



# 第六讲 库存管理



华南理工大学 工商管理学院  
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION  
SOUTH CHINA UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



## 本讲内容

- ❖ 库存基础概念
- ❖ 经济订货批量模型
- ❖ 不确定需求下的库存管理
- ❖ 库存共享



华南理工大学  
South China University of Technology



ASSOCIATION  
OF  
AMBA

# 企业走访

❖ 宝洁

❖ 广州飞机维修工程有限公司





原料来源

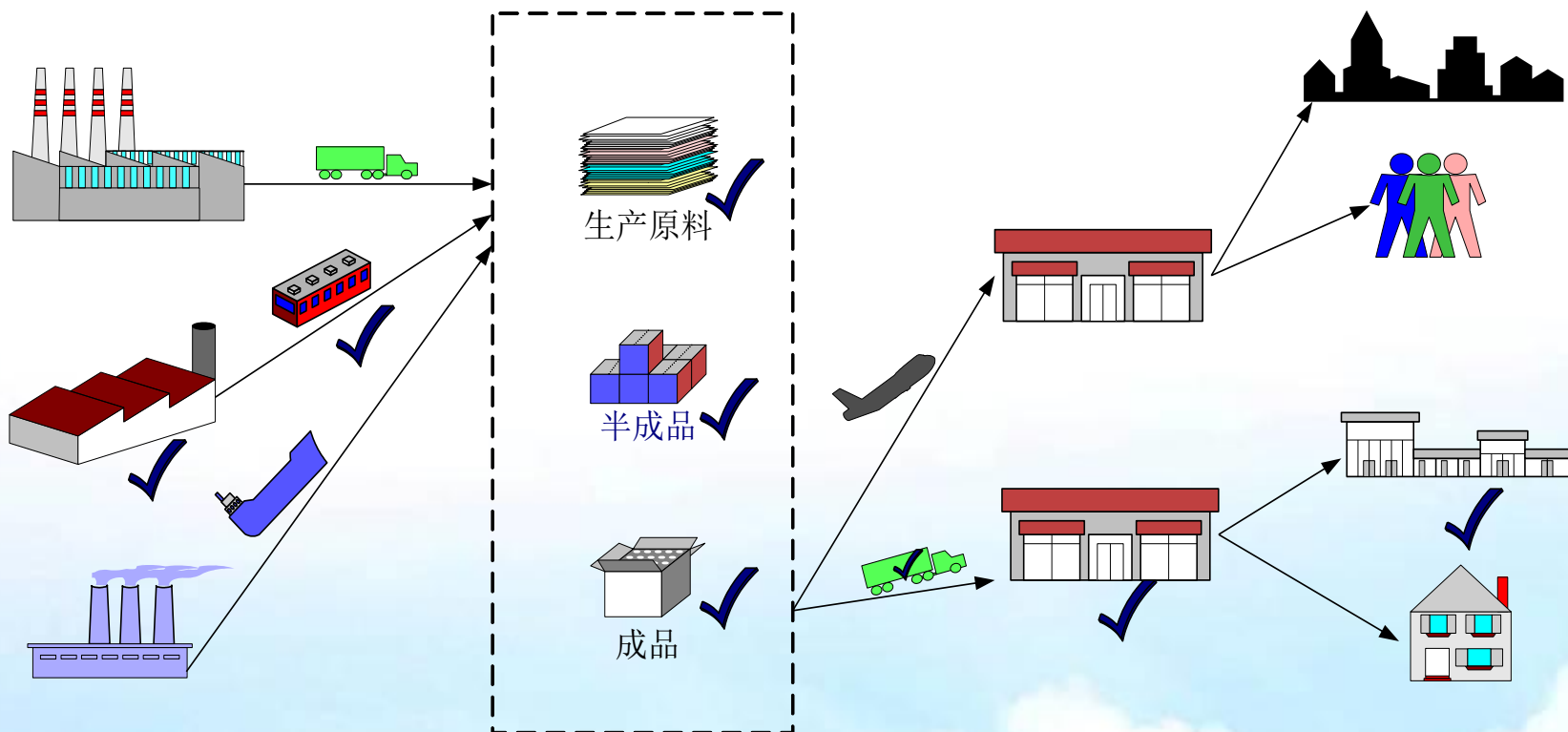
内向运输

生产

外向运输

成品储存

客户



供应渠道中的库存



# 怎样看待库存?

❖ 如果你是:

- 销售经理
- 财务总监
- 生产经理
- 运输经理
- 总经理
- 你会喜欢库存还是讨厌库存?



