

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
BACHARELADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**MODELING AND PASSIVITY-BASED CONTROL FOR A CONVERTIBLE
FIXED-WING VTOL**

Alunos: Thayron Miranda - 106337 e Gabriel Muniz - 106328
Professor: Rodolpho Neves

VIÇOSA
MINAS GERAIS - BRASIL
JULHO 2025

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
BACHARELADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

RESUMO

**MODELING AND PASSIVITY-BASED CONTROL FOR A CONVERTIBLE
FIXED-WING VTOL**

Este relatório apresenta a reprodução dos principais resultados do artigo *Modeling and Passivity-Based Control for a Convertible Fixed-Wing VTOL*, no qual é desenvolvido um modelo matemático não linear e uma estratégia de controle baseada em passividade (PBC) para um veículo aéreo não tripulado (VANT) do tipo VTOL de asa fixa. O controle proposto é validado por simulações numéricas, demonstrando bom desempenho em trajetórias complexas e transições entre voo vertical e horizontal.

SUMÁRIO

1	Introdução	4
2	Objetivos	5
3	Metodologia	6
3.0.1	Modelagem	6
3.0.2	Controle Baseado em Passividade (PBC)	7
3.0.3	Alocação de Controle	9
4	Resultados	11
4.0.1	Trajectoria 1	11
4.0.2	Trajectoria 2	12
4.0.3	Trajectoria 3	14
5	Conclusões	16
	Referências	17

1 INTRODUÇÃO

Veículos Aéreos Não Tripulados (VANTs) têm se tornado ferramentas essenciais em diversas áreas, como agricultura de precisão, inspeções industriais, mapeamento geográfico, monitoramento ambiental e operações de busca e salvamento. Essa crescente utilização decorre de suas capacidades de operar em ambientes adversos, alcançar locais de difícil acesso e realizar missões com eficiência e baixo custo.

Dentre as diferentes configurações de VANTs, destacam-se os modelos de asa fixa e os multirrotores. Os de asa fixa possuem maior eficiência aerodinâmica, permitindo voos em alta velocidade e com maior autonomia, sendo ideais para cobrir grandes áreas. Por outro lado, os multirrotores têm a capacidade de pairar (hovering), realizar decolagens e pousos verticais com precisão, e operar em espaços confinados, embora com menor autonomia de voo.

Com o intuito de combinar as vantagens dessas duas configurações, surgem os do tipo VTOL (Vertical Take-Off and Landing) conversíveis, que integram asas fixas e rotores orientáveis. Essa arquitetura híbrida permite realizar decolagens e pousos verticais, bem como transições para voo horizontal eficiente, ampliando a aplicabilidade e versatilidade do sistema. No entanto, essa mesma flexibilidade impõe grandes desafios de modelagem e controle, devido à variação significativa das dinâmicas envolvidas nas diferentes fases de voo.

A transição entre o voo estacionário (hovering) e o voo de cruzeiro (forward flight) envolve regimes aerodinâmicos contrastantes, nos quais as forças e torques atuantes mudam drasticamente. Nesse contexto, torna-se essencial o desenvolvimento de estratégias de controle robustas e adaptativas, que garantam estabilidade e desempenho durante todo o envelope operacional da aeronave. Este trabalho busca contribuir com essa problemática, propondo uma modelagem dinâmica detalhada e um controlador baseado em passividade, visando controlar com eficiência um VTOL de asa fixa durante todas as suas fases de operação.

2 OBJETIVOS

O principal objetivo deste trabalho(1) é desenvolver e validar uma estratégia de controle não linear para um veículo aéreo não tripulado (VANT) do tipo VTOL (Vertical Take-Off and Landing) com configuração de asa fixa e rotores inclináveis. Inicialmente, busca-se estabelecer um modelo matemático não linear completo que represente com fidelidade a dinâmica do sistema, considerando seis graus de liberdade (6-DOF) e incorporando efeitos aerodinâmicos e as forças e momentos gerados pelos motores, cujos ângulos de inclinação são controláveis de forma independente.

Com esse modelo, projeta-se um controlador baseado em passividade (Passivity-Based Control – PBC), técnica que explora as propriedades energéticas do sistema para garantir estabilidade e desempenho robusto. O controlador é responsável por estabilizar tanto a dinâmica translacional quanto rotacional do VANT durante diferentes modos de voo, incluindo as transições entre voo estacionário e voo de cruzeiro.

Além disso, desenvolve-se um algoritmo de alocação de controle, fundamental para converter os comandos virtuais gerados pelo controlador (forças e torques desejados) em comandos reais aplicáveis aos atuadores do sistema, como as velocidades angulares dos motores e os ângulos de inclinação dos mesmos. O algoritmo garante o desacoplamento dos ângulos dos motores frontais, permitindo que atuem de forma independente, o que aumenta a manobrabilidade da aeronave e facilita o controle em cenários dinâmicos.

