

Transmissão em Banda Passante. Prof. Waldecir J. Perrella

Nesta seção será analisada a transmissão de dados digitais em canais banda passante. Da mesma forma que na comunicação analógica, a transmissão de dados utiliza uma portadora senoidal modulada pela sequência de dados. Assim, serão analisados os seguintes tópicos:

- Modulações:
ASK chaveamento da amplitude da portadora (*Amplitude Shift Keying*)
PSK chaveamento da fase da portadora (*Phase Shift Keying*)
FSK chaveamento de frequência da portadora (*Frequency Shift Keying*);
- Detecção coerente de sinais modulados em canais com ruído aditivo, branco e gaussiano (*AWGM*): o receptor sincronizado com a fase e frequência da portadora, além da sincronização de relógio dos bits (“Clock”);
- Detecção não coerente de sinais modulados em canais com ruído aditivo branco e gaussiano: o receptor sincronismo de relógio dos bits

Na transmissão de pulsos em banda base estudada anteriormente, a sequência de dados, representada na forma de pulsos discretos modulando a amplitude PAM, é transmitida diretamente em canais com faixa de passagem concentrada nas frequências baixas. Na transmissão em banda passante, por outro lado, a sequência de dados modula a portadora senoidal com uma largura de faixa de frequências.

Os canais de comunicação usados para a transmissão de dados em banda passante podem ser rádio enlace de microondas, canal de satélite.

Eficiência de largura de faixa.

Os dois recursos primários mais importantes nos sistemas de comunicações são largura de faixa e potência transmitida. Assim, tem-se procurado modulações com eficiência espectral que é definida como a razão entre a taxa de dados em bits por segundo e a largura de faixa do canal efetivamente utilizada. Outro objetivo é chegar a essa eficiência de largura de faixa com a mínima potência média, ou equivalentemente, num canal com ruído branco gaussiano aditivo, com a mínima relação sinal-ruído.

Com a taxa de dados, denotada por R_b , e a largura de faixa de canal utilizada, denotada por B , a eficiência de largura de faixa, ρ , pode ser expressa por:

$$\rho = \frac{R_b}{B} \text{ bits/s/Hz} \quad 1$$

Observe que a eficiência da modulação em largura de faixa é resultante de dois fatores independentes: codificação com multi-níveis ou *M-ária* e formatação de pulso para eficiência espectral (Nyquist).

Descrição do sistema de comunicação binária banda passante.

Na Figura 1 tem-se o diagrama de blocos de um sistema de comunicação binária banda passante.

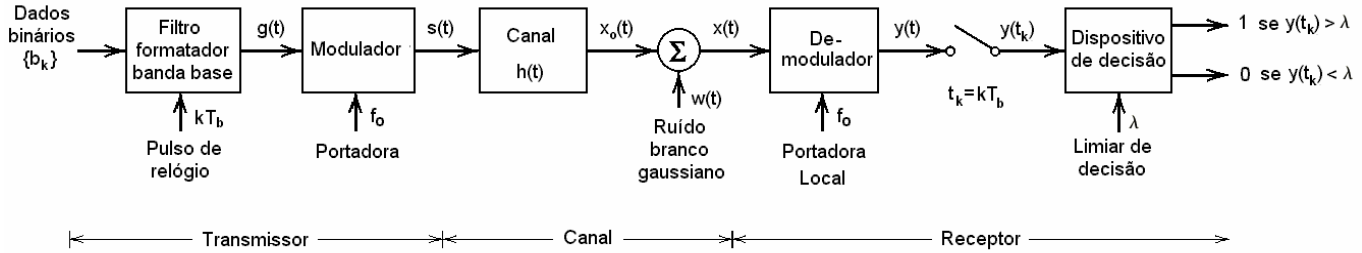


Figura 1 Comunicação binária banda passante.

A entrada do sistema é uma seqüência binária $\{b_k\}$ com uma taxa de dados $R_b=1/T_b$, com T_b sendo o intervalo de sinalização. A seguir, os pulsos, formatados em banda base, geram uma seqüência de pulsos, $p(t)$, limitados no tempo (por exemplo retangular) ou limitados em frequência (por exemplo Nyquist) que podem ser representados por:

$$g(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k p(t - kT_b) \quad 2$$

Nesta seção considera-se $p(t)$ um pulso retangular com amplitude 1 e duração T_b . A seguir o sinal é modulado por uma portadora senoidal com frequência f_o , gerando o sinal modulado $s(t)$ no k -ésimo intervalo de sinalização:

$$s(t) = \begin{cases} s_1(t - kT_b) & \text{quando 1 for transmitido} \\ s_2(t - kT_b) & \text{quando 0 for transmitido} \end{cases} \quad 3$$

onde as formas de ondas $s_1(t)$ e $s_2(t)$ têm duração de T_b e têm energia finita e são calculadas por:

$$\begin{aligned} E_1 &= \int_0^{T_b} s_1^2(t) dt < \infty \\ E_2 &= \int_0^{T_b} s_2^2(t) dt < \infty \end{aligned} \quad 4$$

Na Tabela 1 têm-se as formas de ondas para os três tipos básicos de modulação digital.

