

Entendendo Estatística Divertidamente

Profa. Adriana Silva

Seja bem vindX!!!

Câmera ligada e

Microfone mutado sempre
que não estiver falando

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese

- Teste de Hipótese para Média da População com Desvio Padrão da População Conhecido
- Teste de Hipótese para Média da População com Desvio Padrão da População Desconhecido

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido
Exercício

- Uma máquina para encher pacotes de café enche-os segundo uma distribuição Normal, com média $\mu = 500\text{g}$ e desvio padrão $\sigma = 20\text{g}$.
- Periodicamente é selecionada uma amostra de 30 pacotes e é verificado se a produção está sob controle, ou seja, se $\mu = 500\text{g}$ ou não.
- Considere 95% de confiança.



Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido
Exercício

- Interesse:
 - Verificar se a produção está sob controle.
 - Verificar se a média é 500g ou diferente de 500g.
 - Verificar se $\mu = 500$ g ou $\mu \neq 500$ g.

Então

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 500g \\ H_1 : \mu \neq 500g \end{cases}$$



Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido
Exercício

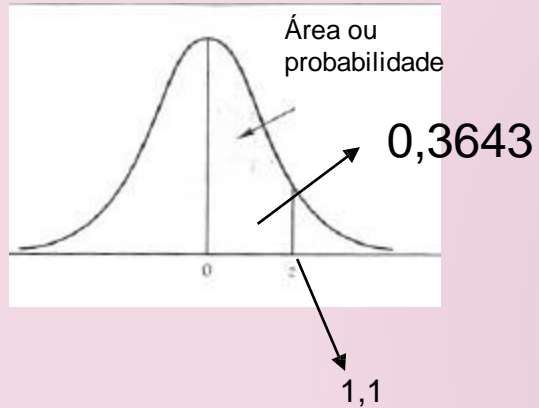
- Para se testar a hipótese de interesse o fabricante retirou uma amostra de 30 pacotes de café e obteve-se o peso médio dos pacotes.



$$\bar{x} = 525,8$$

Distribuições de Probabilidade

Normal



$$P(0 < Z < 1,1) = 0,3643$$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2518	0,2549
0,7	0,2580	0,2612	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4986	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990

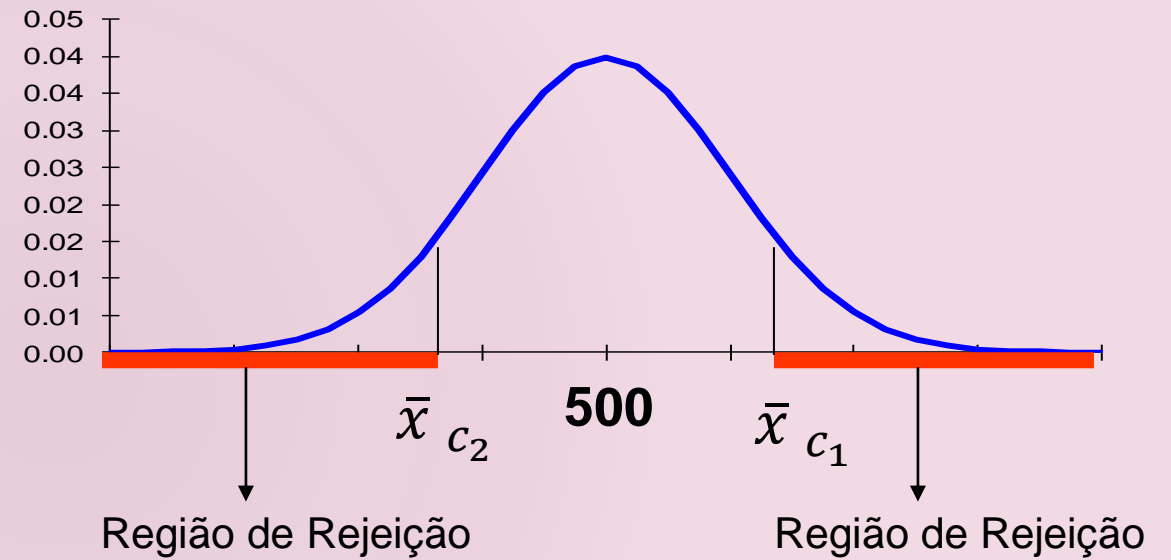
Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido

Exercício



- $$\begin{cases} H_0 : \mu = 500\text{g} \\ H_1 : \mu \neq 500\text{g} \end{cases}$$



- Caso a média da amostra seja superior a \bar{x}_{c_1} ou inferior a \bar{x}_{c_2} pode-se afirmar que **não** há evidências suficientes para aceitar H_0 , sendo assim assumimos que $\mu \neq 500$ g.

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido

- Deve-se calcular

$$\bar{x}_{c_1} = \mu + Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x}_{c_2} = \mu - Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

em que

σ é o desvio padrão da população;

n é o tamanho da amostra;

Z é um ponto da Distribuição Normal Padrão;

μ é o valor associado a hipótese que deseja-se testar;

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido
Exercício

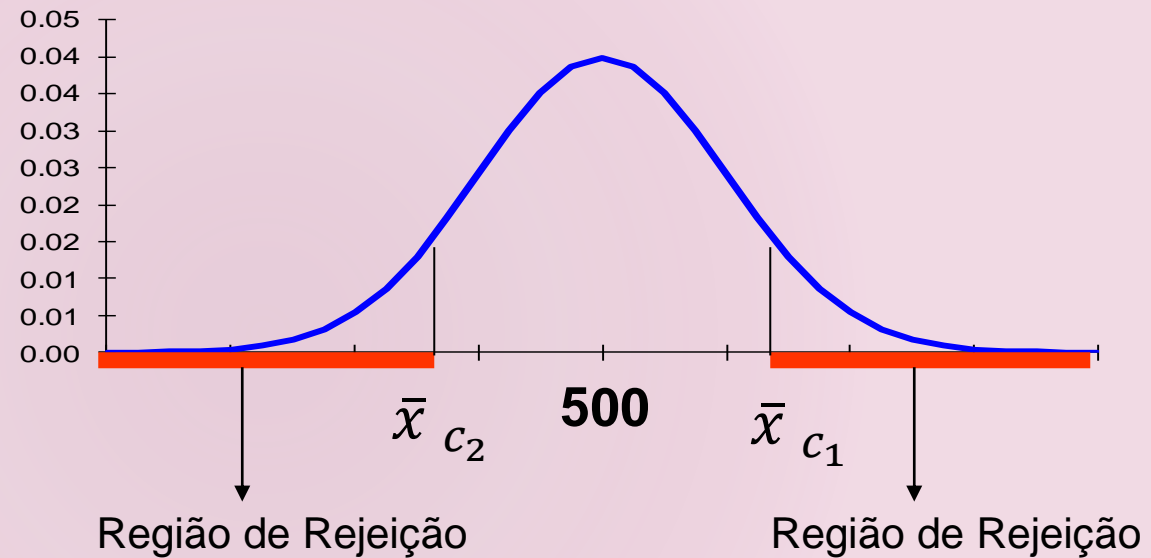


- $$\begin{cases} H_0 : \mu = 500g \\ H_1 : \mu \neq 500g \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sigma &= 20; \\ n &= 30; \\ \mu &= 500; \end{aligned}$$

$$\bar{x}_{c_1} = \mu + Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x}_{c_2} = \mu - Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido Exercício



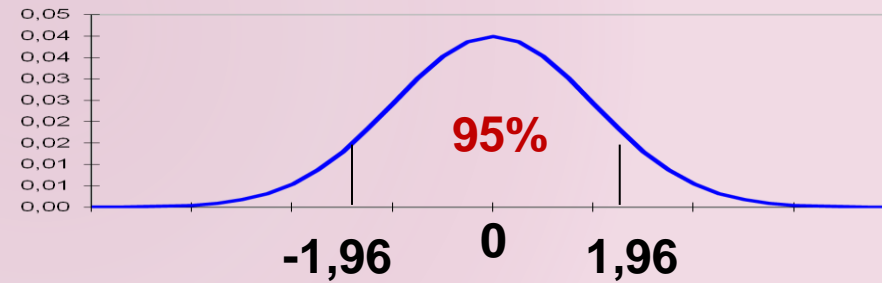
$$\bullet \begin{cases} H_0 : \mu = 500\text{g} \\ H_1 : \mu \neq 500\text{g} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sigma &= 20; \\ n &= 30; \\ \mu &= 500; \end{aligned}$$

$$\bar{x}_{c_1} = \mu + Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x}_{c_2} = \mu - Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Considerando 95% de confiança, temos que Z, dada a Tabela da Normal Padrão, é 1,96



Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido

Exercício

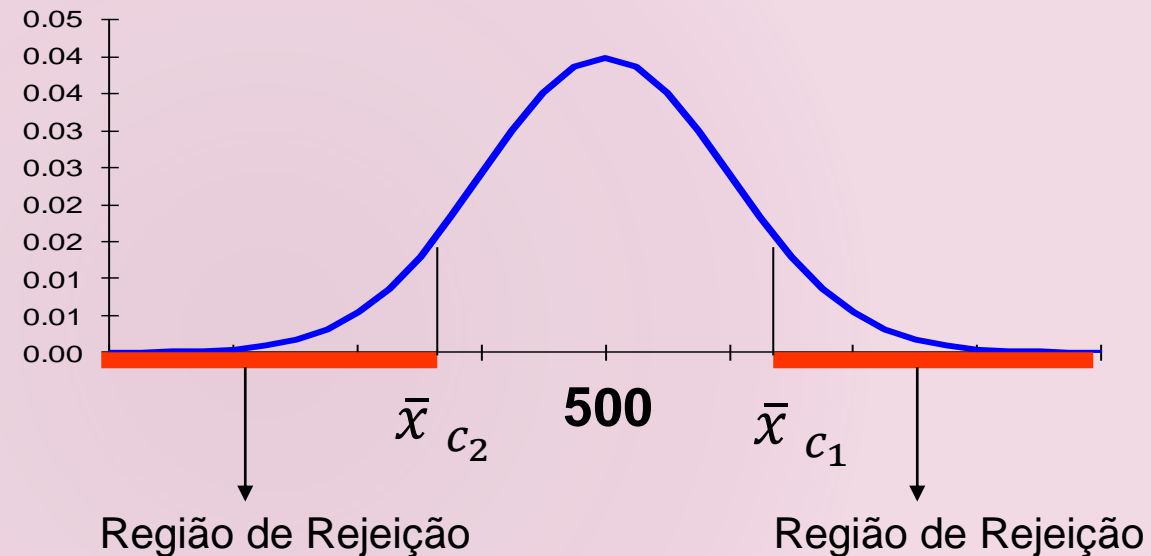


- $$\begin{cases} H_0 : \mu = 500g \\ H_1 : \mu \neq 500g \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sigma &= 20; \\ n &= 30; \\ \mu &= 500; \end{aligned}$$

$$Z = 1,96;$$

$$\begin{aligned} \bar{x}_{c_1} &= \mu + Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ \bar{x}_{c_2} &= \mu - Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \end{aligned}$$



$$\bar{x}_{c_1} = \mu + Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 500 + 1,96 \frac{20}{\sqrt{30}} = 500 + 7,15 = 507,15$$

$$\bar{x}_{c_2} = \mu - Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 500 - 7,15 = 492,84$$

Teste de Hipótese

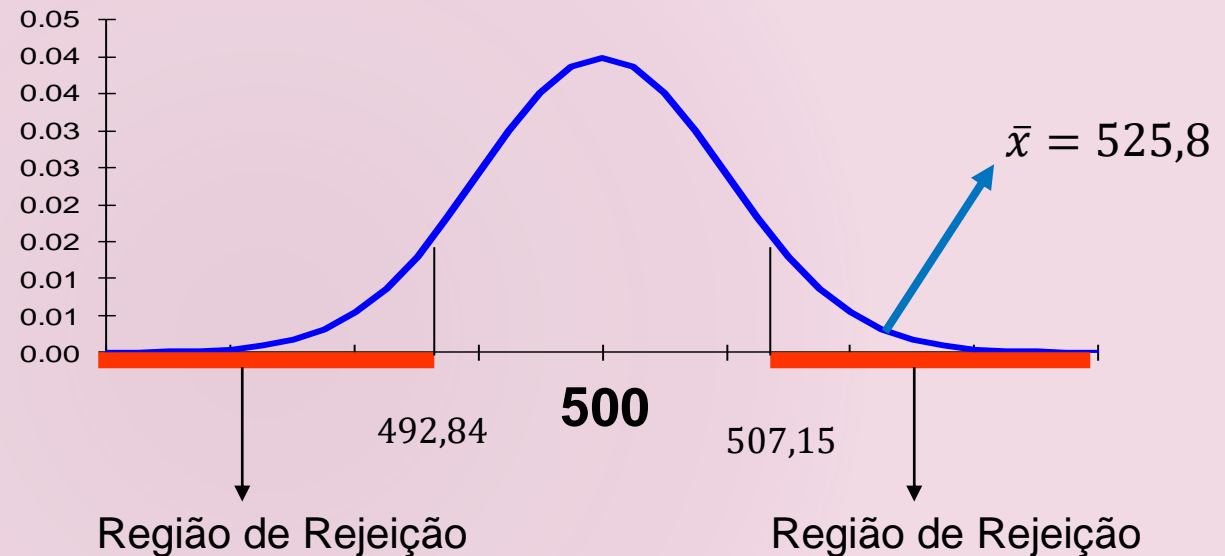
Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido Exercício



- $$\begin{cases} H_0 : \mu = 500g \\ H_1 : \mu \neq 500g \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sigma &= 20; \\ n &= 30; \\ \mu &= 500; \end{aligned}$$

$$Z = 1,96;$$



- Considere que na amostra de 30 pacotes obteve-se uma média amostral de 525,8 gramas.
- Como a média amostral é maior que 507,15, rejeitamos a hipótese nula, então $\mu \neq 500g$.

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido
Exercício



- $\begin{cases} H_0 : \mu = 500g \\ H_1 : \mu \neq 500g \end{cases}$

Calculando o p-valor temos:

$\sigma = 20;$
 $n = 30;$
 $\mu = 500;$
 $\bar{x} = 525,8;$
 $\alpha = 0,05;$

$Z = 1,96;$

$$\begin{aligned} 2 \times P(\bar{X} > 525,8) &= 2 \times P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} > \frac{525,8 - 500}{20/\sqrt{30}}\right) = \\ &= 2 \times P(Z > 7,88) = 2 \times (0,5 - P(0 < Z < 7,88)) = \\ &\cong 2 \times (0,5 - 0,49999) \cong 0,0001 \end{aligned}$$

Como p-valor menor que α então Rejeito H_0 .

Teste de Hipótese

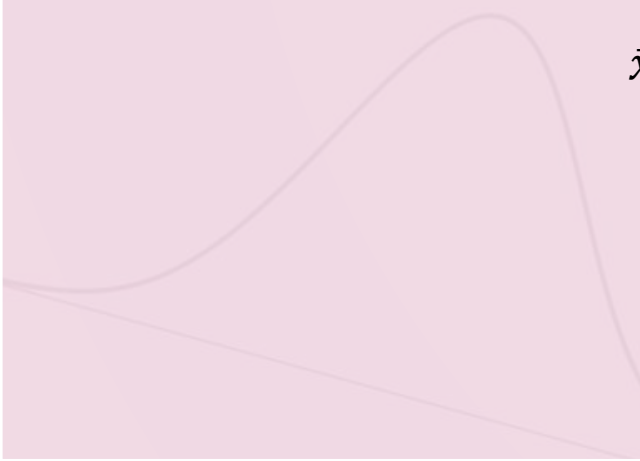
Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido
Exercício

- Uma instituição financeira deseja saber se o tempo médio dos clientes para serem atendidos em um caixa de uma agência bancária é 8 minutos ou diferente de 8 minutos. Considere uma amostra de 120 clientes. Sabe-se que o desvio padrão populacional é de 3 minutos e media populacional é de 8.
- Na amostra obteve-se um tempo médio de 9 minutos.
- Considere 99% de confiança.

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido Exercício

- Uma máquina para encher pacotes de areia enche-os segundo uma distribuição Normal, com média $\mu = 20$ kg e desvio padrão $\sigma = 2$ kg.
- Periodicamente é selecionada uma amostra de 50 pacotes e é verificado se estamos colocando mais areia do que o necessário.
- Considere 99% de confiança.


$$\bar{x} = 21,8$$



Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido
Exercício

- Interesse:
 - Verificar se a produção está colocando mais areia que deveria.
 - Verificar se a média é 20 kg ou se maior que 20 kg.
 - Verificar se $\mu = 20$ kg ou $\mu > 20$ kg.

Então

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 20 \text{ kg} \\ H_1 : \mu > 20 \text{ kg} \end{cases}$$

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido
Exercício

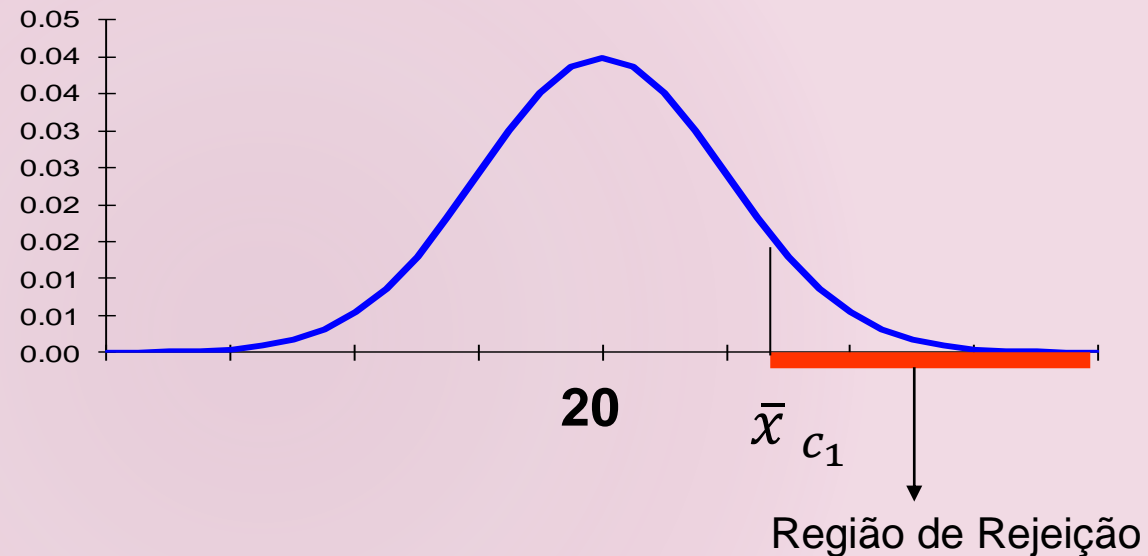
- Para se testar a hipótese de interesse o fabricante retirou uma amostra de 50 pacotes de areia e obteve-se o peso médio dos pacotes.

$$\bar{x} = 21,8$$

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido Exercício

- $$\begin{cases} H_0 : \mu = 20 \text{ kg} \\ H_1 : \mu > 20 \text{ kg} \end{cases}$$
 - Caso a média da amostra seja superior a \bar{x}_{c_1} pode-se afirmar que **não** há evidências suficientes para aceitar H_0 , sendo assim assumimos que $\mu > 20 \text{ kg}$.



