第四周机器学习

> *本文公式显示需要使用Mathjax，然后令人悲伤的是github不支持Mathjax 您可以将这篇md文件pull下来，使用您本地的markdown解析器解析 没有必要在公示显示上浪费时间，您也可以下载我本地生成的html用浏览器打开即可 或者您也可以下载我上传到github上的pdf [Mathjax开源项目地址]*

Regularizing your nerual network

Dropout regularization

从每层神经元中随机delete一些节点，以及忽略与之相连的关系网络

eg. Inverted dropout（每一次迭代训练都会这么做一次）

```
# t3表示一个裁剪工具 keep_prob 即保留多少网络（百分比表示），即保留某个隐藏单元的概率
t3 = np.random.rand(*a3.shape)<keep_prob
a3 = np.multiply(a3,d3) # a3 .*= d3
a3 /= keep_prob #确保a3期望不变
```

Note:

> *在测试与交叉验证阶段不需要dropout 即 将keep_prob设置为1 Dropout regularization 主要应用于计算机视觉领域，其余领域如果没有出现过拟合的情况，一般不使用dropout*

其他防止数据过拟合的方法

- 增加数据 eg.如果没有更多的数据，可以采用一些特殊方式生成，比如在computer vision领域，图像可以采用水平镜像的方式得到另一个数据
- early stoping 在迭代计算中，training error会一直下降 dev set error 会先上升后下降，在两个都下降的最后时刻停止迭代获取模型，这种方案是一个折中方案。

Normalize inpurts

$$\mu = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} X^{(i)}$$
$$X := X - \mu$$
$$\sigma^2 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} (X^{(i)})^2$$
$$X / = \sigma^2$$

Vanishing/exploading gradients

在训练神经网络时候，若有一些样本恰好在计算中都位于activation function的线性区，那么$\hat{y}$的值将会呈现指数级的倍增或者倍减，从而导致梯度呈现爆炸式或者悬崖跌落是的现象，从而影响训练深层神经网络

在深层网络中如何初始化权重参数

在输入层和下一层之间

$$z = w_1 x_1 + w_2 x_2 + \ldots + w_n x_n$$
$$w_i = \frac{1}{n}$$

在l层

$$w^{[l]} = np.random.randn(shape) * np.sqrt(\frac{1}{n^{[l-1]}})(\text{Note:这里shape是两个参数，或者对tuple进行拆包})$$

如果使用的是Relu 函数，使用 $\frac{2}{n}$ 会更好一些
如果激活函数使用的是 tanh，使用$\sqrt{\frac{1}{n^{[l-1]}}}$

Mini-Batch梯度下降

以 输入样本X有500万个为例

$$X = \{X^{(1)}, X^{(2)}, X^{(3)}, \ldots, X^{(1000)}, | X^{(1001)}, X^{(1002)}, \ldots, X^{(2000)}, | \cdots | \ldots X^{(500w)}\}$$

这里将500万个数据分成了5000个mini-batch，同时也需要将Y按照与X对应的方式分组

$$X^{\{t\}} \text{大小} \ (n_x, 1000)$$
$$Y^{\{t\}} \text{大小} \ (1, 1000)$$

具体训练方式用伪代码表示:

$$
\begin{gathered}
for t = 1, \ldots, 5000: \\
Forward propon X^{\{t\}} \\
Z^{[l]} = W^{[l]} X^{\{t\}} + b^{[l]} \\
A^{[l]} = g^{[l]}(Z^{[l]}) \\
\vdots \\
A[L] = g^{[L]}(Z^{[L]}) \\
`Compute cost J = \frac{1}{1000} \sum_{i=1}^{l} L(\hat{y}^{(i)}, y^{(i)}) + \frac{\lambda}{2x1000} \sum ||w^{[l]}||^2 \quad (Note: y^{(i)} from X^{\{t\}}, Y^{\{t\}}) \\
Backprop to compute gradient with J^{\{t\}} (using X^{\{t\}}, Y^{\{t\}})) \\
w^{[l]} := w^{[l]} - \alpha dw^{[l]} \\
b^{[l]} := b^{[l]} - \alpha db^{[l]}
\end{gathered}
$$