Tabela 1. Três tipos básicos de modulação digital.

Tipos de modulação	$s_1(t) \ 0 \leq t \leq T_b$	$s_2(t) \ 0 \leq t \leq T_b$
ASK	$A \cos(\omega_0 t)$	0
PSK	$A \cos(\omega_0 t)$	$A \cos(\omega_0 t + \pi) = -A \cos(\omega_0 t)$
FSK	$A \cos[(\omega_0 + \omega_d)t]$	$A \cos[(\omega_0 - \omega_d)t]$

onde $s_1(t)$ e $s_2(t)$ são sinais finitos no tempo, isto é, iguais a zero fora do intervalo $[0, T_b]$, $f_0 = \omega_0/2\pi$ é a frequência da portadora que é múltipla da taxa de bits R_b e $\pm\omega_d = 2\pi f_d$ é o deslocamento da frequência da portadora na modulação FSK.

Na Figura 2 ilustram-se as formas de ondas no domínio do tempo.

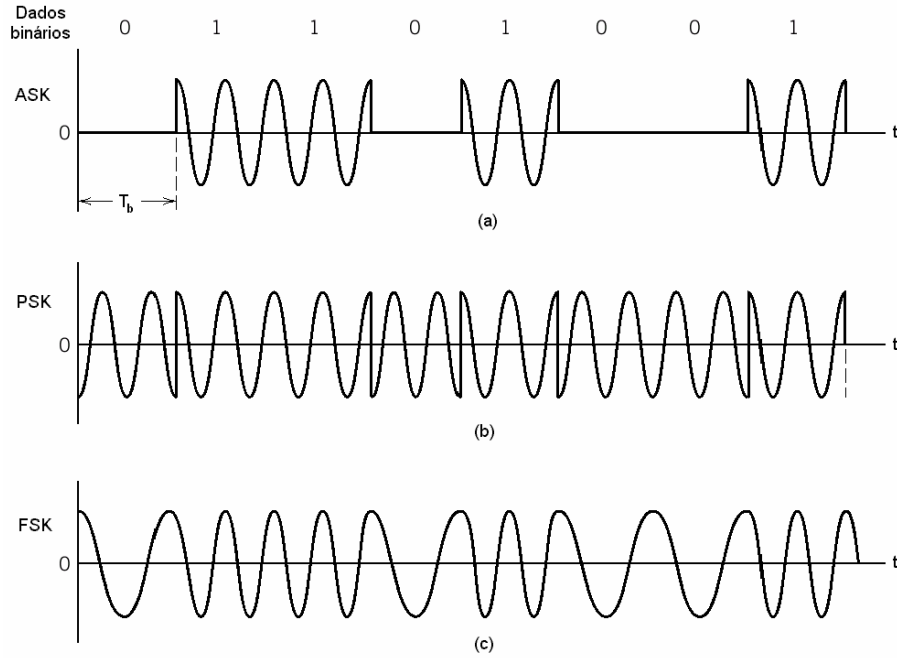


Figura 2 Três modulações binárias para a sequência de bits 01101001.

O sinal de saída do modulador o sinal é transmitido pelo canal que apresenta uma resposta em frequência banda passante $H(f)$, que neste capítulo é suposto ideal, isto é, apresenta uma largura de faixa adequada para não distorcer o sinal modulado e somente um atraso de propagação. O ruído do canal é aditivo gaussiano e branco com média zero e densidade espectral de potência $N_0/2$. O sinal recebido, $x(t)$, com ruído aditivo é dado por:

$$x(t) = \begin{cases} s_1(t - kT_b - \tau) + w(t) & \text{quando 1 for transmitido} \\ s_2(t - kT_b - \tau) + w(t) & \text{quando 0 for transmitido} \end{cases} \quad 5$$

onde τ é o atraso de propagação.

No caso de demodulação coerente deve existir um circuito, chamado de sincronizador de portadora, que estima essa defasagem usando o próprio sinal recebido e normalmente implementado por meio de um PLL (*Phase Lock Loop*). Sem perda de generalidade considera-se $\tau=0$.