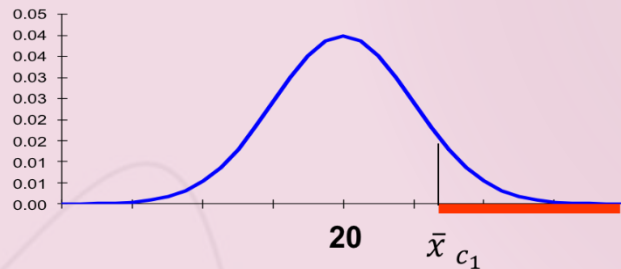
Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido
Exercício

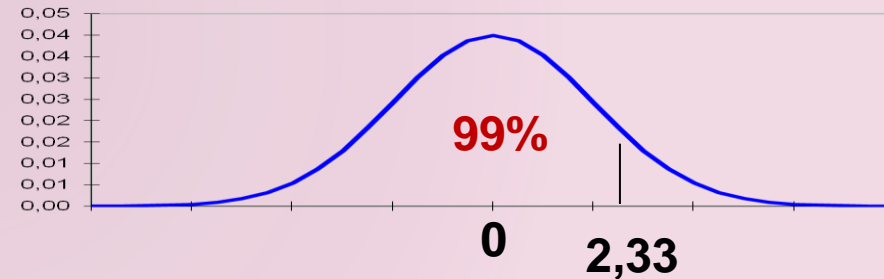
- $$\begin{cases} H_0 : \mu = 20 \text{ kg} \\ H_1 : \mu > 20 \text{ kg} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sigma &= 2; \\ n &= 50; \\ \mu &= 20; \end{aligned}$$

$$\bar{x}_{c_1} = \mu + Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



Considerando 99% de confiança, temos que Z, dada a Tabela da Normal Padrão



Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido

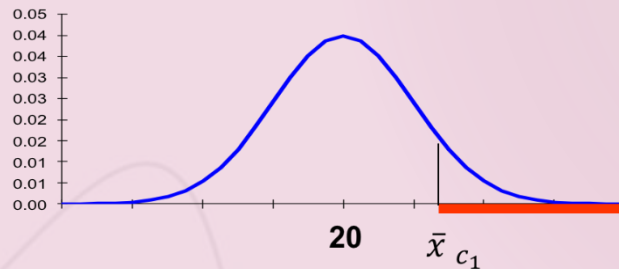
Exercício

- $$\begin{cases} H_0 : \mu = 20 \text{ kg} \\ H_1 : \mu > 20 \text{ kg} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sigma &= 2; \\ n &= 50; \\ \mu &= 20; \end{aligned}$$

$$\bar{x}_{c_1} = \mu + Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$Z = 2,33;$$



$$\bar{x}_{c_1} = \mu + Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 20 + 2,33 \frac{2}{\sqrt{50}} = 20 + 0,6590 = 20,6590$$

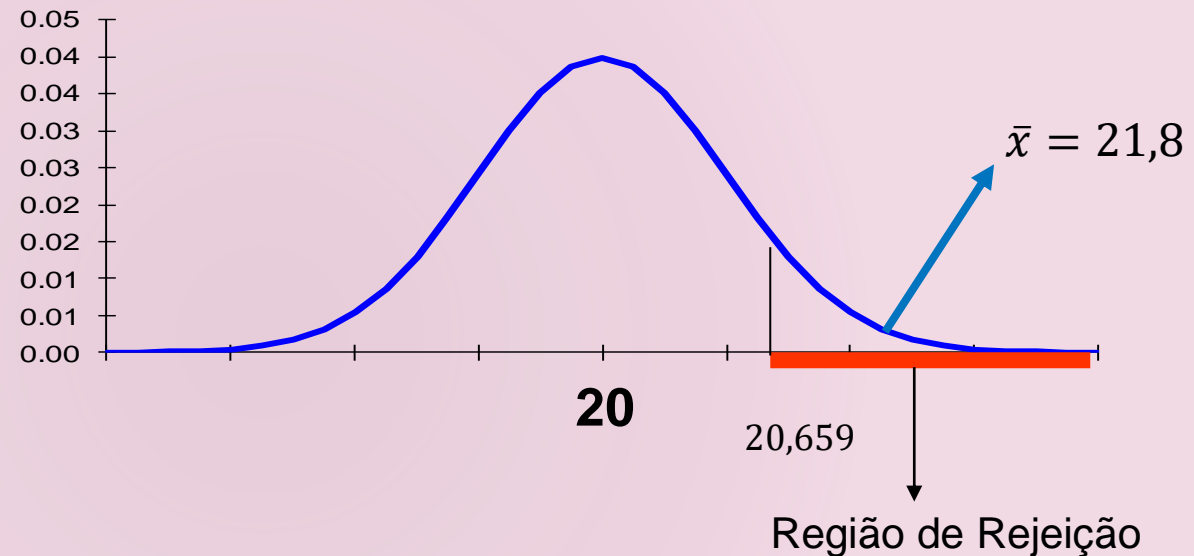
Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido Exercício

- $$\begin{cases} H_0 : \mu = 20 \text{ kg} \\ H_1 : \mu > 20 \text{ kg} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sigma &= 2; \\ n &= 50; \\ \mu &= 20; \end{aligned}$$

$$Z = 2,33;$$



Considere que na amostra de 50 pacotes obteve-se uma média amostral de 21,8 kg.

Como a média amostral é maior que 20,659, rejeitamos a hipótese nula, então $\mu > 20$ kg.

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido

Exercício

$\sigma = 2;$
 $n = 50;$
 $\mu = 20;$
 $\bar{x} = 21,8;$
 $\alpha = 0,01;$

$$\bullet \begin{cases} H_0 : \mu = 20 \\ H_1 : \mu > 20 \end{cases}$$

Calculando o p-valor temos:

$$P(\bar{X} > 21,8) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} > \frac{21,8 - 20}{2/\sqrt{50}}\right) =$$

$$= P(Z > 6,36) = 0,5 - P(0 < Z < 6,36) =$$

$$\cong 0,5 - 0,49999 \cong 0,00001$$

Como p-valor menor que α então Rejeito H_0 .

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido Exercício

- Uma instituição deseja saber se o tempo médio que os clientes levam para tirar suas dúvidas com o atendimento telefônico é de 15 minutos ou superior a 15 minutos. Considere uma amostra de 300 clientes. Sabe-se que o desvio padrão populacional é de 5 minutos com média de 15 minutos.
- Na amostra obteve-se um tempo médio de 17 minutos.
- Considere 90% de confiança.

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido Exercício

- Uma máquina para encher pacotes de M&M's enche-os segundo uma distribuição Normal, com média $\mu = 45$ g e desvio padrão $\sigma = 2$ g.
- Periodicamente é selecionada uma amostra de 80 pacotes e é verificado se estamos colocando menos M&M's do que o obrigatório.
- Considere 95% de confiança.



Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido

Exercício 14 em sala

- Interesse:
 - Verificar se a produção está colocando menos M&M's que o obrigatório.
 - Verificar se a média é 45 g ou se menor que 45 g.
 - Verificar se $\mu = 45$ g ou $\mu < 45$ g.

Então

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 45 \text{ g} \\ H_1 : \mu < 45 \text{ g} \end{cases}$$



Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido

Exercício 14 em sala

- Para se testar a hipótese de interesse o fabricante retirou uma amostra de 80 pacotes de M&M's e obteve-se o peso médio dos pacotes.