在Batch gradient descent中 $J(\theta)$一定会随着迭代次数的增加而减小，但是在Mini-Batch gradient descent 中从局部来看是不一定的

Note:

> *If mini-batch size = m:Batch gradient descent If mini-batch size = 1:Stochastic gradient descent（随机梯度下降）*

mini-batch的选取案例

if small training set：Use batch gradient descent
Typical mini-batch size:64,128,256,512
Make sure minibatch fit in CPU/GPU mem

梯度下降的高级算法

指数加权平均

给出递推公式

$$V_0 = 0 V_t = \beta V_{t-1} + (1-\beta)\theta_t$$

θ_t为输入，这里以每日的气温为例

$$V_t \approx average on \frac{1}{1-\beta} day's temperature$$

β越大，V_t变化越小，v_t曲线较为平缓

$$\beta = 0.9 \approx 10 days \beta = 0.98 \approx 50 days \beta = 0.5 \approx 2 days$$

V_t在统计学中称为moving average in the statistics literature(指数加权平均值)

下面看这样一个推导:

$$V_3 = \beta V_2 + (1-\beta)\theta_3$$

$$= (1-\beta)\theta_3 + \beta((1-\beta)\theta_2 + \beta V_1)$$

$$= (1-\beta)\theta_3 + \beta((1-\beta)\theta_2) + \beta^2(1-\beta)\theta_1$$

由上式可见 β 是一个衰减项，使得过去值影响当前变化值，若 $\beta = 0.9$时，那么$\beta^1 0 \approx 0.33 \approx \frac{1}{e}$
因此称当$\beta = 0.9$时，V_t约等于近十日加权平均值

指数加权平均值的偏差修正

解决 $V_1 = (1-\beta)\theta_0$问题，即这样运算会导致一开始前几项会很小
这里我们可以令

$$V_t := \frac{V_t}{1-\beta^t}$$

eg.$V_2 := \frac{V_2}{1-\beta^2} = \frac{V_2}{1-0.98^2} = \frac{V_2}{0.0396}$ 当t很大时，β^t趋向于0，因此偏差修正项不再起作用。
偏差修正能够在早期就能获得更好的估测

Gradient descent with momentum

伪代码展示:

$$On\ iteration\ t:$$

$$Compute\ dw, db\ on\ current\ mini-batch$$

$$V_{dw} = \beta V_{dw} + (1-\beta)dw$$

$$V_{db} = \beta V_{db} + (1-\beta)db$$

$$w := w - \alpha V_{dw}$$

$$b := b - \alpha V_{db}$$

这样就可以减缓梯度下降的频率，一般取β为0.9，这里不关心初代V_{dw}、V_{db} 的值，因此不需要偏差修正。

RMSProp （root mean square prop）

$$On\ iteration\ t:$$

$$Compute\ dw, db\ on\ current\ mini-batch$$

$$S_{dw} = \beta S_{dw} + (1-\beta)(dw)^2$$

$$S_{db} = \beta S_{db} + (1-\beta)(db)^2$$

$$w := w - \alpha \frac{dw}{\sqrt{S_{dw}} + \epsilon}$$

$$b := b - \alpha \frac{db}{\sqrt{S_{db}} + \epsilon}$$

此时 α可以取较大值，为了确保无除0操作，加上ϵ项，一般ϵ取10^{-8},取β为0.999

Adam optimization algorithm

Adam put momentum and RMSprop together

$$V_{dw} = 0, S_{dw} = 0, V_{db} = 0, S_{db} = 0$$

$$On\ iteration\ t:$$

$$Compute\ dw, db\ on\ current\ mini-batch$$

$$V_{dw} = \beta_1 V_{dw} + (1-\beta_1)dw$$

$$V_{db} = \beta_1 V_{db} + (1-\beta_1)db$$

$$S_{dw} = \beta_2 S_{dw} + (1-\beta_2)(dw)^2$$

$$S_{db} = \beta_2 S_{db} + (1-\beta_2)(db)^2$$

$$V_{dw}^{corrected} = \frac{V_{dw}^{corrected}}{1-\beta_1^t}, V_{db}^{corrected} = \frac{V_{db}^{corrected}}{1-\beta_1^t}$$

$$S_{dw}^{corrected} = \frac{S_{dw}^{corrected}}{1-\beta_1^t}, S_{db}^{corrected} = \frac{S_{db}^{corrected}}{1-\beta_1^t}$$

$$w := w - \alpha \frac{V_{dw}^{corrected}}{\sqrt{S_{dw}^{corrected}} + \epsilon}$$

$$b := b - \alpha \frac{V_{db}^{corrected}}{\sqrt{S_{db}^{corrected}} + \epsilon}$$