O demodulador tem o objetivo de determinar qual das duas formas de ondas conhecidas, $s_1(t)$ ou $s_2(t)$ está presente em cada intervalo de sinalização. O demodulador ótimo consiste de um filtro casado, resultando na sua saída o sinal $y(t)$ e um amostrador nos instantes kT_b segundos, produzindo amostras $y(kT_b)$. A seguir os valores amostrados passam pelo dispositivo de decisão, onde são comparados com um limiar λ , para decidir qual dos sinais está presente de acordo com a seguinte regra:

$$\text{decide por } \begin{cases} 1 & \text{quando } y(kT_b) > \lambda \\ 0 & \text{quando } y(kT_b) < \lambda \end{cases} \quad 6$$

O filtro casado do demodulador pode ser implementado de duas formas em banda passante ou em banda base. Considerando o sinal recebido $x(t)$ sem ruído, tem-se somente um dos dois sinais modulados agora representado por $s_i(t)$ e dado por:

$$s_i(t) = A \cos(\omega_o t) \text{ para } 0 \leq t \leq T_b \quad 7$$

A energia de $s_i(t)$ é dada por:

$$E_i = \int_0^{T_b} s_i^2(t) dt = \frac{A^2 T_b}{2} \quad 8$$

1. Filtro casado em banda passante

Como a resposta impulsiva do filtro casado a um sinal $s_i(t)$ é $s_i(T_b - t)$ e como ω_b pode ser escolhido como múltiplo de R_b , tem-se neste caso a resposta impulsiva é o próprio sinal $s_i(t)$. A Figura 3a mostra o diagrama de blocos do filtro casado em banda passante, onde o sinal de saída $y(t)$ é amostrado a cada kT_b resultando no sinal $y(kT_b)$ e como foi visto é igual a energia do sinal de entrada E_i dada pela equação (8). Na Figura 4 têm-se as formas de ondas no domínio do tempo. Assim na Figura 4a tem-se o sinal de entrada modulado, $s_i(t)$, com amplitude A e frequência da portadora ω_i e duração T_b . Na Figura 4b tem-se a saída do filtro casado no tempo que é resultante da convolução do sinal de entrada $s_i(t)$ com a resposta impulsiva do filtro casado. Observa-se que no instante de amostragem $t = T_b$ saída $y(T_b) = E_i$. Para isto ocorrer assumiu-se que a resposta impulsiva do filtro casado esteja em sincronismo com a fase do sinal recebido e que a amostragem nos instantes $t = kT_b$ também esteja em sincronismo com os instantes de transição dos dados recebidos.

2. Filtro casado em banda base

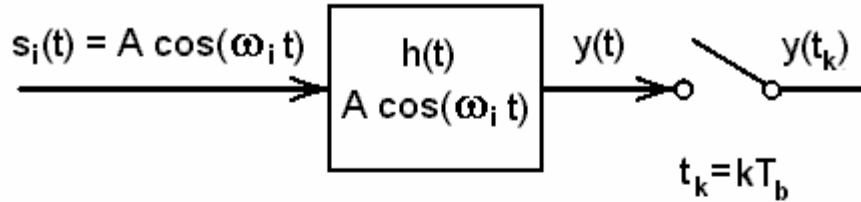
Neste caso, o sinal recebido é inicialmente multiplicando (*Mixer*) pela portadora ω_i , gerada localmente e em sincronismo com a fase da portadora recebida gerando o sinal $z(t)$, como mostra a Figura 3b. Essa operação tem o objetivo de transladar o espectro do sinal modulado para a banda base, e utilizando relações trigonométricas tem-se o sinal $z(t)$ resulta em três componentes, duas referentes ao sinal transmitido e uma referente ao ruído. A equação (9) é referente às duas componentes do sinal:

$$z(t) = s_i(t) A \cos(\omega_i t) = A^2 \cos^2(\omega t) = \frac{A^2}{2} + \frac{A^2}{2} \cos(2\omega_i t) \quad 9$$

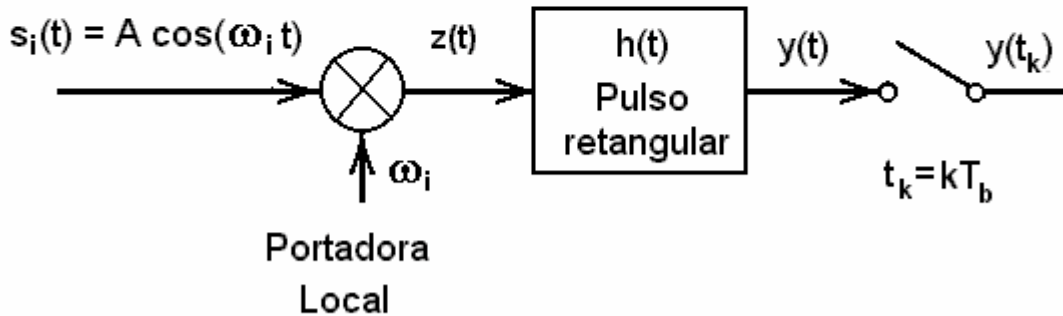
A primeira das duas componentes do sinal $z(t)$ é um sinal em banda base e a segunda é uma componente em banda passante, centrada na frequência $2\omega_i$ que será eliminada pelo filtro passa baixas que será descrito a seguir.