Por fim, a metodologia proposta é validada por meio de simulações numéricas em diferentes trajetórias de referência, que envolvem cenários complexos como subida vertical, transição horizontal e voo espiral ascendente. A análise dos resultados permite avaliar a eficácia da abordagem adotada quanto à precisão de rastreamento e estabilidade do sistema.

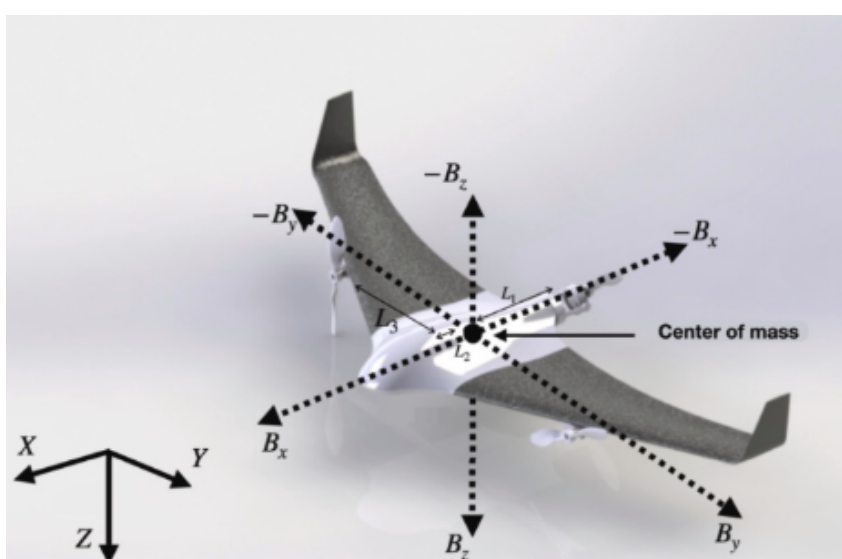


Figura 1 – Drone VTOL e distribuição dos eixos

3 METODOLOGIA

A metodologia adotada neste trabalho compreende três etapas principais: a modelagem dinâmica do sistema VTOL, o projeto de um controlador baseado em passividade (PBC) e o desenvolvimento de um algoritmo de alocação de controle para a implementação prática dos comandos de atuação.

3.0.1 MODELAGEM

Foi utilizado um modelo de 6 graus de liberdade (6-DOF), considerando translação e rotação do corpo rígido. A formulação segue o formalismo de Euler-Lagrange, incorporando forças aerodinâmicas, torques dos motores e efeitos de acoplamento entre eixos. O sistema inclui três motores com atuação independente, sendo dois frontais com ângulos desacoplados e um traseiro com dois graus de liberdade.

A estrutura da aeronave analisada apresenta três motores elétricos: dois frontais com ângulos de inclinação controláveis de forma independente, e um traseiro com dois graus de liberdade, permitindo inclinação tanto no plano vertical quanto no horizontal. Cada motor está acoplado a um servomotor responsável pela orientação do empuxo gerado. Essa configuração possibilita o controle total das forças e momentos no corpo da aeronave sem a necessidade de superfícies móveis convencionais, como profundores ou lemes.

A dinâmica completa do sistema é expressa de forma compacta através da formulação de Euler-Lagrange, resultando na seguinte equação matricial que descreve o movimento do corpo rígido:

$$\Delta \dot{\lambda} + C(\dot{\lambda})\dot{\lambda} + G(\lambda) = C_m + F_m \quad (3.1)$$

Onde o vetor de coordenadas generalizadas $\lambda = [\nu \ \rho]^T$ representa as posições e orientações do VANT, e cada termo da equação (3.1) possui um significado físico:

Δ é a matriz de inércia do sistema. Ela é uma matriz constante e simétrica que combina a massa do VANT (m) e seus momentos de inércia (I_{xx} , I_{yy} , I_{zz} , I_{xz}). Fisicamente, ela representa a resistência do corpo à aceleração, tanto linear quanto angular.

$C(\lambda)\dot{\lambda}$ é o vetor que agrupa as forças e torques de Coriolis e centrípetos. Este termo não é linear e descreve os complexos efeitos de acoplamento que surgem da interação entre a translação e a rotação do veículo. Suas componentes dependem das velocidades angulares do corpo.