各个参数的典型值

$$\alpha : need\ to\ be\ tune$$
$$\beta_1 : 0.9$$
$$\beta_2 : 0.999$$
$$\epsilon : 10^{-8}$$

Adam:Adaptivbe moment estimation

Laernging rate decay

将学习率设计成一个随着自变量（比如迭代次数α)下降的函数

超参数调试、

目前参数有 α、β、$\#layers$、$\#hiddenunits$、$learning\, rate\, decay$、$mini-batch\ size$
在选用参数1与参数2调试时，需要在一个矩形区域内随机选点，而不是用网格上的点。
然后在大致确定一个区域，再从这个区域中继续随机选点，直到参数达到要求。
对于一些特定参数比如 α
α 在取 0.0001~1之间取数值时m要使用对数坐标划分，即0.0001、 0.001、 0.01、 0.1、 1这几个值，然后进一步缩小范围
伪代码举例:

```
r = -4 * np.random.rand()
a = 10 ** r
```

Batch Normalization

对$a^{[l]}$进行normalization，方法与对X进行normalization相同，实践中更多的是对$z^{[l]}$进行归一化处理。
设$z^{[l]}$化为m个n维列向量，设z有n个特征（z矩阵 n行 m列）

$$\mu = \frac{1}{m}np.sum(z^{[l]}, axis=1)$$

$$(Note\text{：这里}\mu\text{是一个}n\text{维列向量，直观理解就是对}Z\text{矩阵的各行取平均值，然后将值放回}\mu\text{矩阵})$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{m}np.sum((z^{(l)}-\mu).*(z^{(l)}-\mu), axis=1)$$

$$(Note\text{：这里}(z^{(l)}-\mu)\text{涉及到}python\text{中的广播，}$$

$$(z^{(l)}-\mu).*(z^{(l)}-\mu)\text{得到是一个与}z\text{形状大小相同的矩阵，}\sigma^2\text{是一个}n\text{维列向量})$$

$$z_{norm}^{(l)} = \frac{z^{(l)}-\mu}{\sqrt{\sigma^2+\epsilon}}$$

ϵ 的存在是为了防止zero division

$$\tilde{z}^{(l)} = \gamma z_{norm}^{(l)} + \beta$$

γ 和 β存在的意思是可任意设定$\tilde{z}^{(l)}$的均值

下面说明下归一化的过程

$$X \xrightarrow{w^{(l)},b^{(l)}} Z^{[l]} \xrightarrow{\beta^{(l)},\gamma^{(l)}} \tilde{z}^{(l)} \longrightarrow a^{[l]}$$

归一化可以使每一层的神经网络独立性加强

多分类问题 softmax regression

对于多分类问题，$\vec{y}$应该输出多分类和各个分类的概率，根据概率性质应该满足$\sum\vec{y}=1$
对于最后一层(层L)来说，运用softmax regression:

$$
\begin{gathered}
Z^{[L]}=W^{[l]}a^{[L-1]}+b^{[L]} \\
Activation function \\
\vec{t}=e^{z^{[l]}} \\
\hat{y}=a^{[l]}=\frac{e^{z^{[l]}}}{\sum \vec{t}}
\end{gathered}
$$

training step

eg

$$
\vec{y}=\begin{pmatrix} 0 \\ \\ 1 \\ \\ 0 \\ \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{\hat{y}}=\begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.2 \\ 0.1 \\ 0.4 \end{pmatrix}
$$

loss function:

$$
L(\vec{y},\vec{\hat{y}})=-\sum_{j=1}^{4} y_j \log(\hat{y}_j)
$$

$$
=-y_2\log(\hat{y}_2)
$$

$$
=-\log \hat{y}_2
$$

如果预测正确

$\hat{y}_2 \rightarrow 1, L(\vec{y},\vec{\hat{y}}) \rightarrow 0$

如果预测错误

$\hat{y}_2 \rightarrow 0, L(\vec{y},\vec{\hat{y}}) \rightarrow \infty$

cost function:

$$
J(w^{[1]},b^{[1]},\dots)=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} L(\hat{y}^{(i)},y^{(i)})
$$