A primeira componente é um sinal com valor constante, igual a $A^2/2$, durante o intervalo de sinalização $[0, T_b]$ e corresponde à translação da informação modulada em banda passante para banda base e a sua existência é devido ao aparecimento do sinal $s_i(t)$ na entrada do demodulador, pois se o mesmo não estivesse, a saída seria exatamente um valor constante e igual a zero durante o intervalo de

sinalização. Assim, como esta componente de $z(t)$ corresponde a um pulso retangular com amplitude $A^2/2$ e duração T_b a sua detecção é otimizada usando-se um filtro casado também retangular em banda base. Na Fig. 3b tem-se o diagrama de blocos do filtro casado em banda base, onde o sinal de saída $y(t)$ é também amostrado a cada kT_b resultando no sinal $y(kT_b)$ e como foi visto é também igual à energia do sinal de entrada E_i dada pela equação (8).



(a) Filtro Casado banda passante



(b) Filtro casado banda base

Figura 3 Demodulador ótimo

- a). Filtro casado em banda passante
- b). Filtro casado em banda base

Na Figura 4c, tem-se a saída, no tempo, do filtro casado em banda base que é resultante da convolução do sinal $z(t)$ com a resposta impulsiva do filtro casado pulso retangular. Observa-se que no instante de amostragem $t = T_b$ saída $y(T_b) = E_i$. Para isto ocorrer assumiu-se que a multiplicação pela cossenoide na frequência ω_i esteja em sincronismo com a fase da portadora do sinal recebido e que a amostragem nos instantes $t = kT_b$ também esteja em sincronismo com os instantes de transição dos dados recebidos.

Finalmente, pode-se observar na Figura 4c que a segunda componente é praticamente eliminada na saída do filtro casado que também é um filtro passa baixas.

Assim, desprezando o efeito do ruído, pode-se observar que na saída do demodulador, com filtro casado em banda base ou banda passante, nos instantes kT_b , tem-se $y(kT_b) = E_i$, quando o sinal $s_i(t)$ estiver presente e $y(kT_b) = 0$, quando o sinal $s_i(t)$ não estiver presente.

O efeito do ruído na comunicação em banda passante, utilizando as duas técnicas de filtro casado, tem as mesmas propriedades de um filtro casado visto anteriormente e assim, nos instantes de amostragem, kT_b , a componente de ruído é uma variável aleatória gaussiana com média zero e variância igual a $E_i N_o / 2$

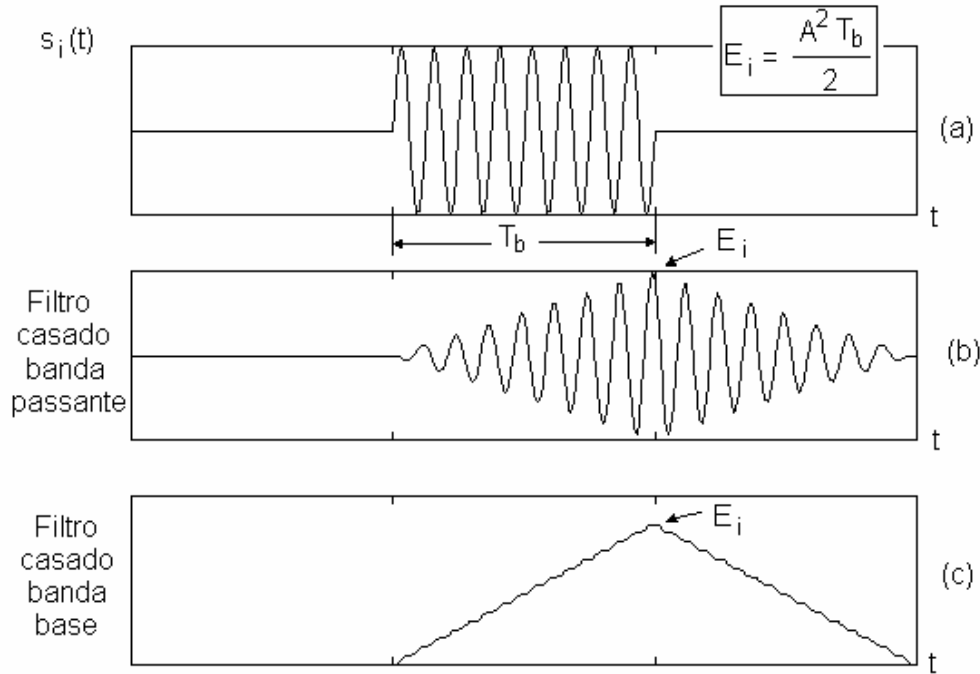


Figura 4 Resposta temporal do filtro casado
a) Sinal de entrada $s_i(t)$
b) Resposta do filtro casado em banda passante
c) Resposta do filtro casado em banda base

Binário ASK coerente.

