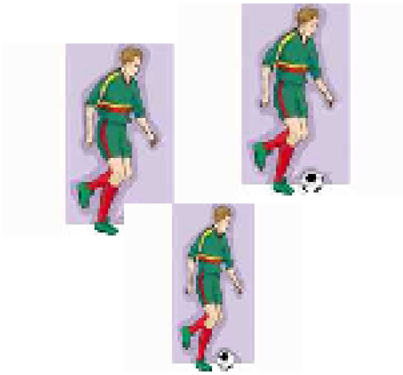
Introdução:

Encontrar a estrutura comum a:

- uma equipe de futebol; 
- um rebanho de ovelhas; 
- uma biblioteca. 

Formação de estrutura comum:

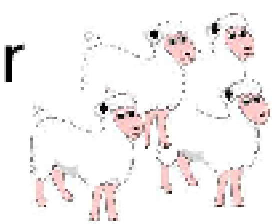
- uma equipe de futebol é constituída por um grupo de jogadores;



Formação de estrutura comum:

- uma equipe de futebol é constituída por um grupo de jogadores;

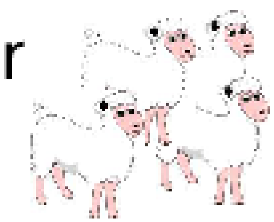
- um rebanho de ovelhas é formado por uma reunião de ovelhas;



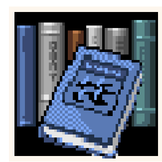
Formação de estrutura comum:

- uma equipe de futebol é constituída por um grupo de jogadores;

- um rebanho de ovelhas é formado por uma reunião de ovelhas;



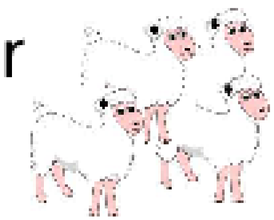
- uma biblioteca está formada por uma coleção de livros.



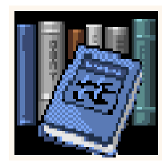
Formação de estrutura comum:

- uma equipe de futebol é constituída por uma coleção de jogadores;

- um rebanho de ovelhas é formado por uma coleção de ovelhas;



- uma biblioteca está formada por uma coleção de livros.



Estrutura comum:

- equipe de futebol
- rebanho de ovelhas
- biblioteca

Estrutura comum:

- equipe de futebol
- rebanho de ovelhas
- biblioteca

está formada(o) por uma coleção de objetos.

Noção intuitiva:

- Um conjunto é uma coleção de objetos, chamados elementos.

Noção intuitiva:

Um conjunto é uma coleção de objetos, chamados elementos.

Exemplos:

- uma equipe de futebol
- um rebanho de ovelhas
- uma biblioteca

Noção intuitiva:

Um conjunto é uma coleção de objetos, chamados elementos.

Exemplos:

- uma equipe de futebol é um conjunto de jogadores.

  os elementos são os jogadores

- um rebanho de ovelhasé um conjunto de ovelhas.

  os elementos são as ovelhas

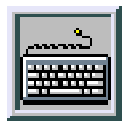
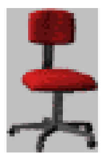
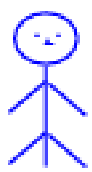
- uma biblioteca é um conjunto de livros.

  os elementos são os livros

Fundação CECIERJ Consórcio cederj

Invente um conjunto com 4 elementos considerando coisas e/ou pessoas do lugar em que você está agora.

Meu conjunto está formado pelo(a):

- monitor do computador 
- teclado 
- cadeira 
- você mesmo 

Notação de conjuntos:

- Letras maiúsculas são usadas para denotar conjuntos.

  Exemplo: seu conjunto pode chamar-s $\mathbf{A}$ e o m $\mathbf{B}$.

Notação de conjuntos:

- Letras maiúsculas são usadas para denotar conjuntos.

  Exemplo: seu conjunto pode chamar-s $\mathbf{A}$ e o m $\mathbf{B}$.

- Letras minúsculas são usadas para descrever os elementos de um conjunto.

  Exemplo: os elementos do meu conjunt $\mathbf{B}$ podem ser denominados por:

  m : monitor;
  t : teclado;
  c : cadeira;
  v : você.

Descrição de um conjunto:

- O símbolo $\{$ indica o início da descrição de um conjunto.

Descrição de um conjunto:

- O símbolo $\{$ indica o início da descrição de um conjunto.

- O símbolo $\}$ indica o fim da descrição de um conjunto.