$G(\lambda)$ é o vetor de forças gravitacionais. Ele representa o efeito do peso do VANT, projetado nos eixos do corpo da aeronave. Suas componentes variam de acordo com a orientação do veículo, ou seja, seus ângulos de inclinação (θ e ϕ).

$$\begin{aligned}
\Delta &= \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x & 0 & -I_{xz} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{xz} & 0 & I_z \end{bmatrix}; \\
C(\dot{\lambda}) &= \begin{bmatrix} 0 & -mr & mq & 0 & 0 & 0 \\ mr & 0 & -mp & 0 & 0 & 0 \\ -mq & mp & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{xz}q & -I_{yy}r & I_{zz}q \\ 0 & 0 & 0 & I_{xx}r + I_{xz}p & 0 & -I_{xz}r - I_{zz}p \\ 0 & 0 & 0 & -I_{xx}q & I_{yy}p & I_{xz}q \end{bmatrix}; \\
G(\lambda) &= \begin{bmatrix} -mg \sin \theta \\ mg \cos \theta \sin \phi \\ mg \cos \theta \cos \phi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad C_m = \begin{bmatrix} -D \\ N \\ -L \\ L_A \\ M_A \\ N_A \end{bmatrix}; \quad F_m = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

Figura 2 – Matrizes com formulação Euler-Lagrange

\mathbf{C}_m é o vetor das forças aerodinâmicas dissipativas. Ele inclui as forças de arrasto (*Drag*), sustentação (*Lift*) e a força lateral (*Side slide*), que são geradas pela interação da estrutura da aeronave com o ar.

\mathbf{F}_m é o vetor de forças e momentos de controle. Estes são os termos de atuação, gerados ativamente pelo empuxo e pela inclinação dos três motores do VANT, e representam as entradas de controle do sistema.

3.0.2 CONTROLE BASEADO EM PASSIVIDADE (PBC)

A abordagem PBC, apresentada na Figura 3, é utilizada por se adequar naturalmente a sistemas não lineares e por garantir estabilidade assintótica via moldagem da energia potencial e injeção de amortecimento.

A entrada de controle δ é dividida em duas componentes, conforme a equação 3.2:

$$\delta = \delta_{es} + \delta_{di} \quad (3.2)$$

A primeira, δ_{es} , denominada *energy shaping*, tem como objetivo moldar a energia potencial do sistema; a segunda, δ_{di} , ou *damping injection*, introduz dissipação artificial para garantir amortecimento e convergência. O resultado é um conjunto de seis comandos virtuais: três forças e três torques desejados sobre o corpo do veículo.

A derivação desta lei de controle parte da energia total do sistema, representada pelo

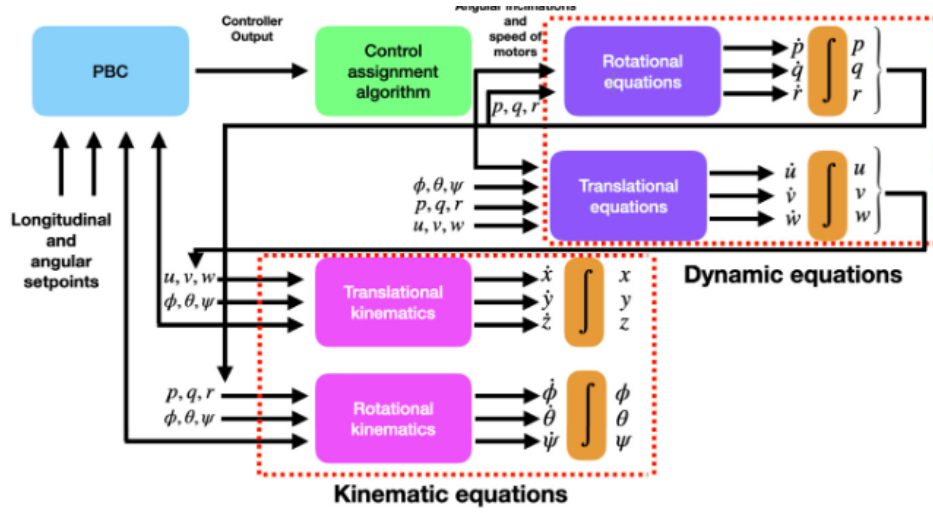


Figura 3 – Diagrama de blocos da estratégia de controle.

Hamiltoniano $H(\lambda, \dot{\lambda})$:

$$H(\lambda, \dot{\lambda}) = \frac{1}{2} \dot{\lambda}^T \Delta \dot{\lambda} + V(\lambda) \quad (3.3)$$

O objetivo fundamental do PBC é modificar este campo de energia para que o estado desejado do sistema, $\dot{\lambda}$, torne-se um mínimo atrativo e estável. Para isso, o controlador define um novo Hamiltoniano desejado, H_d , que é a soma da energia original do sistema, H , com uma energia adicional fornecida pelo controlador, H_a :

$$H_d(\lambda, \dot{\lambda}) = H(\lambda, \dot{\lambda}) + H_a(\lambda) \quad (3.4)$$

A energia H_a não é arbitrária. Ela é o resultado do trabalho realizado pela componente δ_{es} do controlador. O artigo relaciona o trabalho (integral da força δ_{es} pela velocidade $\dot{\lambda}$) com a energia injetada H_a através da seguinte equação integral:

$$-\int_0^t \delta_{es}^T \dot{\lambda}(\tau) d\tau = H_a(\lambda(t)) + k \quad (3.5)$$

Resolvendo estas relações para que o Hamiltoniano desejado H_d tenha um mínimo em $\dot{\lambda}$, chega-se à expressão para a componente de *energy shaping*. Este termo cancela a dinâmica da energia potencial original do sistema ($\nabla_{\lambda} H$) e introduz uma nova força restauradora, similar a uma "mola virtual", que atrai o sistema para o ponto de referência através do ganho proporcional K_p .