A esquema de sinalização binária ASK foi uma das primeiras formas de modulação digital usada em telegrafia sem fio no começo do século passado. Ela é a forma mais simples de modulação digital e serve como modelo para introduzir certos conceitos.

Supondo coerência da fase da portadora recebida, isto é, a fase da portadora local está síncrona com a portadora recebida e como o sinal modulado ASK é especificado pela Tabela 1 e o sinal na saída do filtro casado $y(t)$, na ausência de ruído e nos instantes kT_b , resulta em:

$$y(kT_b) = \begin{cases} E_1 & \text{quando } s_1(t) \text{ foi transmitido} \\ 0 & \text{quando } 0 \text{ foi transmitido} \end{cases} \quad 10$$

Comparando este resultado com o obtido quando se usa comunicação banda base e pulso NRZ unipolar observa-se que eles são idênticos e então tem-se a mesma BER, equação (55), que é reproduzida novamente:

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_o}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_o}}\right) \quad 11$$

onde E_b é a energia média do ASK e assim usando a equação (54) da apostila anterior e a equação da energia de $s_1(t)$, equação (4), tem-se:

$$E_b = \frac{1}{2}(0) + \frac{1}{2}(E_1) = \frac{E_1}{2} \quad 12$$

Na Figura 5a e 5b ilustram-se as densidades espectrais de potência das seqüências binárias NRZ unipolar (banda base) e ASK (banda passante), respectivamente. Observa-se que usando a definição de largura de faixa, B_L , correspondendo ao 1º nulo tem-se:

$$B_L = \begin{cases} R_b = \frac{1}{T_b} & \text{Hz para NRZ} \\ 2R_b = \frac{2}{T_b} & \text{Hz para ASK} \end{cases} \quad 13$$

A eficiência de largura de faixa da modulação ASK, usando a equação (1) e a equação (13) resulta:

$$\rho_{\text{ASK}} = \frac{R_b}{B_L} = \frac{R_b}{2R_b} = \frac{1}{2} \text{ bits/s/Hz} \quad 14$$

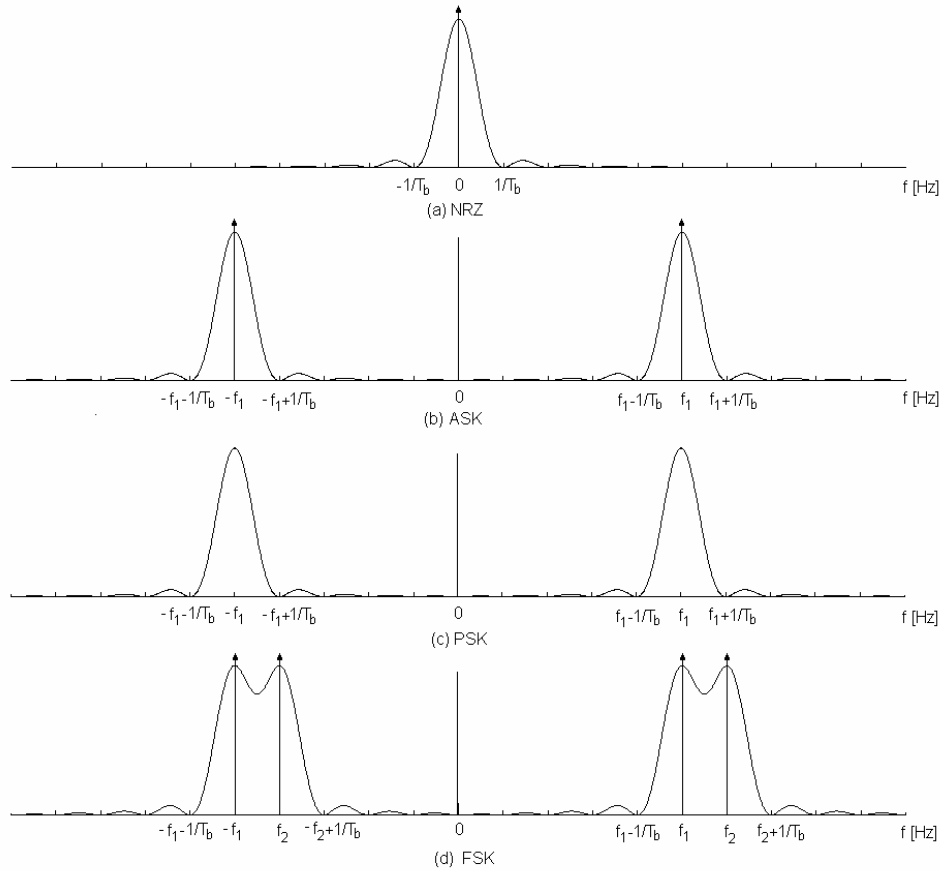


Figura 5 Densidade espectral de potência
(a).PSD NRZ, (b).PSD ASK,(c).PSD PSK, (d).PSD FSK

Binário PSK coerente.