Resumindo:

- Conjunto: letras maiúsculas
- Elementos de um conjunto: letras minúsculas
- Início do conjunto: $\{$
- Fim do conjunto: $\}$

Exemplo: $\mathbf{B} = \{m, t, c, v\}$

Relação de pertinência:

Noção intuitiva:

Seja $\mathbf{B} = \{m, t, c, v\}$

- O elemento t (teclado) está no conjunto B .

Relação de pertinência:

Noção intuitiva:

Seja $\mathbf{B} = \{m, t, c, v\}$

- O elemento t (teclado) está no conjunto $\mathbf{B}$.
- O elemento r (relógio) não está em $\mathbf{B}$.

Definição de pertinência:

- x pertence a um conjunto $\mathbf{X}$ se x é um elemento de $\mathbf{X}$.

Notação: $x \in \mathbf{X}$

Definição de pertinência:

- x pertence a um conjunto $\mathbf{X}$ se x é um elemento de $\mathbf{X}$.

Notação: $x \in \mathbf{X}$

Exemplo:

$$\mathbf{B} = \{m, t, c, v\}$$

t pertence a $\mathbf{B}$ $t \in \mathbf{B}$

r não pertence a $\mathbf{B}$ $r \notin \mathbf{B}$

Exemplo importante:

- $\mathbb{N} =$ conjunto dos números naturais

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \cdots\}$$

- $10598 \in \mathbb{N}$
- $-1 \notin \mathbb{N}$
- $1/5 \notin \mathbb{N}$
- $2,5 \notin \mathbb{N}$

Outro exemplo:

- C = conjunto das pessoas que são altas.

Outro exemplo:

- $\mathcal{C}$ = conjunto das pessoas que são altas.

  Você pertence a $\mathcal{C}$?

  - Se você mede 1,95 metros, está claro que você pertence a $\mathcal{C}$.
  - Se você mede 1,50 metros, está claro que você não pertence a $\mathcal{C}$.
  - Se você mede 1,75 metros, você está e $\mathcal{C}$ ou não?

Outro exemplo:

- $\mathcal{C}$ = conjunto das pessoas que são altas.

Você pertence a $\mathcal{C}$?

- Se você mede 1,95 metros, está claro que você pertence a $\mathcal{C}$.
- Se você mede 1,50 metros, está claro que você não pertence a $\mathcal{C}$.
- Se você mede 1,75 metros, você está e $\mathcal{C}$ ou não?

Conclusão: esta coleção não está bem definida.

Modificação do exemplo:

- C = conjunto das pessoas que têm mais de 1,75 metros.

Você pertence a C ?

Modificação do exemplo:

- C = conjunto das pessoas que têm mais de 1,75 metros.

Você pertence a C ?

Conclusão: esta coleção está bem definida.

Definição de conjunto:

Um conjunto é uma coleção de objetos, chamados elementos.

Definição de conjunto:

Um conjunto é uma coleção **BEM DEFINIDA** de objetos, chamados elementos.

Isto é, **SEMPRE** podemos decidir quando um objeto está ou não no conjunto.

Um conjunto é uma coleção bem definida de objetos, chamados elementos.

Um conjunto é uma coleção bem definida de objetos, chamados elementos.

Exemplos:

- O conjunto de números naturais que são pares;
- O conjunto dos meses do ano que têm exatamente 30 dias;
- O conjunto dos meses do ano que têm pelo menos 30 dias.

Descrição de um conjunto:

Representação explícita

- Enumeração dos elementos do conjunto.

Exemplo: $\mathbf{B} = \{m, t, c, v\}$ $\quad \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \cdots\}$

Descrição de um conjunto:

Representação explícita

- Enumeração dos elementos do conjunto.

Exemplo: $\mathbf{B} = \{m, t, c, v\}$ $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \cdots\}$

Representação implícita

- Indicação da propriedade que caracteriza os elementos.

Exemplo:

$\mathbf{C}$ = conjunto das pessoas que têm mais de 1,75 metros de altura

Representação implícita:

C = conjunto das pessoas de altura maior que 1,75 metros.

ou

C está constituído por elementos (pessoas) x tal que a altura de x é maior que 1,75 metros.

Representação implícita:

C = conjunto das pessoas de altura maior que 1,75 metros.

ou

C está constituído por elementos (pessoas) x tal que a altura de x é maior que 1,75 metros.