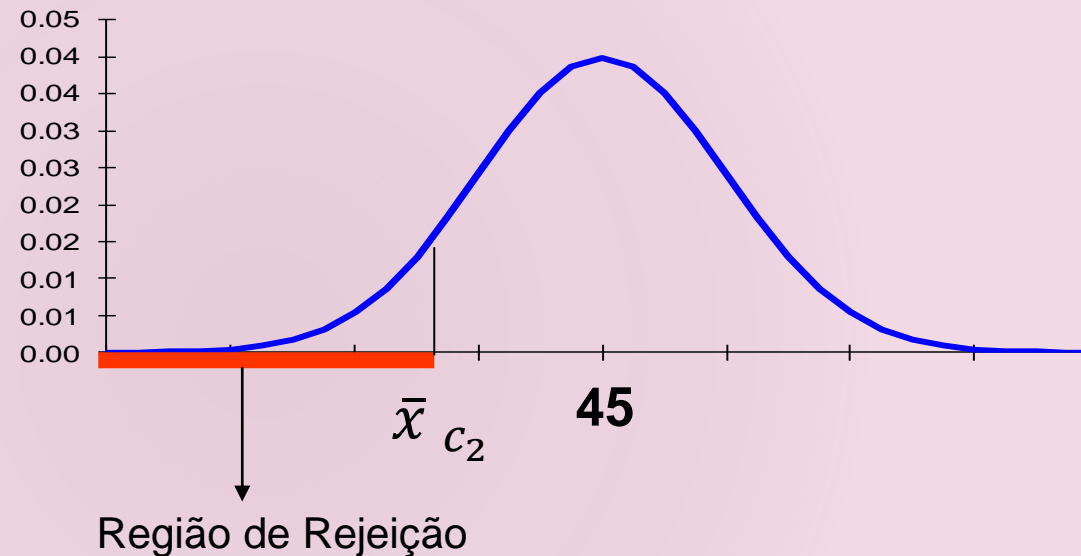


$$\bar{x} = 43,9$$

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido Exercício

- $$\begin{cases} H_0 : \mu = 45 \text{ g} \\ H_1 : \mu < 45 \text{ g} \end{cases}$$
 - Caso a média da amostra seja superior a \bar{x}_{c_2} pode-se afirmar que **não** há evidências suficientes para aceitar H_0 , sendo assim assumimos que $\mu < 45 \text{ g}$.



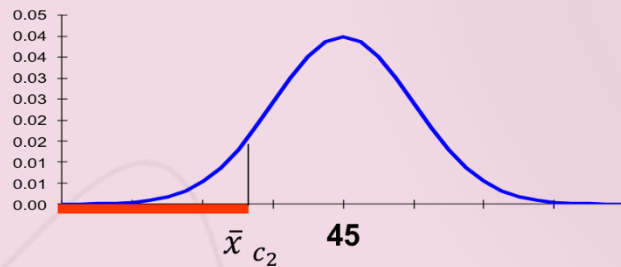
Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido
Exercício

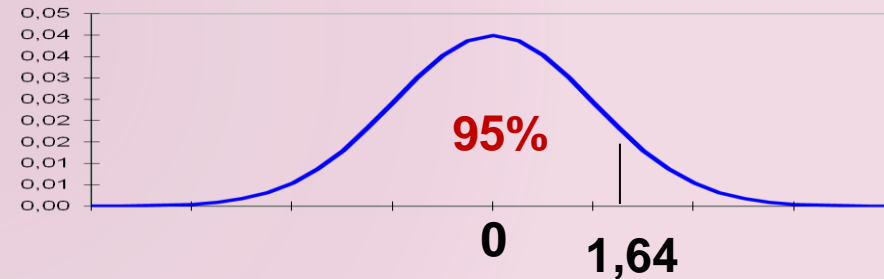
- $$\begin{cases} H_0 : \mu = 45 \text{ g} \\ H_1 : \mu < 45 \text{ g} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sigma &= 2; \\ n &= 80; \\ \mu &= 45; \end{aligned}$$

$$\bar{x}_{c_2} = \mu - Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



Considerando 95% de confiança, temos que Z, dada a Tabela da Normal Padrão



Teste de Hipótese

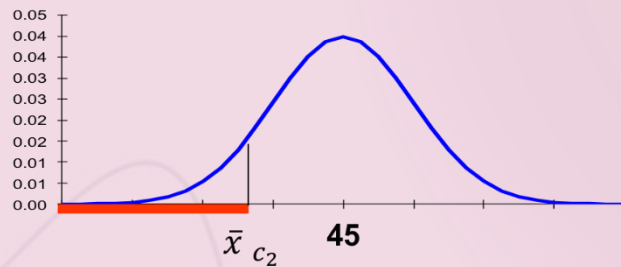
Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido
Exercício

- $$\begin{cases} H_0 : \mu = 45 \text{ g} \\ H_1 : \mu < 45 \text{ g} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sigma &= 2; \\ n &= 80; \\ \mu &= 45; \end{aligned}$$

$$\bar{x}_{c_2} = \mu - Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$Z = 1,64;$$



$$\bar{x}_{c_2} = \mu - Z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 45 - 1,64 \frac{2}{\sqrt{80}} = 45 - 0,3671 = 44,63$$

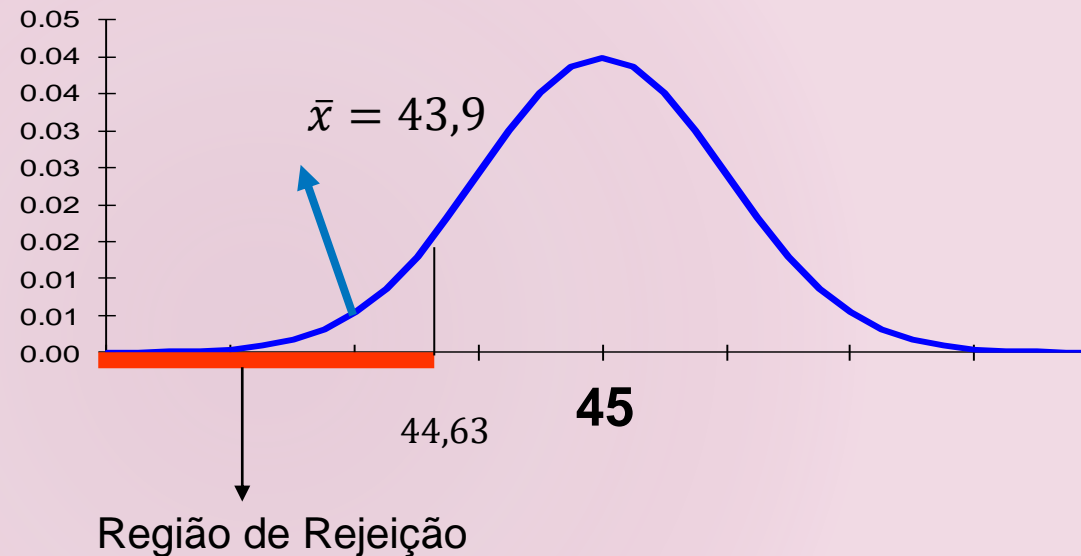
Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido Exercício

- $$\begin{cases} H_0 : \mu = 45 \text{ g} \\ H_1 : \mu < 45 \text{ g} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \sigma &= 20; \\ n &= 80; \\ \mu &= 45; \end{aligned}$$

$$Z = 1,64;$$



Considere que na amostra de 80 pacotes obteve-se uma média amostral de 43,9 g.

Como a média amostral é menor que 44,63, rejeitamos a hipótese nula, então $\mu < 45$ g.

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido

Exercício

$\sigma = 2;$
 $n = 80;$
 $\mu = 45;$
 $\bar{x} = 43,9;$
 $\alpha = 0,05;$

$Z = 1,64;$

$$\bullet \begin{cases} H_0 : \mu = 45g \\ H_1 : \mu < 45g \end{cases}$$

Calculando o p-valor temos:

$$P(\bar{X} < 43,9) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{43,9 - 45}{2/\sqrt{80}}\right) =$$

$$= P(Z < -4,91) = 0,5 - P(0 < Z < 4,91) =$$

$$\cong 0,5 - 0,4999 \cong 0,0001$$

Como p-valor menor que α então Rejeito H_0 .

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido Exercício

- Uma empresa deseja saber se o número médio mensal de reclamações vem de 8.500 clientes ou vem de menos que 8.500 clientes. Sabe-se que o desvio padrão populacional é de 600 clientes com média de 8.500.
- Considere uma amostra de 350 clientes.
- Na amostra obteve-se um número médio mensal de reclamações de 8.400.
- Considere 90% de confiança.

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese

- Teste de Hipótese para Média da População com Desvio Padrão da População Conhecido
- Teste de Hipótese para Média da População com Desvio Padrão da População Desconhecido

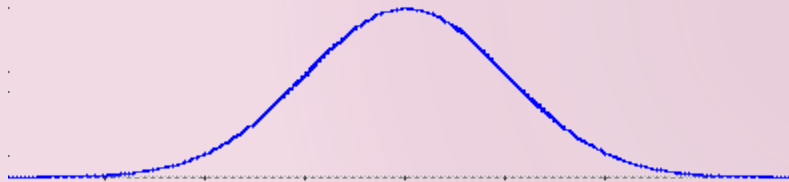


Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional desconhecido

- Quando a variância populacional é estimada pela variância amostral a média amostral possui **Distribuição t de Student**.

Distribuição t de Student



Distribuição de \bar{X}

$$E(\bar{X}) = \mu$$

$$\text{VAR}(\bar{X}) = \frac{s^2}{n}$$

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional desconhecido

Exercício

- Um gerente deseja saber se, em media, seus clientes gastam R\$ 500,00 ou um valor diferente de R\$ 500,00.
- Para se testar a hipótese de interesse o gerente retirou uma amostra de 31 clientes e obteve:

$$\bar{x} = R\$ 508 \text{ e } S = R\$ 15$$

Como neste caso o desvio padrão populacional não é conhecido e deve ser estimado considerando os dados da amostra para obter a região crítica deve-se considerar a Distribuição t de Student e não a Distribuição Normal.



Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional desconhecido

- Interesse:

Exercício

- Verificar se os clientes gastam R\$500.
- Verificar se a média é R\$ 500 ou diferente de R\$ 500.
- Verificar se $\mu = \text{R\$ } 500$ ou $\mu \neq \text{R\$ } 500$.