Semelhantemente, supondo coerência da fase da portadora recebida, isto é, a fase da portadora local está síncrona com a portadora recebida e como o sinal modulado PSK é especificado pela Tabela 1 e o sinal na saída do filtro casado $y(t)$, na ausência de ruído e nos instantes kT_b , resulta em:

$$y(kT_b) = \begin{cases} E_1 & \text{quando } s_1(t) \text{ foi transmitido} \\ -E_1 & \text{quando } s_2(t) \text{ foi transmitido} \end{cases} \quad 15$$

onde $E_2 = E_1$.

Comparando este resultado com o obtido quando se usa comunicação banda base e pulso NRZ polar observa-se que eles são idênticos e então tem-se a mesma BER, equação (47), que é reproduzida novamente:

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_o}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_o}}\right) \quad 16$$

onde E_b é a energia média do PSK e assim usando a equação (46) da apostila anterior e a como a energia de $s_1(t)$ e $s_2(t)$ são iguais, tem-se:

$$E_b = \frac{1}{2}(E_1) + \frac{1}{2}(E_2) = E_1 \quad 17$$

Na Figura 5c ilustra-se a densidade espectral de potência da binária PSK (banda passante). Observa-se que a largura de faixa, B_L , é a mesma que a do ASK e que não existe nenhuma componente impulsiva na frequência da portadora f_1 .

A eficiência de largura de faixa da modulação PSK é a mesma da modulação ASK, equação (14).

Binário FSK coerente.

Neste caso o sinal modulado FSK, dado pela Tabela 1 é reproduzido abaixo:

$$s(t) = \begin{cases} A \cos[2\pi(f_0 - f_d)t] = A \cos[2\pi f_1 t] & \text{quando } s_1(t) \text{ é transmitido.} \\ A \cos[2\pi(f_0 + f_d)t] = A \cos[2\pi f_2 t] & \text{quando } s_2(t) \text{ é transmitido.} \end{cases} \quad 18$$

onde f_1 e f_2 são as portadoras chaveadas, f_0 é o valor médio entre elas e $2f_d$ é o espaçamento entre elas. É necessário que o espaçamento entre elas seja escolhido para que elas sejam ortogonais no seguinte sentido:

$$\int_0^{T_b} \cos(2\pi f_1 t) \cos(2\pi f_2 t) dt = 0 \quad 19$$

Observa-se que o espaçamento entre as frequências, $\Delta f = f_2 - f_1$, para se ter a ortogonalidade é $\Delta f = m/T_b$, onde m é um número inteiro e o espaçamento mínimo é $\Delta f = 1/T_b = R_b$.

Isto é feito pois a demodulação do FSK necessita de dois filtros casados, um para cada frequência, assim, quando um dos sinais estiver presente, a saída de um filtro não sofre interferência do outro sinal.

Semelhantemente, supondo coerência da fase das duas portadoras recebidas, e como o sinal modulado PSK é especificado pela Tabela 1 e o sinal na saída de cada um dos filtros casados $y(t)$, na ausência de ruído e nos instantes kT_b , resulta em:

$$y_i(kT_b) = \begin{cases} E_i & \text{quando } s_i(t) \text{ foi transmitido} \\ 0 & \text{quando } s_i(t) \text{ não foi transmitido} \end{cases} \quad 20$$

onde $i = 1$ ou 2 correspondendo às energias dos dois sinais, tal que $E_1 = E_2$ e neste caso a energia média $E_b = E_1$.

Como os dois sinais são ortogonais, os sinais de cada um dos filtros podem ser visto como recebidos em dois eixos ortogonais, como mostra a Fig. 6.

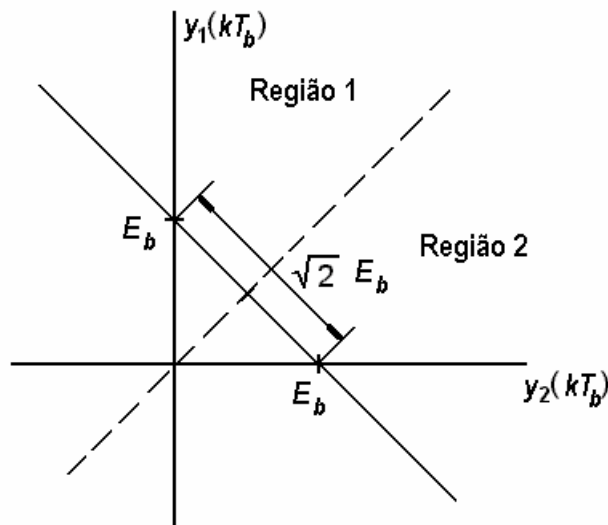


Figura 6 Limiar FSK

Para se decidir qual símbolo foi transmitido, o plano mostrado na Figura 6 foi dividido em duas regiões 1 e 2, separado pela reta tracejada. As saídas dos dois filtros casados, $y_1(kT)$ e $y_2(kT)$, corresponde a um ponto nesse plano, assim se o ponto estiver na região 1, o símbolo “0” foi transmitido e no caso contrário o símbolo “1” foi transmitido. Esta maneira de decisão pode ser simplificada, transformando-se o problema para uma dimensão, definindo-se a diferença entre as duas saídas, como mostra a equação:

