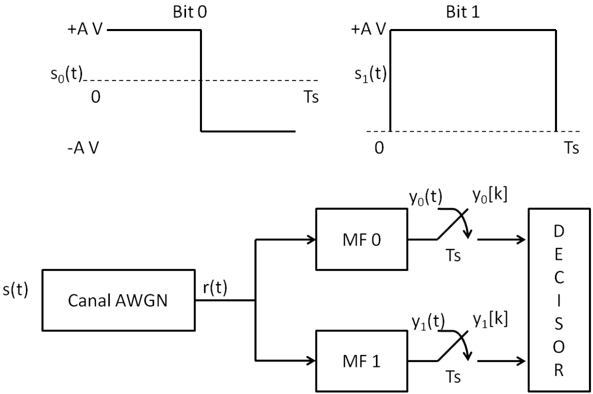
EL68B - Comunicações Digitais

Probabilidade de Erro - Binária Ortogonal

Professor: Bruno Sens Chang

Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
Departamento Acadêmico de Eletrônica - DAELN

Transmissão Binária Ortogonal



As respostas ao impulso dos filtros casados são

$$h_0(t) = s_0(Ts - t)/A \quad \text{e} \quad h_1(t) = s_1(Ts - t)/A$$

Transmissão Binária Ortogonal

Sejam $\int_0^{Ts} s_0^2(\tau)d\tau = \int_0^{Ts} s_1^2(\tau)d\tau = E_s = E_b = A^2 E_{MF}$.

Seguindo passos semelhantes ao do caso antipodal, temos o seguinte **modelo discreto**:

- Se bit 0 é transmitido, $y_0[k] = A \cdot E_{MF} + w_0[k]$ e $y_1[k] = 0 + w_1[k]$
- Se bit 1 é transmitido, $y_0[k] = 0 + w_0[k]$ e $y_1[k] = A \cdot E_{MF} + w_1[k]$.

.

Transmissão Binária Ortogonal

Sejam $\int_0^{Ts} s_0^2(\tau)d\tau = \int_0^{Ts} s_1^2(\tau)d\tau = E_s = E_b = A^2 E_{MF}$.

Seguindo passos semelhantes ao do caso antipodal, temos o seguinte **modelo discreto**:

- Se bit 0 é transmitido, $y_0[k] = A \cdot E_{MF} + w_0[k]$ e $y_1[k] = 0 + w_1[k]$
- Se bit 1 é transmitido, $y_0[k] = 0 + w_0[k]$ e $y_1[k] = A \cdot E_{MF} + w_1[k]$.

.

Transmissão Binária Ortogonal

Sejam $\int_0^{Ts} s_0^2(\tau)d\tau = \int_0^{Ts} s_1^2(\tau)d\tau = E_s = E_b = A^2 E_{MF}$.

Seguindo passos semelhantes ao do caso antipodal, temos o seguinte **modelo discreto**:

- Se bit 0 é transmitido, $y_0[k] = A \cdot E_{MF} + w_0[k]$ e $y_1[k] = 0 + w_1[k]$
- Se bit 1 é transmitido, $y_0[k] = 0 + w_0[k]$ e $y_1[k] = A \cdot E_{MF} + w_1[k]$.

.

Transmissão Binária Ortogonal

Sejam $\int_0^{Ts} s_0^2(\tau)d\tau = \int_0^{Ts} s_1^2(\tau)d\tau = E_s = E_b = A^2 E_{MF}$.

Seguindo passos semelhantes ao do caso antipodal, temos o seguinte **modelo discreto**:

- Se bit 0 é transmitido, $y_0[k] = A \cdot E_{MF} + w_0[k]$ e $y_1[k] = 0 + w_1[k]$
- Se bit 1 é transmitido, $y_0[k] = 0 + w_0[k]$ e $y_1[k] = A \cdot E_{MF} + w_1[k]$.

Note que $\sigma_{w_0}^2 = \sigma_{w_1}^2 = \frac{E_{MF} N_0}{2} = \sigma_w^2$.

Saída do MF - Com Ruído

Supondo transmissão de $s_1(t)$, bit 1, temos então que

Saída do MF - Com Ruído

Supondo transmissão de $s_1(t)$, bit 1, temos então que

pdf da saída de MF1

$$p(y_1[k]|s_1(t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_w} e^{\frac{-\left(y_1[k]-A\cdot E_{MF}\right)^2}{2\sigma_w^2}}$$

Saída do MF - Com Ruído

Supondo transmissão de $s_1(t)$, bit 1, temos então que

pdf da saída de MF1

$$p(y_1[k]|s_1(t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_w} e^{\frac{-\left(y_1[k]-A\cdot E_{MF}\right)^2}{2\sigma_w^2}}$$

pdf da saída de MF0

$$p(y_0[k]|s_1(t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_w} e^{\frac{-\left(y_0[k]\right)^2}{2\sigma_w^2}}$$

Saída do MF - Com Ruído - $s_1(t)$ Transmitido

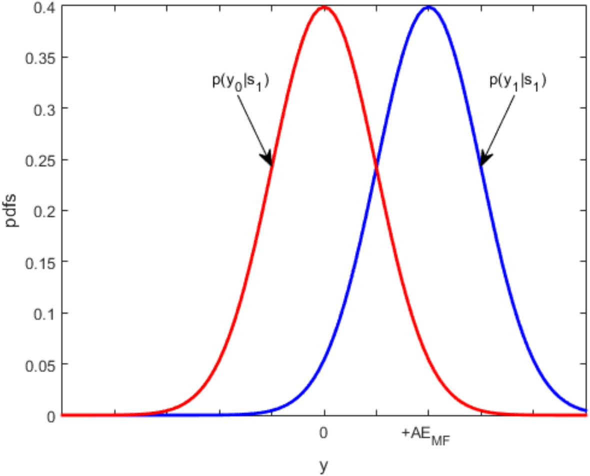


Figura: pdfs nas saídas de MF0 e MF1 supondo transmissão de $s_1(t)$.