Então

$$\begin{cases} H_0 : \mu = \text{R\$ } 500 \\ H_1 : \mu \neq \text{R\$ } 500 \end{cases}$$

Teste de Hipótese

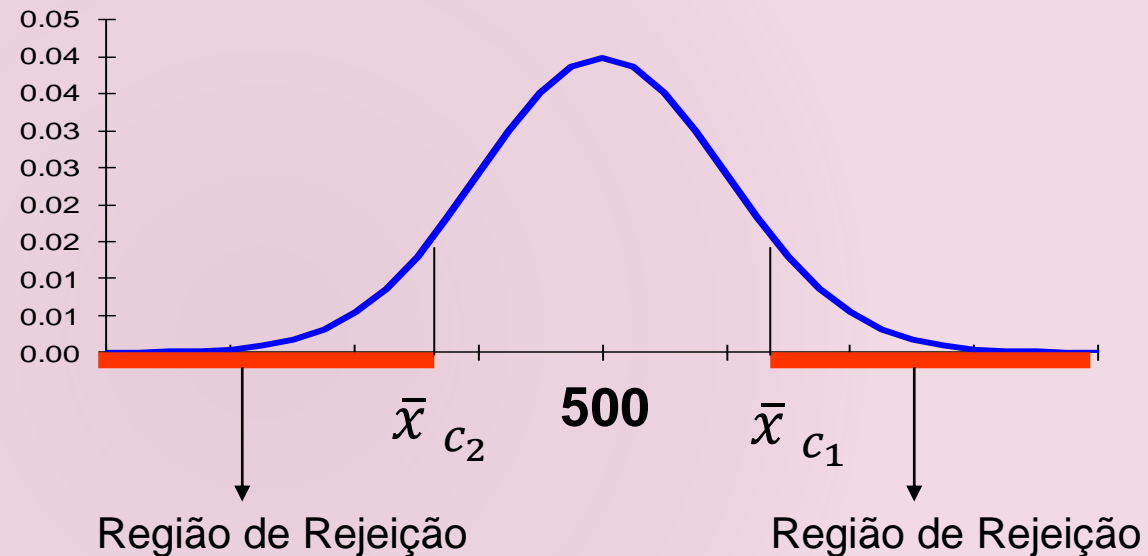
Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional desconhecido

- $$\begin{cases} H_0 : \mu = \text{R\$ } 500 \\ H_1 : \mu \neq \text{R\$ } 500 \end{cases}$$

Caso a média da amostra seja superior a \bar{x}_{c_1} ou inferior a \bar{x}_{c_2} pode-se afirmar que **não** há evidência suficientes para aceitar H_0 , sendo assim assumimos que $\mu \neq \text{R\$ } 500$.

Exercício

Distribuição t de Student com parâmetro n-1



Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional desconhecido

- Deve-se calcular

$$\bar{x}_{c_1} = \mu + t \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x}_{c_2} = \mu - t \frac{S}{\sqrt{n}}$$

em que

S é o desvio padrão da amostra;

n é o tamanho da amostra;

t é um ponto da Distribuição t de Student;

μ é o valor associado a hipótese que deseja-se testar;

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional desconhecido

Exercício

- $$\begin{cases} H_0 : \mu = \text{R\$ } 500 \\ H_1 : \mu \neq \text{R\$ } 500 \end{cases}$$

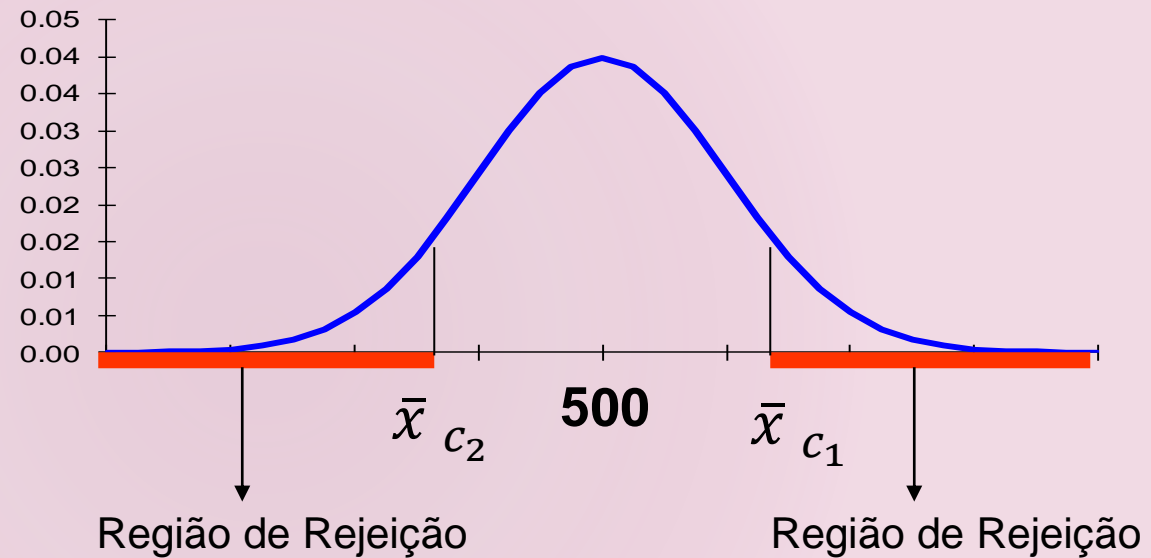
$$\begin{aligned} n &= 31; \\ \mu &= 500; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= 508; \\ S &= 15; \end{aligned}$$

$$\bar{x}_{c_1} = \mu + t \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x}_{c_2} = \mu - t \frac{S}{\sqrt{n}}$$

Distribuição t de Student com parâmetro n-1



Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional desconhecido

Exercício

- $$\begin{cases} H_0 : \mu = \text{R\$ } 500 \\ H_1 : \mu \neq \text{R\$ } 500 \end{cases}$$

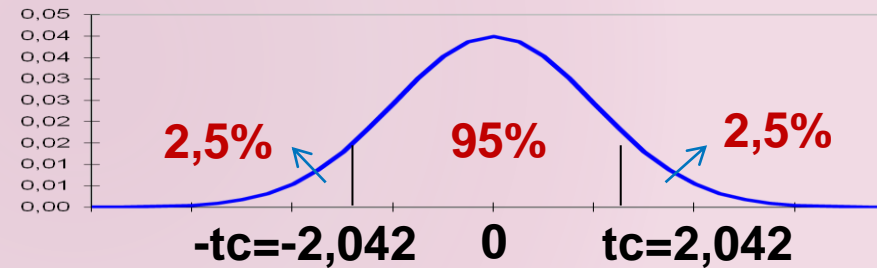
$$\begin{aligned} n &= 31; \\ \mu &= 500; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= 508; \\ S &= 15; \end{aligned}$$

$$\bar{x}_{c_1} = \mu + t \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x}_{c_2} = \mu - t \frac{S}{\sqrt{n}}$$

Considerando 95% de confiança, temos que t, dada a Tabela da distribuição t de Student



Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional desconhecido

Exercício

- $$\begin{cases} H_0 : \mu = 500g \\ H_1 : \mu \neq 500g \end{cases}$$

$$\begin{aligned} n &= 31; \\ \mu &= 500; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= 508; \\ S &= 15; \end{aligned}$$

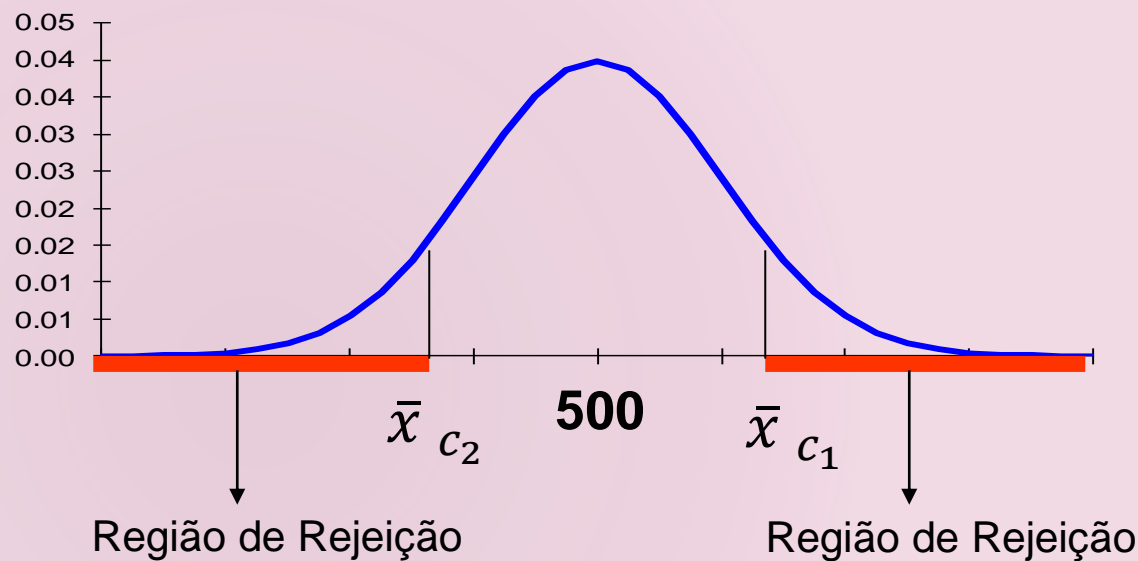
$$t = 2,042;$$

$$\bar{x}_{c_1} = \mu + t \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x}_{c_2} = \mu - t \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x}_{c_1} = \mu + t \frac{S}{\sqrt{n}} = 500 + 2,042 \frac{15}{\sqrt{31}} = 500 + 5,50 = 505.5$$

$$\bar{x}_{c_2} = \mu - t \frac{S}{\sqrt{n}} = 500 - 5,50 = 494,5$$



Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional desconhecido Exercício