$$y(kT_b) = y_1(kT_b) - y_2(kT_b) \quad 21$$

A equação (20) corresponde a variável aleatória gaussiana $y(kT)$ é resultante da diferença das duas variáveis aleatórias $y_1(kT)$ e $y_2(kT)$, também gaussianas. Estas variáveis serão denotadas por y , y_1 e y_2 , respectivamente.

A média de y depende de qual símbolo foi transmitido. Assim, têm-se as médias condicionais para cada símbolo transmitido:

$$\begin{aligned} E[y|1] &= E[y_1|1] - E[y_2|1] = E - 0 = E \quad \text{quando 1 foi transmitido} \\ E[y|0] &= E[y_1|0] - E[y_2|0] = 0 - E = -E \quad \text{quando 1 foi transmitido} \end{aligned} \quad 22$$

onde $E_b = E_1 = E_2$.

O limiar de decisão que minimiza a probabilidade de erro é zero e a decisão passa a ter a seguinte regra:

$$\begin{aligned} \text{Decide 1 se } y > 0 \\ \text{Decide 0 se } y < 0 \end{aligned} \quad 23$$

A variância da variável aleatória y é independente do símbolo transmitido e como as variáveis aleatórias y_1 e y_2 são estatisticamente independentes suas variância se somam:

$$\text{var}[y] = \text{var}[y_1] + \text{var}[y_2] = \frac{N_0}{2} E_1 + \frac{N_0}{2} E_2 = N_0 E_b \quad 24$$

As densidades de probabilidades condicionadas aos símbolos transmitidos resultam:

$$f_Y(y|0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi N_0 E_b}} e^{-\frac{(y+E_b)^2}{2N_0 E_b}} \quad \text{quando 0 foi transmitido} \quad 25$$

$$f_Y(y|1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi N_0 E_b}} e^{-\frac{(y-E_b)^2}{2N_0 E_b}} \quad \text{quando 1 foi transmitido} \quad 26$$

A probabilidade de erro média é obtida pelo mesmo procedimento visto anteriormente, isto é, $\text{BER} = P_e = P_{10} = P_{01}$, e escolhendo P_{10} tem-se:

$$P_e = \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi N_0 E_b}} e^{-\frac{(y+E_b)^2}{2N_0 E_b}} dy = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{E_b/\sqrt{N_0 E_b}}^\infty e^{-\frac{u^2}{2}} du = Q\left(\frac{E_b}{\sqrt{N_0 E_b}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) \quad 27$$

Expressando a probabilidade em termos da função erfc tem-se:

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}}\right) \quad 28$$

Verifica-se que a BER da modulação FSK é igual a do ASK equação (16).

Na Fig.5d ilustra-se a densidade espectral de potência da binária FSK (banda passante). Observa-se que a largura de faixa, B_L , é dada por:

$$B_L = (f_2 - f_1) + 2R_b \quad 29$$

A eficiência de largura de faixa da modulação FSK, usando a equação (1) e supondo o espaçamento mínimo entre as frequências, que é dado por $\Delta f = 1/T_b = R_b$, resulta:

$$\rho_{\text{ASK}} = \frac{R_b}{B} = \frac{R_b}{(f_2 - f_1) + 2R_b} = \frac{1}{3} \text{ bits/s/Hz} \quad 30$$

Observando a equação (14), verifica-se que a eficiência de largura de faixa da modulação FSK é menor que a das modulações anteriores.

Binário FSK não coerente.

Neste caso o sinal modulado FSK, dado pela Tabela 1 é reproduzido abaixo:

$$s(t) = \begin{cases} \text{Acos}[2\pi(f_0 - f_d)t] = \text{Acos}[2\pi f_1 t] & \text{quando } s_1(t) \text{ é transmitido.} \\ \text{Acos}[2\pi(f_0 + f_d)t] = \text{Acos}[2\pi f_2 t] & \text{quando } s_1(t) \text{ é transmitido.} \end{cases} \quad 31$$

onde o espaçamento entre elas é tal que elas são ortogonais de acordo com a equação (19).