Backprop关键一步:

$$
\frac{\partial J}{\partial z^{(L)}}=dz^{(L)}=\hat{y}-y
$$

卷积神经网络

边缘检测

介绍几种卷积核

- 垂直边缘检测

1	0	-1
1	0	-1
1	0	-1

- 水平边缘检测

1	1	1
0	0	0
-1	-1	-1

- Sober filter

1	0	-1
2	0	-2
1	0	-1

Padding

问题：边角的像素在传统卷积运算中参与的机会较少，因此加入padding运算，弥补这一个缺点。

设原图大小为n*n，p为Padding大小，f为卷积核大小
要得到与原输入相同大小图像，则需有 n+2p-f+1 = n=>$p = \frac{f-1}{2}$
这也解释了为什么卷积核大小都是奇数

卷积步长

卷积步长：即卷积核每次向右移动几列像素 图像nxn f*f卷积核 padding大小p stride:s 那么输出图像大小:
w×h =

$$\lfloor \frac{n+2p-f}{s} + 1 \rfloor \times \lfloor \frac{n+2p-f}{s} + 1 \rfloor$$

Summary of notation

If layer l is a convolution layer
$f^{[l]}$ = filter size
$p^{[l]}$ = padding $s^{[l]}$ = stride
$n_c^{[l]}$ = number of filters
Input: $n_h^{[l-1]} \times n_w^{[l-1]} \times n_c^{[l-1]}$ Output: $n_h^{[l]} \times n_w^{[l]} \times n_c^{[l]}$ Each filter is: $f^{[l]} \times f^{[l]} \times n_c^{[l-1]}$
Activation:

$$a^[l] \rightarrow n_h^{[l]} \times n_w^{[l]} \times n_c^{[l]}$$
$$A^{[l]} \rightarrow m \times n_h^{[l]} \times n_w^{[l]} \times n_c^{[l]}$$

Weight: $f^{[l]} \times f^{[l]} \times n_c^{[l-1]} \times n_c^{[l]}$ bias: $n_c^{[l]} - (1 \times 1 \times 1 \times n_c^{[l]})$ Convolution(Conv) : 卷积
Pooling（Pool）：池化
Fully connected(FC)：全连接
Note:bias 对于 n__c^{[l]}个通道而言共享

Pooling layer

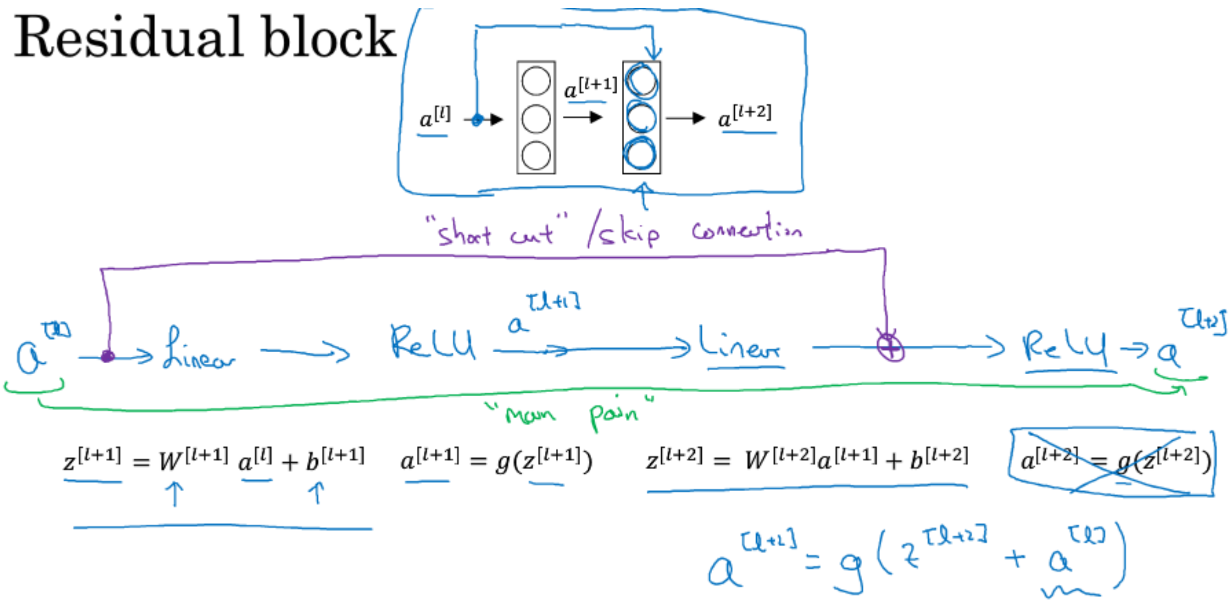
- Max pooling
- Average pooling Pooling与convolution不同的在于，如果input为多通道，则pooling会对每个通道计算pooling，输出为多通道
  Input:$n_h \times n_w \times n_c$ Output:$\lfloor \frac{n_H - f}{s} + 1 \rfloor \times \lfloor \frac{n_H - f}{s} + 1 \rfloor \times n_c$
  在计算神经网络层数时，一般不计算池化层，或者将池化层与卷积层合在一起计算。