Apenas com o δ_{es} , o sistema seria atraído ao alvo, mas poderia oscilar em torno dele. Para garantir a convergência suave, a componente de *damping injection* é introduzida para adicionar dissipação ao sistema, funcionando como um "amortecedor virtual". Este termo é proporcional ao erro de velocidade através do ganho derivativo K_v , efetivamente removendo energia das oscilações.

As leis de controle resultantes são, portanto:

$$\delta_{es} = \nabla_{\lambda} H(\lambda, \dot{\lambda}) - K_p(\lambda - \lambda^*) \quad \text{e} \quad \delta_{di} = -K_v(\dot{\lambda} - \dot{\lambda}^*) \quad (3.6)$$

A soma de δ_{es} e δ_{di} forma a lei de controle completa, que garante a estabilidade e a convergência do sistema ao manipular sua estrutura energética.

3.0.3 ALOCAÇÃO DE CONTROLE

A lei de controle PBC calcula os esforços necessários para estabilizar a aeronave na forma de um vetor de comandos virtuais δ , composto por três forças (F_x , F_y , F_z) e três torques (M_x , M_y , M_z). No entanto, o VANT possui sete atuadores físicos: as três velocidades angulares dos motores (Ω_1 , Ω_2 , Ω_3) e os quatro ângulos de inclinação (θ_{m1} , θ_{m2} , θ_{m3} , ψ_{m1}).

Para traduzir os seis comandos virtuais do controlador para os sete sinais reais dos atuadores, é implementado um algoritmo de alocação de controle, conforme detalhado na Seção 3.1 do artigo. A função deste algoritmo é distribuir os esforços desejados de forma otimizada entre os motores.

A solução é obtida através de uma matriz de mistura, denominada Υ no artigo, que relaciona matematicamente as ações dos atuadores com as forças e torques resultantes. Esta matriz é construída a partir das equações de decomposição trigonométrica das forças e momentos gerados pelos motores.

Define-se um vetor de controle intermediário, u , que agrupa as componentes de força geradas pelos motores:

$$u = \begin{bmatrix} \Omega_1^2 \sin \theta_{m1} \\ \Omega_1^2 \cos \theta_{m1} \cos \psi_{m1} \\ \Omega_1^2 \cos \theta_{m1} \sin \psi_{m1} \\ \Omega_2^2 \sin \theta_{m2} \\ \Omega_2^2 \cos \theta_{m2} \\ \Omega_3^2 \sin \theta_{m3} \\ \Omega_3^2 \cos \theta_{m3} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

A relação entre os comandos virtuais $\delta = [F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z]^T$ e este vetor intermediário u é dada por:

$$\delta = \Upsilon u \quad (3.8)$$

$$\Upsilon = \begin{bmatrix} 0 & 0 & K_F & 0 & K_F & 0 & K_F \\ 0 & -K_F & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_F & 0 & 0 & -K_F & 0 & -K_F & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_3 K_F & 0 & -L_3 K_F & 0 \\ -L_1 K_F & 0 & 0 & L_2 K_F & 0 & L_2 K_F & 0 \\ K_M & -L_1 K_F & 0 & K_M & L_3 K_F & K_M & -L_3 K_F \end{bmatrix}.$$

Figura 4 – Matriz de mistura Υ

Onde Y (4) é a matriz de mistura 6×7 . Como o sistema é superatuado (possui mais atuadores do que os graus de liberdade a serem controlados), a inversa desta relação é calculada para encontrar o vetor u que produz os comandos δ desejados.

Uma vez que o vetor u é determinado, operações trigonométricas inversas são aplicadas para extrair os comandos finais para cada atuador. Para os motores $i \in \{2, 3\}$:

$$\theta_{m_i} = \arctan\left(\frac{u_{2i+1}}{u_{2i}}\right) \quad \text{e} \quad \Omega_i^2 = \sqrt{u_{2i}^2 + u_{2i+1}^2} \quad (3.9)$$

E para o motor traseiro $i=1$:

$$\psi_{m_1} = \arctan\left(\frac{u_2}{u_1}\right) \quad \text{e} \quad \theta_{m_1} = \arctan\left(\frac{u_3}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2}}\right) \quad (3.10)$$

Este método garante que os ângulos dos motores frontais sejam desacoplados, maximizando a manobrabilidade e permitindo transições de voo suaves e estáveis.