Supondo que o sinal recebido tenha um atraso τ resultando:

$$r(t) = s(t - \tau) = \begin{cases} \text{Acos}[2\pi f_1(t - \tau)] = \text{Acos}[2\pi f_1 t - 2\pi f_1 \tau] = \text{Acos}[2\pi f_1 t + \theta_1] \\ \text{Acos}[2\pi f_2(t - \tau)] = \text{Acos}[2\pi f_2 t - 2\pi f_2 \tau] = \text{Acos}[2\pi f_1 t + \theta_2] \end{cases} \quad 32$$

A demodulação não coerente do FSK necessita de dois filtros casados para cada frequência, como mostrado na Figura 7.

Pode-se mostrar (Haykin) que a BER resultante do receptor não coerente, é dada por:

$$P_e = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_b}{2 N_o}\right) \quad 33$$

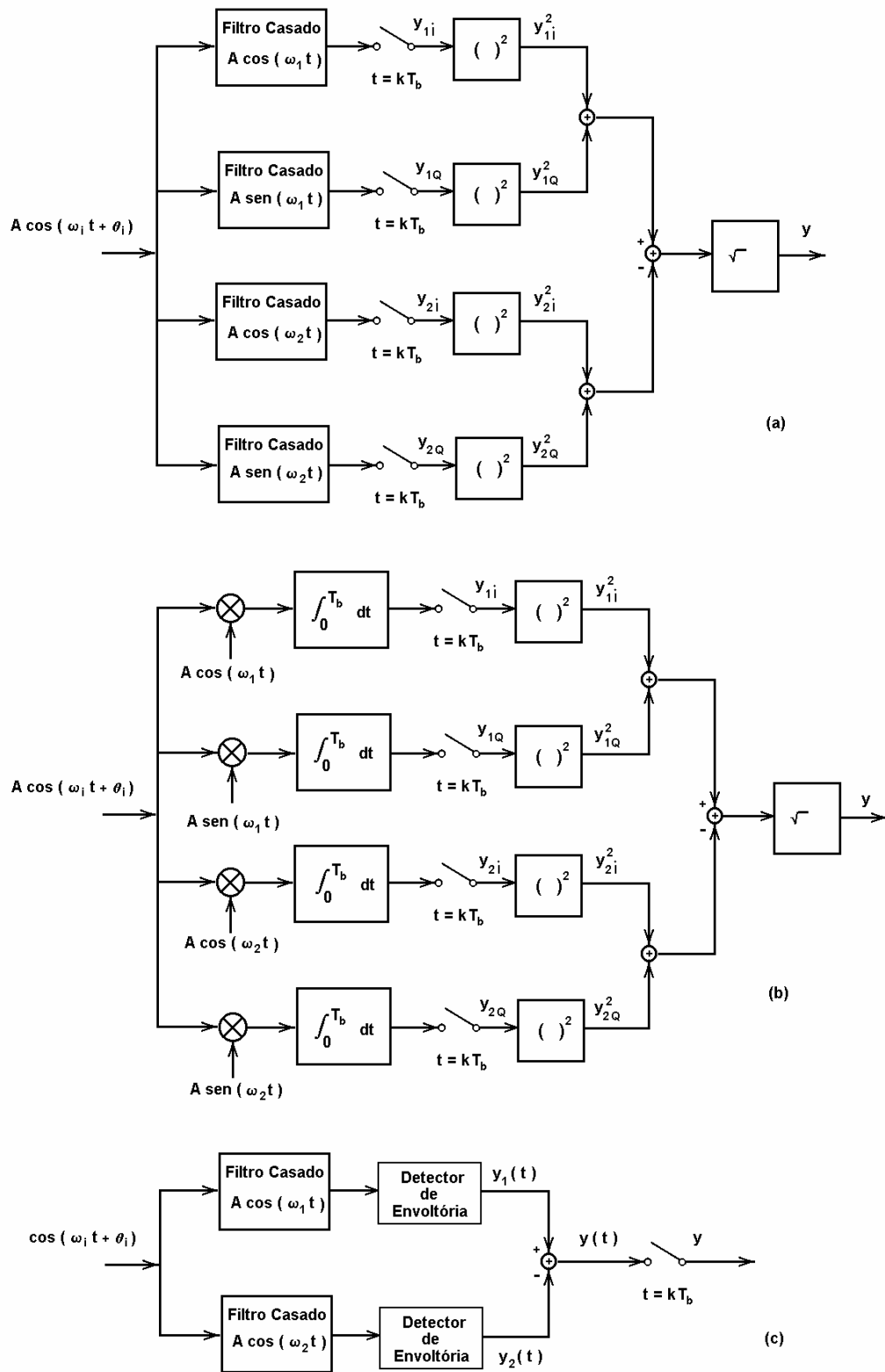


Figura 7 Demodulador FSK não coerente

- (a) Receptor em quadratura usando filtro casado
- (b) Receptor em quadratura usando correlador
- (c) Receptor em quadratura usando filtro casado e detector de envoltória