- $$\begin{cases} H_0 : \mu = 500\text{g} \\ H_1 : \mu \neq 500\text{g} \end{cases}$$

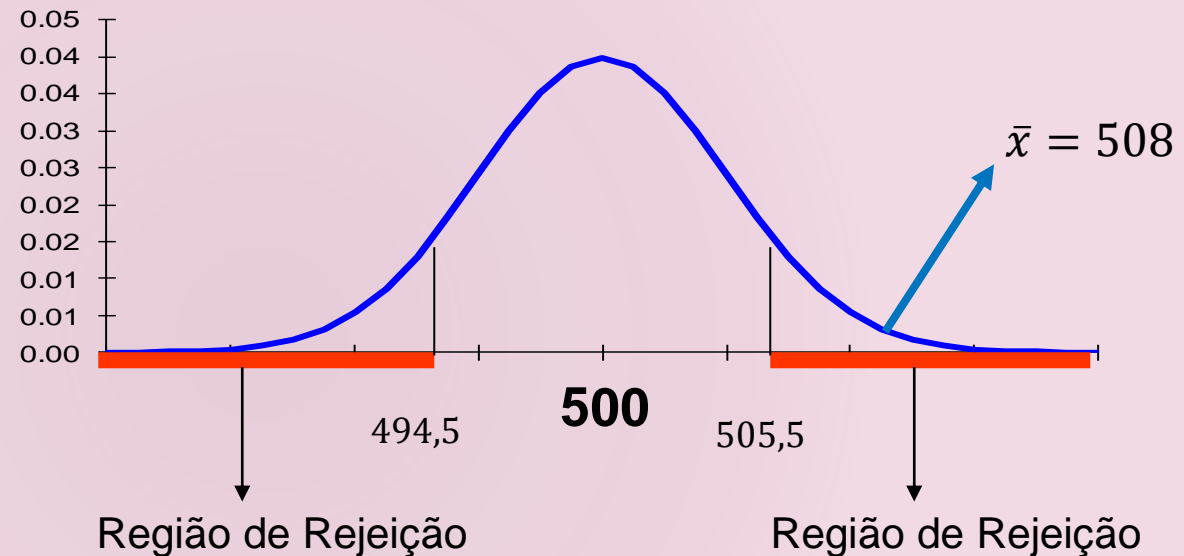
$$\begin{aligned} n &= 35; \\ \mu &= 500; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= 508; \\ S &= 15; \end{aligned}$$

$$t = 2,042;$$

$$\bar{x}_{c_1} = \mu + t \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x}_{c_2} = \mu - t \frac{S}{\sqrt{n}}$$



- Considere que na amostra de 31 clientes obteve-se uma média de gastos amostral de R\$ 508.
- Como a média amostral é maior que 505,5, rejeitamos a hipótese nula, então $\mu \neq \text{R\$ } 500$.

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido

Exercício

- $$\begin{cases} H_0 : \mu = 500 \\ H_1 : \mu \neq 500 \end{cases}$$

Calculando o p-valor temos:

$$P(\bar{X} > 508) = 2 \times P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} > \frac{508 - 500}{15/\sqrt{31}}\right) =$$

$$= 2 \times P(t_{(30)} > 2,96) \cong 2 \times 0,005 \cong$$

$$\cong 0,01$$

Como p-valor menor que α então Rejeito H_0 .

$$\begin{aligned} s &= 15; \\ n &= 31; \\ \bar{x} &= 508; \\ \alpha &= 0,05; \end{aligned}$$

$$t = 2,042;$$

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional desconhecido Exercício

- Considere um gerente deseja testar se em média seus clientes aplicam R\$ 50.000 ou um valor médio diferente de R\$ 50.000.
- Para se testar a hipótese de interesse retirou-se uma amostra de 61 clientes e obteve-se uma média de R\$ 49.500 com um desvio padrão amostral de R\$ 1.000.
- Considere 95% de confiança.

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional desconhecido
Exercício

- Um gerente deseja saber se, em media, seus clientes gastam R\$ 500,00 ou mais de R\$ 500,00.
- Para se testar a hipótese de interesse o gerente retirou uma amostra de 31 clientes e obteve:

$$\bar{x} = R\$ 508 \text{ e } S = R\$ 15$$

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional desconhecido

Exercício

- Interesse:
 - Verificar se a média é R\$ 500 ou mais de R\$ 500.
 - Verificar se $\mu = \text{R\$ } 500$ ou $\mu > \text{R\$ } 500$.

Então

$$\begin{cases} H_0 : \mu = \text{R\$ } 500 \\ H_1 : \mu > \text{R\$ } 500 \end{cases}$$

Teste de Hipótese

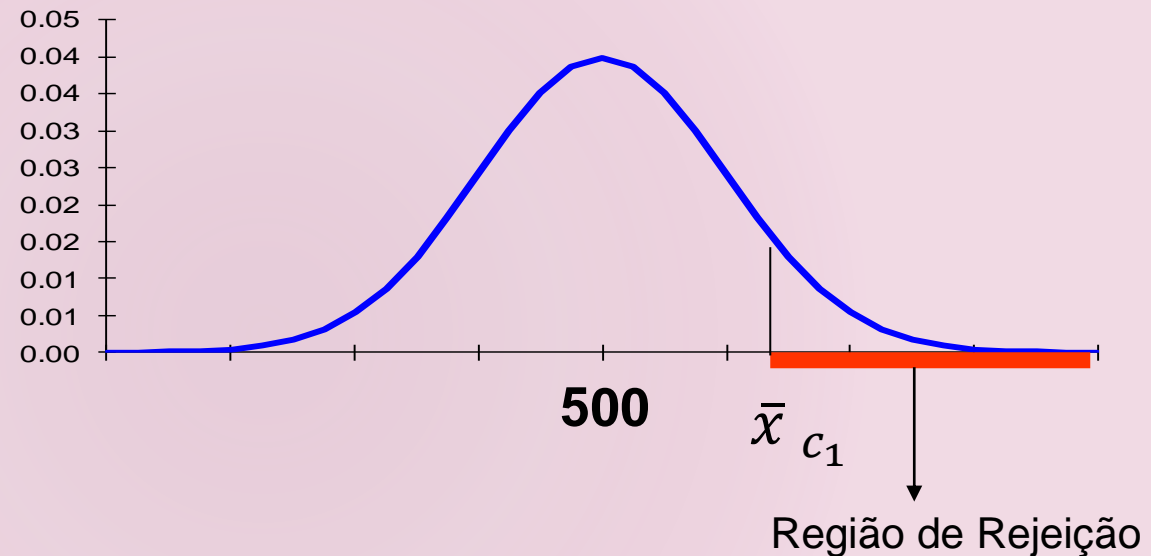
Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional desconhecido

Exercício

Distribuição t de Student com parâmetro n-1

- $$\begin{cases} H_0 : \mu = \text{R\$ } 500 \\ H_1 : \mu > \text{R\$ } 500 \end{cases}$$

Caso a média da amostra seja superior a \bar{x}_{c_1} pode-se afirmar que **não** há evidência suficientes para aceitar H_0 , sendo assim assumimos que $\mu > \text{R\$ } 500$.



Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional desconhecido
Exercício

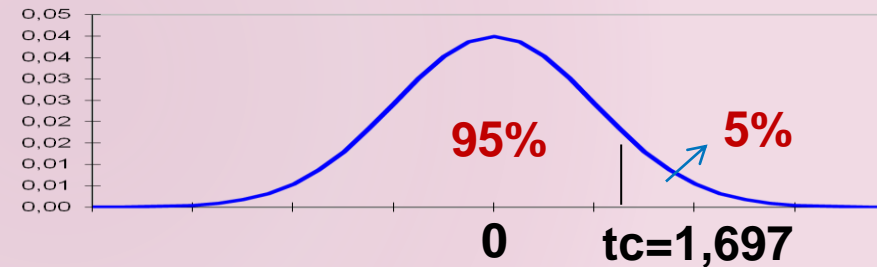
- $$\begin{cases} H_0 : \mu = \text{R\$ } 500 \\ H_1 : \mu > \text{R\$ } 500 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} n &= 31; \\ \mu &= 500; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= 508; \\ S &= 15; \end{aligned}$$

$$\bar{x}_{c_1} = \mu + t \frac{S}{\sqrt{n}}$$

Considerando 95% de confiança, temos que t , dada a Tabela da distribuição t de Student, é



Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional desconhecido
Exercício

- $$\begin{cases} H_0 : \mu = 500\text{g} \\ H_1 : \mu > 500\text{g} \end{cases}$$