Case Study

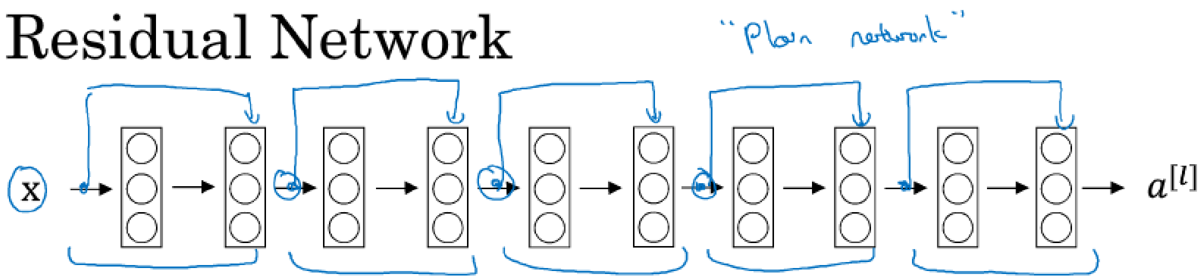
- Classtic networks
  - LeNet-5 （1998在池化层后引入了sigmoid non-linearity）
  - Alexnet (Relu)
  - VGG (VGG-16、VGG-19)
- ResNet
- Inception

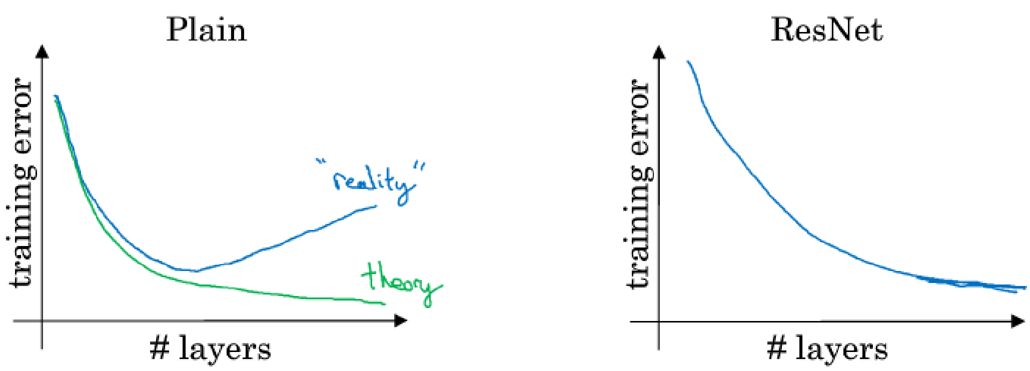
Resnet

1. Residual block



主要是理解公式，这里可以看出要求$a^{[l]}$ 与 $z^{[l+2]}$这两个矩阵大小要相同





1x1 convolution

对于多通道而言，1x1 convolution可以认为是对多个通道上像素点进行全连接

数据扩充（针对图片）

- Mirror
- Random Cropping
- Color shifting
  - PCA