4 RESULTADOS

Para validar a eficácia do modelo matemático desenvolvido e do controlador, foram realizadas simulações numéricas considerando diferentes trajetórias de referência. As simulações foram implementadas com integração numérica pelo método de Euler, utilizando um passo de tempo de 0,0001 segundos. Os testes visam verificar o desempenho do sistema em situações que envolvem transições entre modos de voo, rastreamento de trajetórias complexas e controle de atitude e posição.

4.0.1 TRAJETÓRIA 1

Transição completa: decolagem vertical, voo horizontal e pouso. O controlador garantiu rastreamento preciso das posições x , y e z , com erros insignificantes nos ângulos de atitude. Os resultados podem ser observados nas Figuras 5 a 7.

$$\lambda_* = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}^T, & 0 < t < 5 \\ \begin{bmatrix} 45 & 0 & -5 \end{bmatrix}^T, & 5 \leq t < 15 \\ \begin{bmatrix} 45 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, & t \geq 15 \end{cases}$$

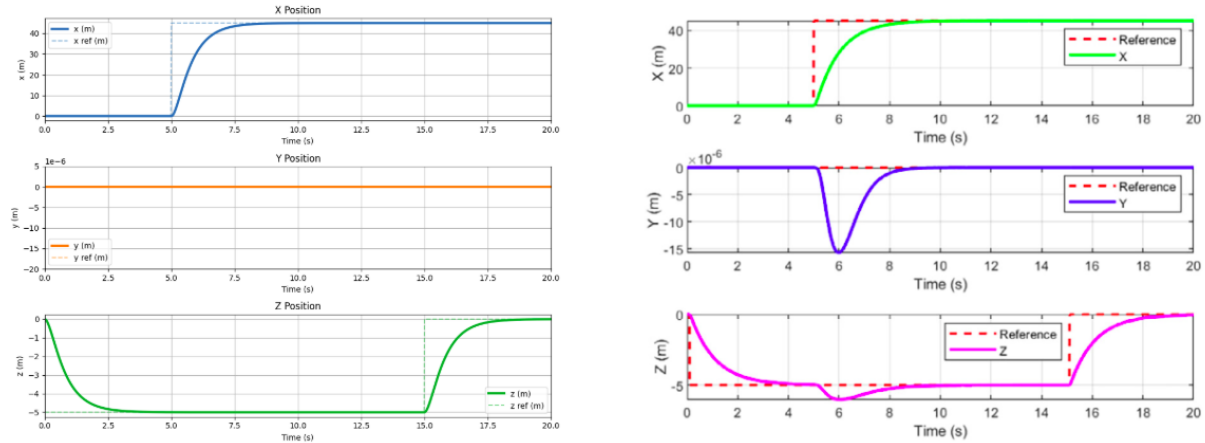


Figura 5 – Variações das posições em X, Y e Z. Testes(esquerda) e Artigo(direita).

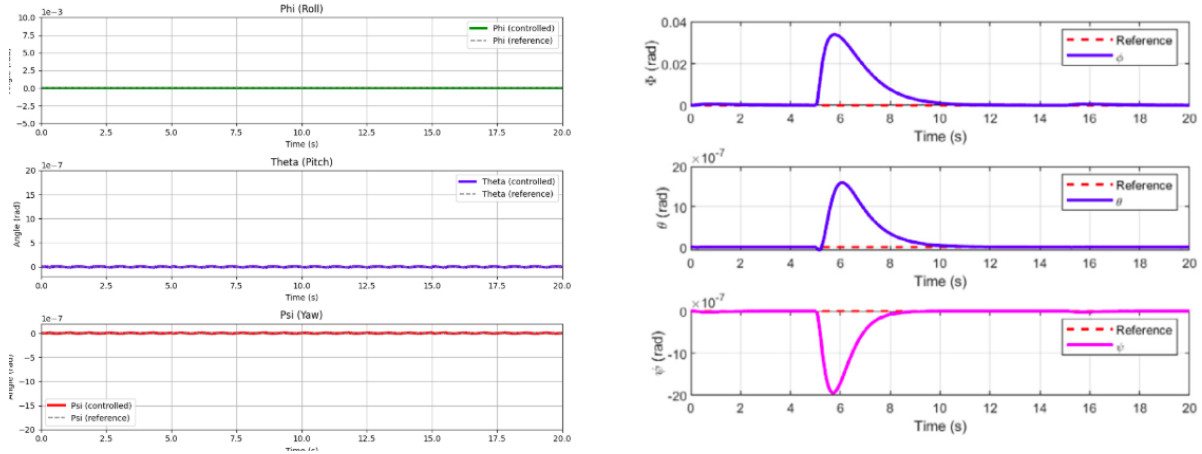


Figura 6 – Variações dos ângulos theta, psi e phi. Testes(esquerda) e Artigo(direita).