- Levando a idéia da notação matemática:

$$C = \{ x \mid \text{altura de } x > 1{,}75 \text{ metros} \}$$

Formalização:

- $\mathbf{C}$ está constituído por elementos (pessoas) x tal que a altura de x é maior que 1,75 metros.

$$\mathbf{C} = \{x \mid \text{ altura de } x > 1,75 \text{ metros}\}$$

- Propriedade que caracteriza os elementos de $\mathbf{C}$:

$P(x)$: a altura de x é maior que 1,75 metros.

$$\mathrm{C} = \{x \mid P(x)\}$$

Formalização:

- $\mathbf{C}$ está constituído por elementos (pessoas) x tal que a altura de x é maior que 1,75 metros.

$$\mathbf{C} = \{x \mid \text{ altura de } x > 1,75 \text{ metros}\}$$

- Propriedade que caracteriza os elementos de $\mathbf{C}$:

$P(x)$: a altura de x é maior que 1,75 metros.

$$\mathrm{C} = \{x \mid P(x)\}$$

C está constituído pelos elementos x al que verifica $P(x)$

Outro exemplo:

D = conjunto de números naturais maiores ou iguais a 5.

Outro exemplo:

$\mathbf{D}$ = conjunto de números naturais maiores ou iguais a 5.

Representação explícita:

$$\mathbf{D} = \{5, 6, 7, \ldots\}$$

Outro exemplo:

$\mathbf{D}$ = conjunto de números naturais maiores ou iguais a 5.

Representação explícita:

$$\mathbf{D} = \{5, 6, 7, \ldots\}$$

Representação implícita:

$$\mathbf{D} = \{x \mid \underbrace{x \in \mathbb{N} \text{ e } x \geq 5}_{P(x)}\}$$

Notação de conjuntos conhecidos

$\mathbb{N}$ = conjunto dos números naturais

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$$

$\mathbb{Z}$ = conjunto dos números inteiros

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$$

$\mathbb{Q}$ = conjunto dos números racionais

$$\mathbb{Q} = \{x \mid x = p/q, p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0\}$$

$\mathbb{R}$ = conjunto dos números reais

Conjunto especial:

O conjunto vazio, $\varnothing$, é o conjunto que não tem elementos.

Conjunto especial:

- O conjunto vazio, $\varnothing$, é o conjunto que não tem elementos.

- Pode-se falar da representação de $\varnothing$?

Exemplos:

$$\varnothing = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x > 5 \text{ e } x < 0\}$$

$$\varnothing = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 2x - 1 = 0\}$$

Relações entre conjuntos:

Definição de igualdade

- Os conjuntos $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ são iguais quando têm os mesmos elementos.
- Notação: $\mathbf{A} = \mathbf{B}$

Relações entre conjuntos:

Definição de igualdade

- Os conjuntos $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$ são iguais quando têm os mesmos elementos.
- Notação: $\mathbf{A} = \mathbf{B}$

Exemplo:

Sejam $\mathbf{A} = \{1, 3, a\}$ $\quad \mathbf{C} = \{1, 3, 1, a\}$

$\mathbf{B} = \{3, a, 1\}$ $\quad \mathbf{D} = \{2, 3, a\}$

Os conjuntos $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ e $\mathbf{C}$ são iguais, $\mathbf{A}=\mathbf{B}=\mathbf{C}$

$\mathbf{A}$ é diferente de $\mathbf{D}$ $\quad \mathbf{A} \neq \mathbf{D}$

Definição de inclusão

- Um conjunto $\mathbf{A}$ está contido em um conjunto $\mathbf{B}$ se todo elemento de $\mathbf{A}$ é elemento de $\mathbf{B}$.
- Notação: $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B}$

Definição de inclusão

- Um conjunto $\mathbf{A}$ está contido em um conjunto $\mathbf{B}$ se todo elemento de $\mathbf{A}$ é elemento de $\mathbf{B}$.
- Notação: $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B}$

Exemplo 1:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$$
$$\mathbf{P} = \{2, 4, 6, 8, \ldots\}$$
$$\mathbf{S} = \{0, 1\}$$

$\mathbf{P}$ está contido em $\mathbb{N}$, $\mathbf{P} \subseteq \mathbb{N}$

$\mathbf{S}$ não está contido em $\mathbb{N}$, $\mathbf{S} \not\subseteq \mathbb{N}$

Exemplo 2:

$$\mathbf{A} = \{1, 3, a\}$$

$$\mathbf{B} = \{3, a, 1\}$$

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \text{ e } \mathbf{B} \subseteq \mathbf{A}$$

Exemplo 2:

$$\mathbf{A} = \{1, 3, a\}$$

$$\mathbf{B} = \{3, a, 1\}$$

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \text{ e } \mathbf{B} \subseteq \mathbf{A}$$