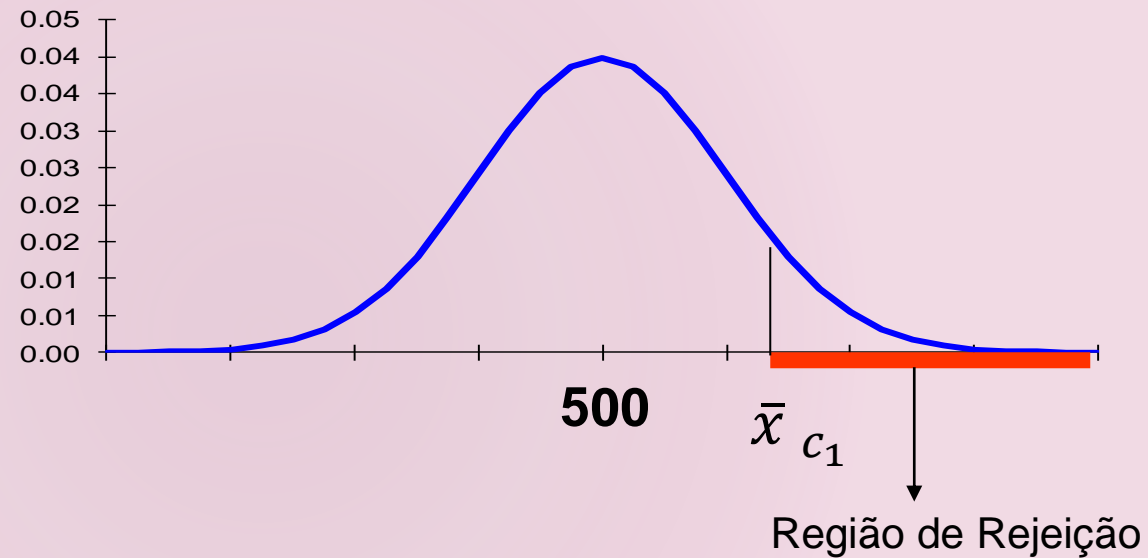
$$\begin{aligned} n &= 31; \\ \mu &= 500; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= 508; \\ S &= 15; \end{aligned}$$

$$t = 1,697;$$

$$\bar{x}_{c_1} = \mu + t \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{x}_{c_1} = \mu + t \frac{S}{\sqrt{n}} = 500 + 1,697 \frac{15}{\sqrt{31}} = 500 + 4,57 = 504,57$$



Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional desconhecido Exercício

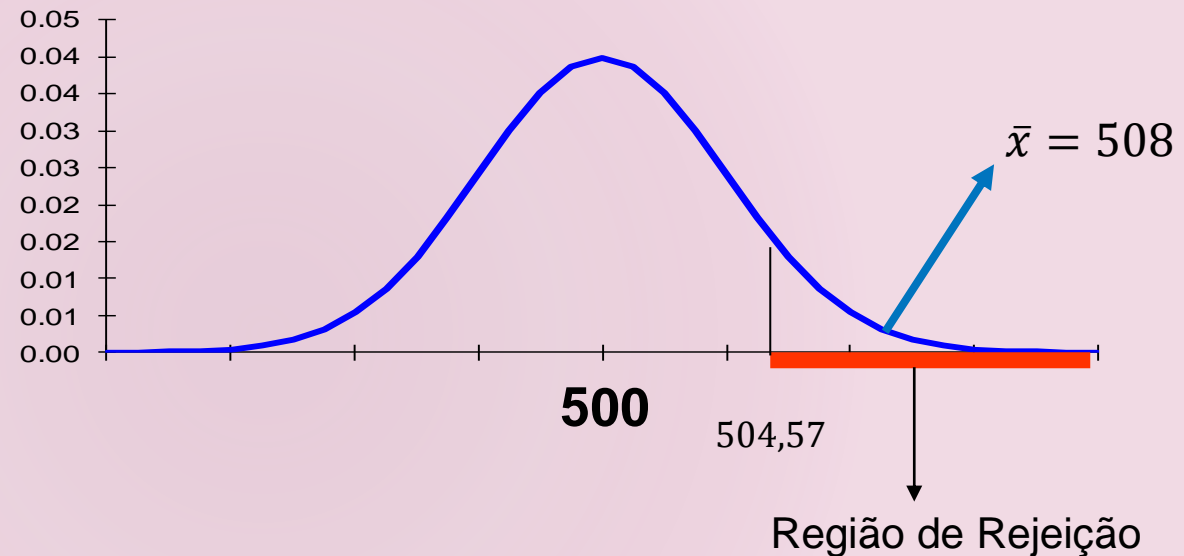
- $$\begin{cases} H_0 : \mu = 500g \\ H_1 : \mu > 500g \end{cases}$$

$$\begin{aligned} n &= 35; \\ \mu &= 500; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= 508; \\ S &= 15; \end{aligned}$$

$$t = 1,697;$$

$$\bar{x}_{c_1} = \mu + t \frac{S}{\sqrt{n}}$$



- Considere que na amostra de 31 clientes obteve-se uma média de gastos amostral de R\$ 508.
- Como a média amostral é maior que 504,57, rejeitamos a hipótese nula, então $\mu > \text{R\$ } 500$.

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido

Exercício

$s = 15;$
 $n = 31;$
 $\bar{x} = 508;$
 $\alpha = 0,05;$

- $\begin{cases} H_0 : \mu = 500 \\ H_1 : \mu > 500 \end{cases}$

Calculando o p-valor temos:

$$P(\bar{X} > 508) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} > \frac{508 - 500}{15/\sqrt{31}}\right) =$$

$$= P(t_{(30)} > 2,96) \cong 0,005$$

Como p-valor menor que α então Rejeito H_0 .

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional desconhecido - Exercício

- Considere um gerente deseja testar se os valores de empréstimo para PF (pessoa física) possuem média de R\$ 50.000 ou possuem média superior a R\$ 50.000.
- Para se testar a hipótese de interesse retirou-se uma amostra de 121 clientes PF e obteve-se uma média de R\$ 50.800 com um desvio padrão de R\$ 2.000.
- Considere 95% de confiança.

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional desconhecido

Exercício

- Um gerente deseja saber se, em media, seus clientes gastam R\$ 500,00 ou um valor menor que R\$ 500,00.
- Para se testar a hipótese de interesse o gerente retirou uma amostra de 31 clientes e obteve:

$$\bar{x} = R\$ 497 \text{ e } S = R\$ 15$$

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional desconhecido

Exercício

- Interesse:
 - Verificar se a média é R\$ 500 ou menor que R\$ 500.
 - Verificar se $\mu = \text{R\$ } 500$ ou $\mu < \text{R\$ } 500$.

Então

$$\begin{cases} H_0 : \mu = \text{R\$ } 500 \\ H_1 : \mu < \text{R\$ } 500 \end{cases}$$

Teste de Hipótese

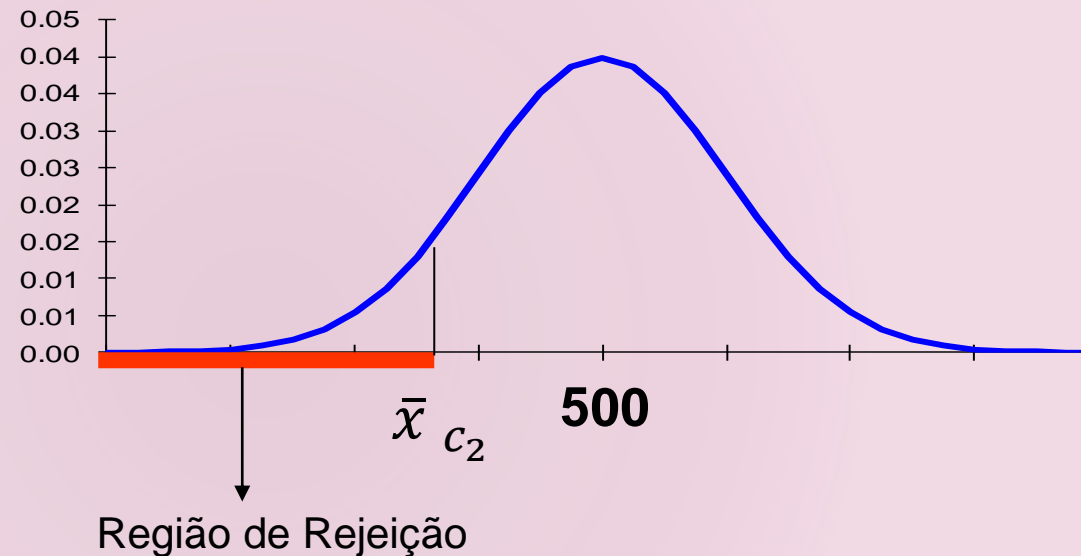
Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional desconhecido

Exercício

Distribuição t de Student com parâmetro n-1

- $$\begin{cases} H_0 : \mu = \text{R\$ } 500 \\ H_1 : \mu < \text{R\$ } 500 \end{cases}$$

Caso a média da amostra seja inferior a \bar{x}_{c_2} pode-se afirmar que **não** há evidências suficientes para aceitar H_0 , sendo assim assumimos que $\mu < \text{R\$ } 500$.



Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional desconhecido Exercício

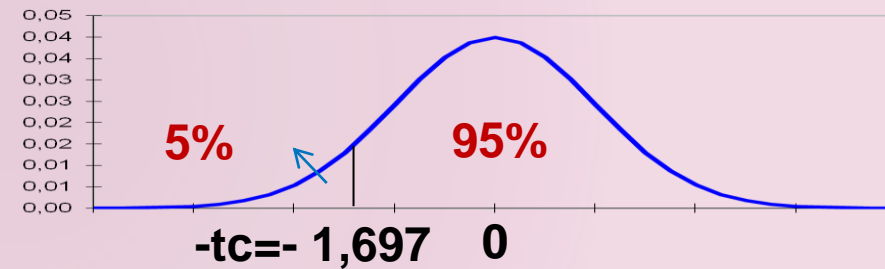
- $$\begin{cases} H_0 : \mu = \text{R\$ } 500 \\ H_1 : \mu < \text{R\$ } 500 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} n &= 31; \\ \mu &= 500; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= 497; \\ S &= 15; \end{aligned}$$

$$\bar{x}_{c_2} = \mu - t \frac{S}{\sqrt{n}}$$

Considerando 95% de confiança, temos que t , dada a Tabela da distribuição t de Student, é



Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional desconhecido

Exercício

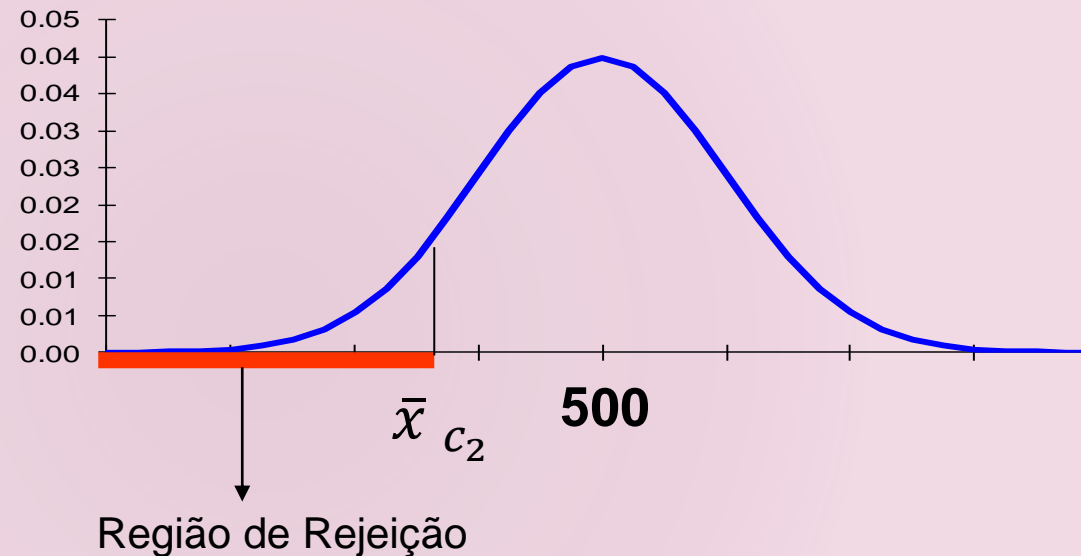
- $$\begin{cases} H_0 : \mu = 500\text{g} \\ H_1 : \mu \neq 500\text{g} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} n &= 31; \\ \mu &= 500; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= 497; \\ S &= 15; \end{aligned}$$

$$t = 1,697;$$

$$\bar{x}_{c_2} = \mu - t \frac{S}{\sqrt{n}}$$



$$\bar{x}_{c_2} = \mu - t \frac{S}{\sqrt{n}} = 500 - 1,697 \frac{15}{\sqrt{31}} = 500 - 5,50 = 495,42$$

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional desconhecido Exercício

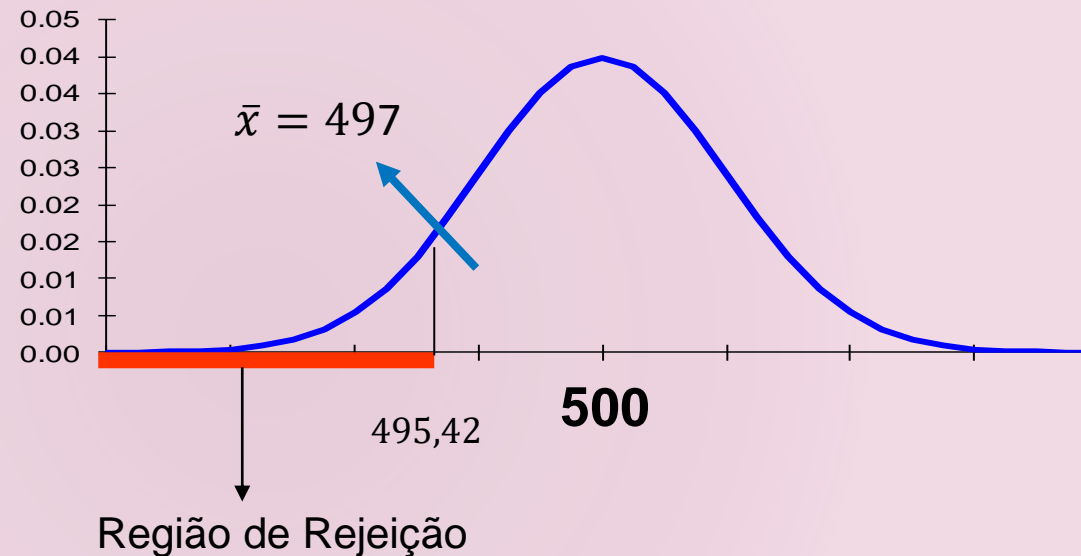
- $$\begin{cases} H_0 : \mu = 500g \\ H_1 : \mu < 500g \end{cases}$$

$$\begin{aligned} n &= 35; \\ \mu &= 500; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= 497; \\ S &= 15; \end{aligned}$$

$$t = 1,697;$$

$$\bar{x}_{c_2} = \mu - t \frac{S}{\sqrt{n}}$$



- Considere que na amostra de 31 clientes obteve-se uma média de gastos amostral de R\$ 497.
- Como a média amostral é maior que 495,42, não rejeitamos a hipótese nula, então podemos assumir que $\mu = \text{R\$ } 500$.

Teste de Hipótese

Teste de Hipótese para Média da População com desvio padrão populacional conhecido

Exercício

$s = 15;$
 $n = 31;$
 $\bar{x} = 497;$
 $\alpha = 0,05;$

- $$\begin{cases} H_0 : \mu = 500 \\ H_1 : \mu < 500 \end{cases}$$

Calculando o p-valor temos:

$$P(\bar{X} < 497) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} < \frac{497 - 500}{15/\sqrt{31}}\right) =$$

$$= P(t_{(30)} < -1,1) \cong 0,10$$

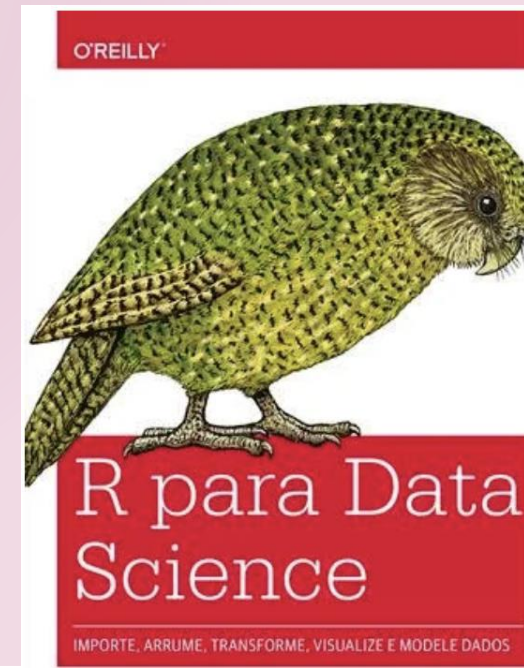
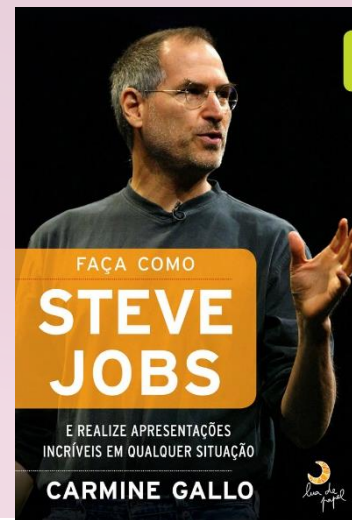
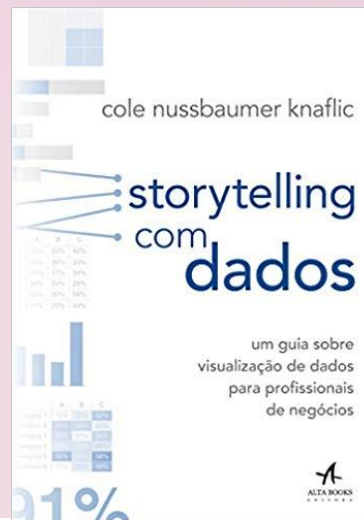
Como p-valor maior que α então Não Rejeito H_0 .

Não esqueça de deixar seu
feedback!

=]

Referência

- Moore, D., McCabe, G., Duckworth, W., Sclove, S. *A prática da Estatística Empresarial*. LTC, Rio de Janeiro, 2006.
- Anderson, D., Sweeney, D., Williams, T. *Estatística Aplicada à Administração e Economia*. Segunda Edição. Cengage Learning, São Paulo, 2011.
- www.asn.rocks
- www.curso-r.com



It's kind of fun to do the IMPOSSIBLE



dri@asn.rocks



/in/adrianamms
/in/asn.rocks



asn.rocks



www.asn.rocks