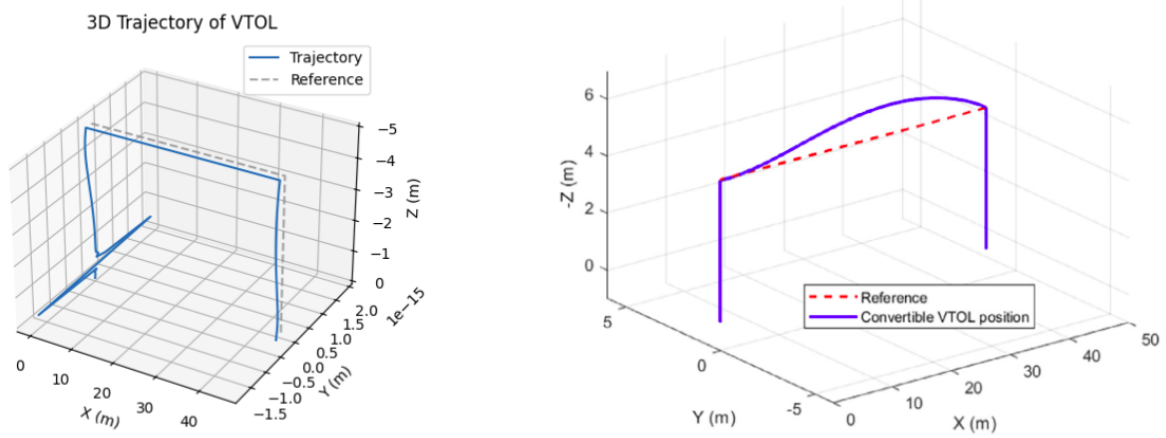


Figura 7 – Trajetórias. Testes(esquerda) e Artigo(direita).

4.0.2 TRAJETÓRIA 2

Deslocamento com referência senoidal em x e subida vertical. O sistema seguiu a trajetória com alta precisão, inclusive em transições de voo, mantendo ângulos de rotação próximos de zero. Os resultados podem ser observados nas Figuras 8 a 10.

$$\lambda_* = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}^T, & 0 < t < 3 \\ \begin{bmatrix} 2t & \sin(2t) & -5 \end{bmatrix}^T, & 3 \leq t < 15 \\ \begin{bmatrix} 2t & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, & 15 \leq t \leq 20 \end{cases}$$

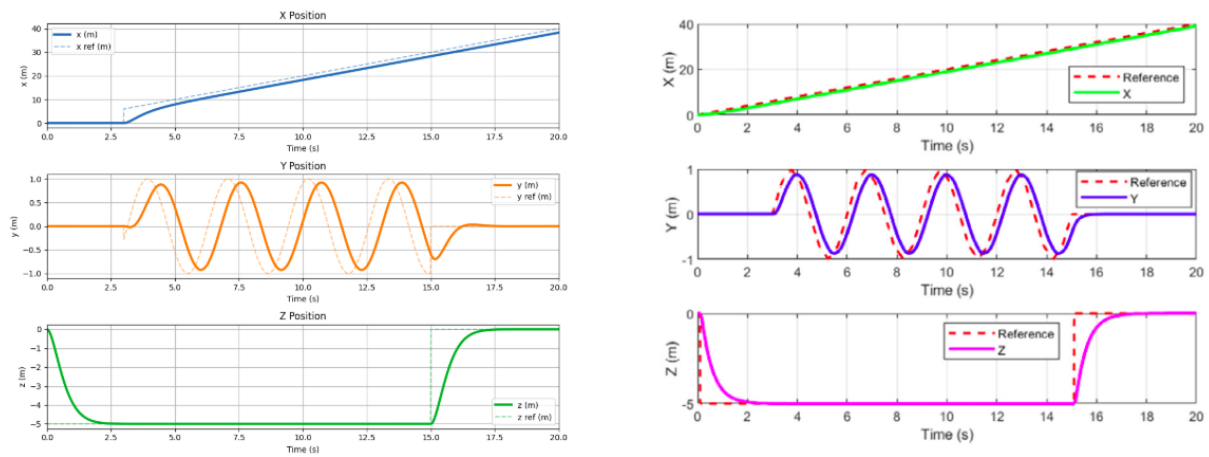


Figura 8 – Variações das posições em X, Y e Z. Testes(esquerda) e Artigo(direita).