Probabilidade de Erro

Se $s_1(t)$ é transmitido, um erro ocorre se $y_0[k] > y_1[k]$. Ou seja:

Condição para erro se $s_1(t)$ é transmitido

$$w_0[k] > A \cdot E_{MF} + w_1[k]$$

$$w_0[k] - w_1[k] > A \cdot E_{MF}$$

Probabilidade de Erro

Se $s_1(t)$ é transmitido, um erro ocorre se $y_0[k] > y_1[k]$. Ou seja:

Condição para erro se $s_1(t)$ é transmitido

$$w_0[k] > A \cdot E_{MF} + w_1[k]$$

$$w_0[k] - w_1[k] > A \cdot E_{MF}$$

Se $w'[k] = w_0[k] - w_1[k]$, então

Probabilidade de Erro

Se $s_1(t)$ é transmitido, um erro ocorre se $y_0[k] > y_1[k]$. Ou seja:

Condição para erro se $s_1(t)$ é transmitido

$$w_0[k] > A \cdot E_{MF} + w_1[k]$$

$$w_0[k] - w_1[k] > A \cdot E_{MF}$$

Se $w'[k] = w_0[k] - w_1[k]$, então

$$\begin{aligned} \mathrm{E}[(w')^2] &= \mathrm{E}[(w_0 - w_1)^2] \\ &= \mathrm{E}[(w_0)^2] + \mathrm{E}[(w_1)^2] - 2\mathrm{E}[w_0 w_1] \\ &= \mathrm{E}[(w_0)^2] + \mathrm{E}[(w_1)^2] = 2 \cdot \mathrm{E}[(w_0)^2] \\ &= 2\frac{E_{MF} N_0}{2} = \sigma^2_{w'} = 2\sigma^2_w \end{aligned}$$

Probabilidade de Erro

Matematicamente:

$$\Pr\left(w_0[k] - w_1[k] > A \cdot E_{MF}\right) = \Pr\left(w'[k] > A \cdot E_{MF}\right)$$

Probabilidade de Erro

Matematicamente:

$$\Pr\left(w_0[k] - w_1[k] > A \cdot E_{MF}\right) = \Pr\left(w'[k] > A \cdot E_{MF}\right)$$

$$\begin{aligned}
\Pr\left(w'[k] > A \cdot E_{MF}\right) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{w'}} \int_{A \cdot E_{MF}}^{\infty} e^{\frac{-(w')^2}{2\sigma_{w'}^2}} dw' \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{A \cdot E_{MF}}{\sigma_{w'}}}^{\infty} e^{\frac{-u^2}{2}} du \\
&= Q\left(\frac{A \cdot E_{MF}}{\sigma_{w'}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)
\end{aligned}$$

Probabilidade de Erro

Supondo transmissão de $s_0(t)$ temos o mesmo resultado.

Supondo bits equiprováveis, a probabilidade de erro de bit final é:

Probabilidade de Erro

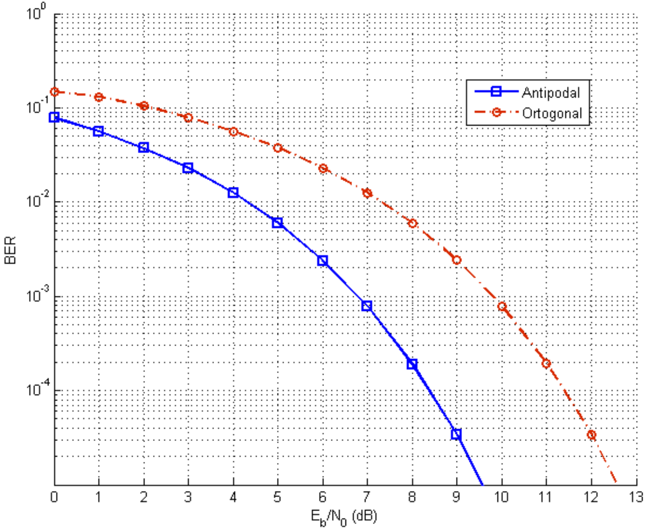
Supondo transmissão de $s_0(t)$ temos o mesmo resultado.

Supondo bits equiprováveis, a probabilidade de erro de bit final é:

P_b modulação binária ortogonal

$$Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

Antipodal vs Ortogonal



Antipodal vs Ortogonal

Reflexão

Por que o binário antipodal tem probabilidade de erro de bit menor que o ortogonal?

Tarefas

1. Descreva um modelo discreto de simulação da probabilidade de erro de bit da modulação binária ortogonal.

2. Como fica a probabilidade de erro de bit no caso da modulação OOK (on-off keying), em que um pulso de amplitude A é transmitido para o bit 1 e nada é transmitido para o bit 0 (ou vice versa)?

3. Como ficam a **probabilidade de erro de símbolo** e a **probabilidade de erro de bit** para o caso do 4-PAM? Estude o caso geral M-PAM para o Teste!!!