Conclusão: $\mathbf{A} = \mathbf{B} \iff \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B} \text{ e } \mathbf{B} \subseteq \mathbf{A}$

(é equivalente)

Observação:

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B}$$

- $\mathbf{A}$ está contido em $\mathbf{B}$

Observação:

$$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B}$$

- $\mathbf{A}$ está contido em $\mathbf{B}$
- $\mathbf{A}$ é um subconjunto de $\mathbf{B}$
- $\mathbf{B}$ contém $\mathbf{A}$ $\quad (\mathbf{B} \supseteq \mathbf{A})$

Definição de inclusão estrita:

- $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B}$ e $\mathbf{A} \neq \mathbf{B}$
- Notação: $\mathbf{A} \subset \mathbf{B}$ ($\mathbf{A}$ está contido estritamente em $\mathbf{B}$)

Definição de inclusão estrita:

- $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B}$ e $\mathbf{A} \neq \mathbf{B}$
- Notação: $\mathbf{A} \subset \mathbf{B}$ $\mathbf{A}$ <u>está contido estritamente</u> e $\mathbf{B}$)

Exemplo 1:

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$

$\mathbf{P} = \{2, 4, 6, 8, \ldots\}$

$\mathbf{P} \subseteq \mathbb{N}$, mas $\underbrace{1 \in \mathbb{N} \text{ e } 1 \notin \mathbf{P}}_{\mathbf{N} \neq \mathbf{P}}$

Conclusão: $\mathbf{P} \subset \mathbb{N}$

Definição de inclusão estrita:

- $\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B}$ e $\mathbf{A} \neq \mathbf{B}$
- Notação: $\mathbf{A} \subset \mathbf{B}$ ($\mathbf{A}$ está contido estritamente em $\mathbf{B}$)

Exemplo 1:

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$

$\mathbf{P} = \{2, 4, 6, 8, \ldots\}$

$\mathbf{P} \subseteq \mathbb{N}$, mas $\underbrace{1 \in \mathbb{N} \text{ e } 1 \notin \mathbf{P}}_{\mathbf{N} \neq \mathbf{P}}$

Conclusão: $\mathbf{P} \subset \mathbb{N}$

Observação:

- Para todo conjunto: $\varnothing \subseteq \mathbf{A}$
- Para todo conjunto $\mathbf{A} \neq \varnothing$: $\varnothing \subset \mathbf{A}$

Conjunto de partes de um conjunto:

Considere o conjunto $\mathbf{A}$.

- O conjunto das partes de $\mathbf{A}$ $P(\mathbf{A})$, é o conjunto formado por todos os subconjuntos de $\mathbf{A}$.

Conjunto de partes de um conjunto:

Considere o conjunto $\mathbf{A}$.

O conjunto das partes de $\mathbf{A}$ $P(\mathbf{A})$, é o conjunto formado por todos os subconjuntos de $\mathbf{A}$.

Exemplo:

Seja $\mathbf{A} = \{1, 2, 3\}$

então

$$P(\mathbf{A}) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$$

Observação:

- Os <u>elementos</u> de $P(\mathbf{A})$ são <u>conjuntos</u>:

Exemplo:

$\mathbf{A} = \{1, 2, 3\}$

$P(\mathbf{A}) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$

- $\{1\} \in P(\mathbf{A})$ pois $\{1\} \subseteq \{1, 2, 3\}$
- $1 \notin P(\mathbf{A})$
- $\{\{1\}, \{1, 2, 3\}\} \subseteq P(\mathbf{A})$
- $\{\{1\}\} \subseteq P(\mathbf{A})$
- $\varnothing \in P(\mathbf{A})$

Fundação CECIERJ Consórcio cederj

Resumo:

Conceitos	Notação
- Conjunto	$\mathbf{A}, \mathbf{B}, \ldots$
- Elemento	$a, b, x, \ldots$
- Relação de pertinência	$x \in \mathbf{A}, (x \notin \mathbf{A})$
- Relações entre conjuntos:	
Igualdade	$\mathbf{A} = \mathbf{B}, (\mathbf{A} \neq \mathbf{B})$
Inclusão	$\mathbf{A} \subseteq \mathbf{B}, (\mathbf{A} \not\subseteq \mathbf{B})$
Inclusão estrita	$\mathbf{A} \subset \mathbf{B}, (\mathbf{A} \not\subset \mathbf{B})$
Conjuntos especiais	$\varnothing, P(\mathbf{A})$

Propriedade: $\mathbf{A} = \mathbf{B} \iff \mathbf{A} \subseteq \mathbf{B}$ e $\mathbf{B} \subseteq \mathbf{A}$