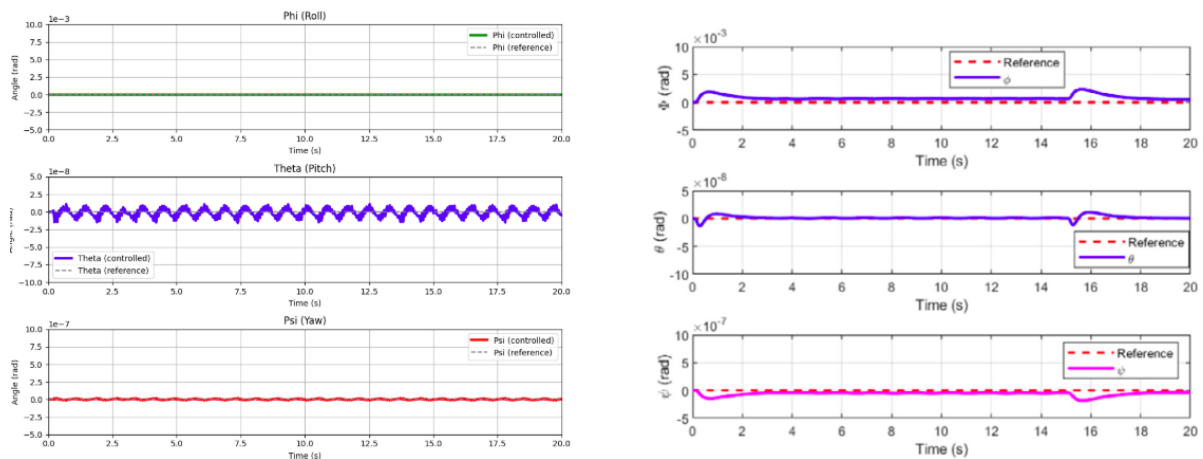


Figura 9 – Variações dos ângulos theta, psi e phi. Testes(esquerda) e Artigo(direita).

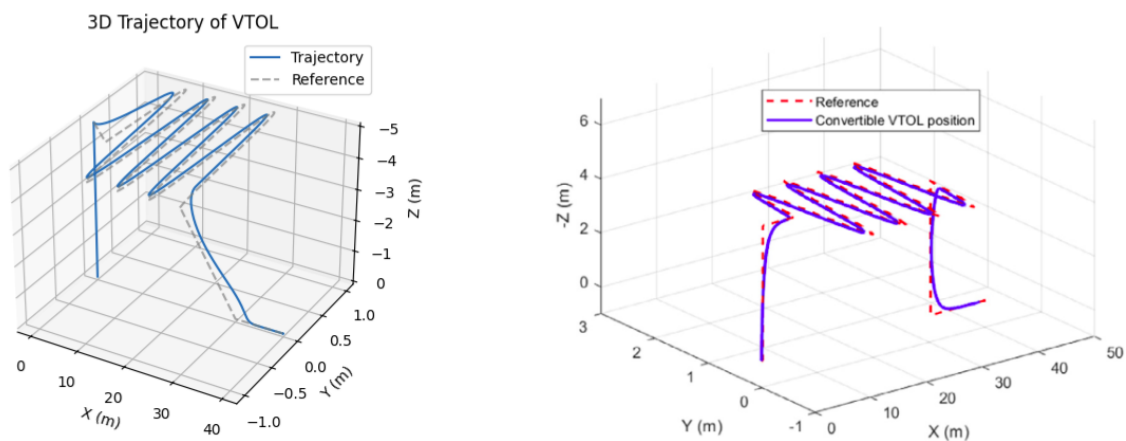


Figura 10 – Trajetórias. Testes(esquerda) e Artigo(direita).

4.0.3 TRAJETÓRIA 3

Espiral ascendente com referência tridimensional. O algoritmo demonstrou excelente capacidade de seguir a trajetória, mesmo com variações simultâneas em posição e orientação. Os resultados podem ser observados nas Figuras 11 a 13.

$$\lambda_* = \begin{bmatrix} 5 \cos(t) & 5 \sin(t) & t \end{bmatrix}^T, \quad 0 < t \leq 100$$

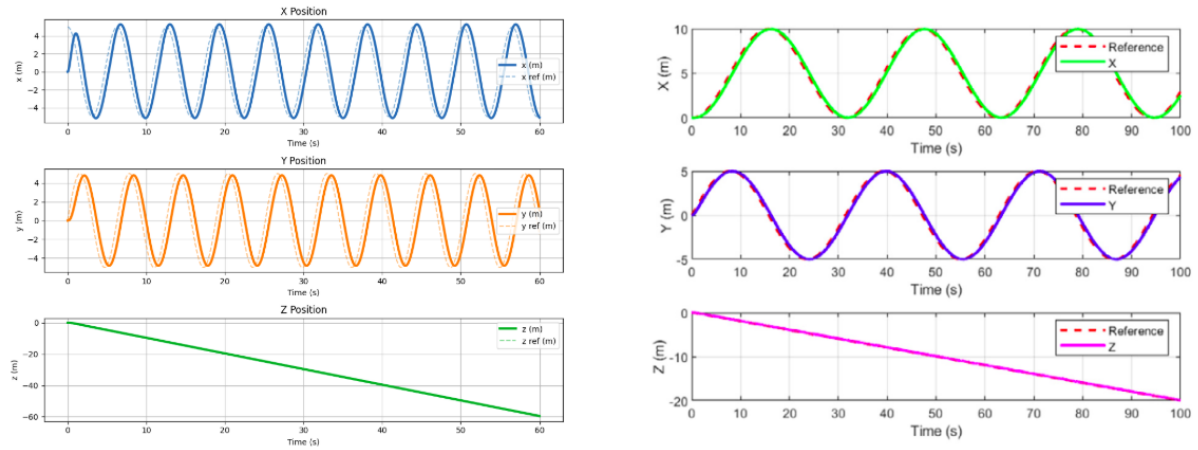


Figura 11 – Variações das posições em X, Y e Z. Testes(esquerda) e Artigo(direita).

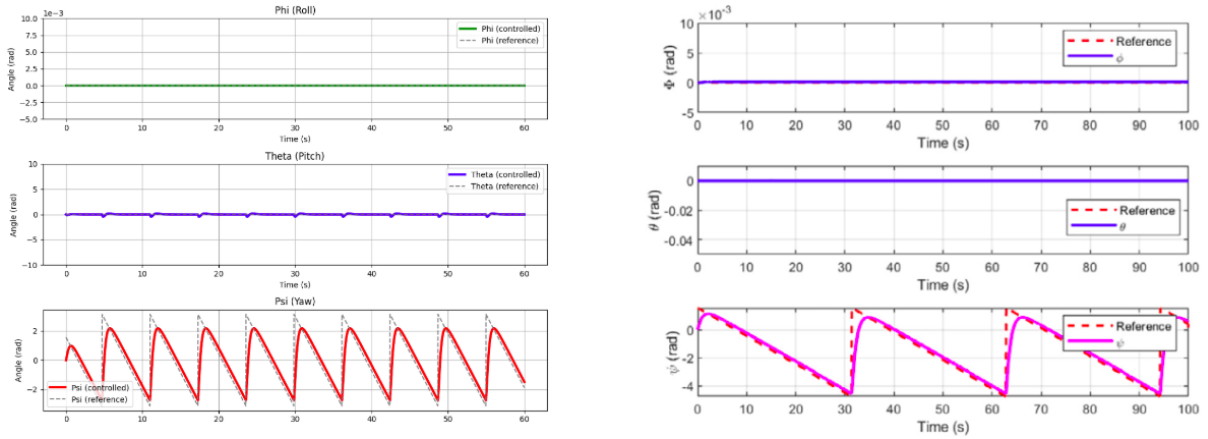


Figura 12 – Variações dos ângulos theta, psi e phi. Testes(esquerda) e Artigo(direita).

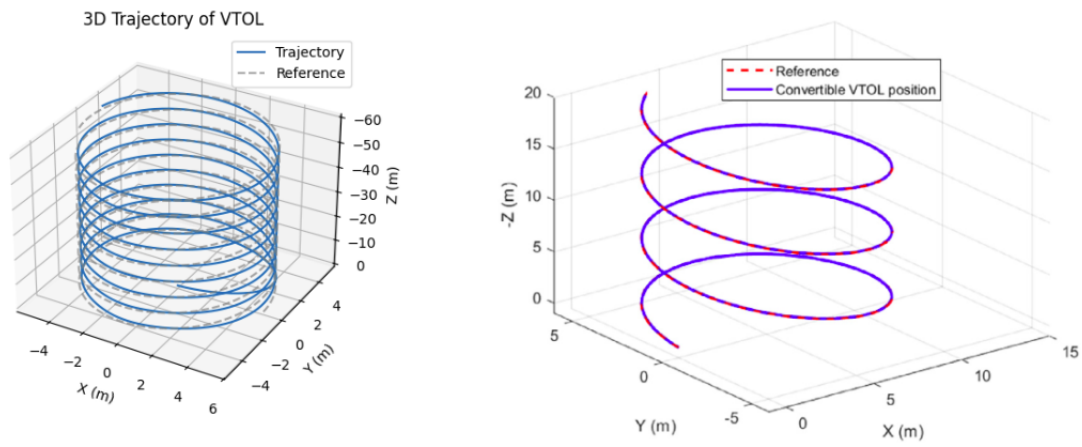


Figura 13 – Trajetórias. Testes(esquerda) e Artigo(direita).

5 CONCLUSÕES

O controlador baseado em passividade (PBC) apresentou bom desempenho em todas as simulações, permitindo transições suaves entre os modos de voo e rastreamento de trajetórias complexas. A modelagem completa e o algoritmo de alocação foram essenciais para desacoplar os comandos reais e garantir estabilidade do sistema.

REFERÊNCIAS

- 1 DURÁN-DELFÍN, J. et al. Modeling and passivity-based control for a convertible fixed-wing vtol. **Applied Mathematics and Computation**, Elsevier, v. 461, p. 128298, 2024.