## 持有库存的原因

- ❖ 改善客户服务（不缺货）
- ❖ 鼓励（大量）生产，采购和运输经济
- ❖ 充当对价格变化的对冲
- ❖ 防止需求和交付周期的不确定性
- ❖ 作为对付突发事件的对冲

库存是所有其他问题的症状表现

*“Every management mistake ends up in inventory”*

*Michael C. Bergerac, Former CEO, Revlon*





# 反对持有库存的原因？

- ❖ 库存相关成本
- ❖ 库存作为一种缓冲器会掩盖质量问题，这些问题如果没有他们的存在就会立即得到解决（精益生产背后的一个主要动机）
- ❖ 库存数量的增加会引起总资产的增加，导致投资回报率下降



# 库存分类

## ❖ 1. 按在“投入-转换-产出”过程中所处的状态分类:

### ■ 原材料库存

- 刚采购回来还未进行加工

### ■ 在制品库存

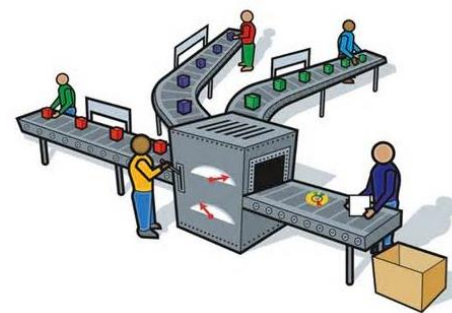
- 正在加工拼装，但还没结束制作过程

### ■ 维修库存（如备品、配件等）

- 成品的组成部分，还未进行拼装

### ■ 成品库存

- 最终产品，在仓库等待发售







华南理工大学  
South China University of Technology



ASSOCIATION  
OF  
AMBA

2.按库存的作用分类：周转库存、安全库存、  
调节库存、在途库存。



❖ **周转库存：**为满足日常经营需要而保有的库存，周转库存的大小与采购批量直接相关。这种库存随着每日的消耗而减少，当降低到一定水平时需要补充库存。

❖ **安全库存：**为了防止不确定因素的发生（如供货时间延迟、库存消耗速度突然加快等）而设置的库存。安全库存的大小与库存安全系数或库存服务水平有关。



- ❖ **调节库存：**用于调节需求与供应的不均衡、生产速度与供应的不均衡以及各个生产阶段产出的不均衡而设置的库存。
- ❖ **在途库存：**处于运输以及停放在相临两个工作地之间或相临两个组织之间的库存。在途库存的大小取决于运输时间以及该期间的平均需求。



# 库存管理的基本问题

■ 什么时候应该下订单?

■ 订货量应该是多少?

其它问题还包括:

- ◆ 多长时间检查一次?
- ◆ 从哪里?
- ◆ 放置于哪里?
- ◆ 怎么运送?
- ◆ ○ ○ ○ ○ ○ ○



华南理工大学  
South China University of Technology



ASSOCIATION  
OF  
AMBA

# 库存管理的衡量指标

平均库存量

可供应时间

库存周转率

库存象河流，水位要低，流速要快。



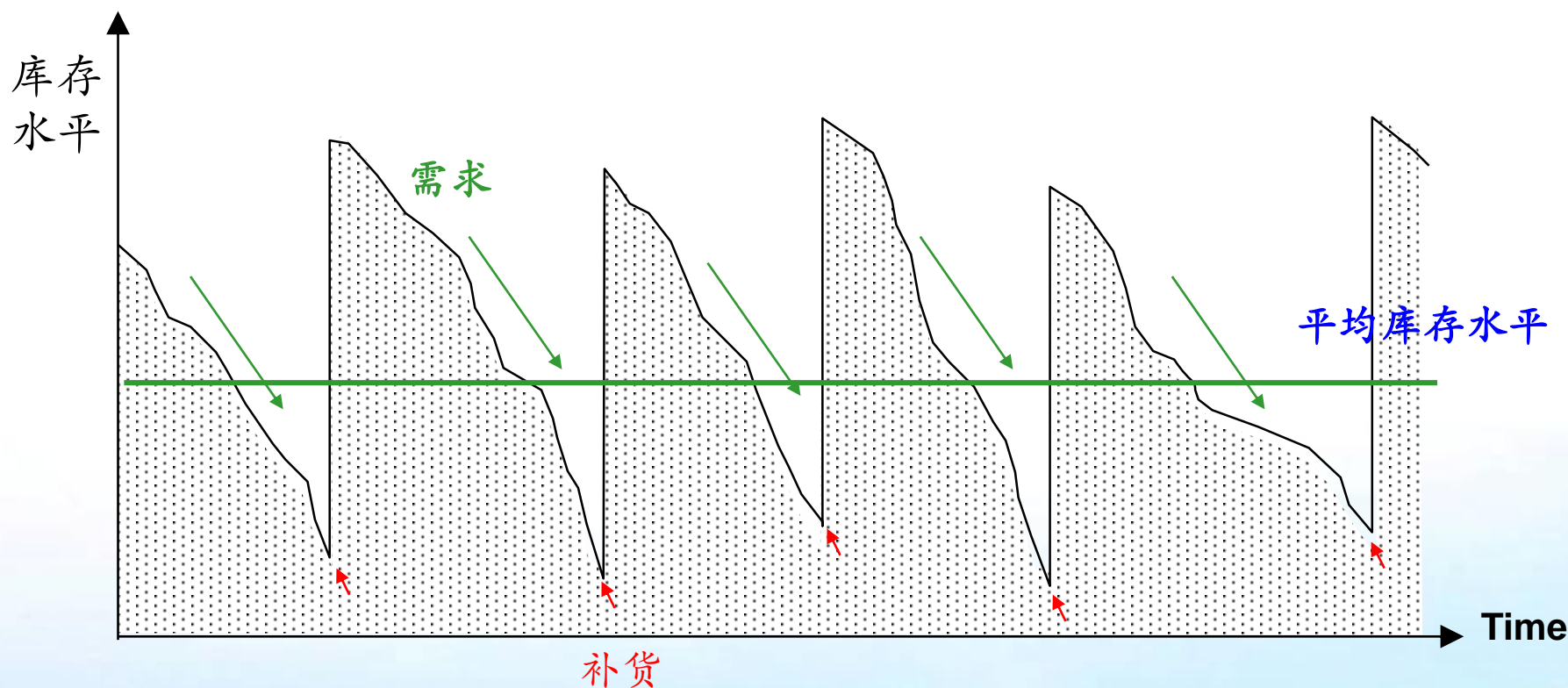


# 库存周转率

- ❖ 库存周转率衡量公司销售库存物品的速度。
- ❖ 如果公司的库存周转率为10，这意味着物品平均每年进出仓库10次，而库存在仓库中的平均时间为36.5天。
- ❖ 一些例子：
  - Dell: 63.5 (2001); 106.29 (2005); 93.17 (2006); 34.3 (2012); Amazon.com (2012): 10.7; Apple (2012): 74.1
  - McDonald's (2012): 142.4
- ❖ 库存周转率= 
$$\frac{\text{销售产品成本}}{\text{平均库存价值}}$$



# 平均库存水平



当库存只含有单一产品时:

$$\text{库存周转率} = \frac{\text{销售产品成本}}{\text{平均库存价值}} = \frac{\text{每年的销售量(需求)} \times c}{\text{平均的库存水平} \times c}$$



# 高库存周转VS低库存周转

- ❖ 假设年需求量为120个单位（每月10个单位）
- ❖ 当库存仅包含单一产品时
  - $\text{库存周转率} = \text{年需求量} / \text{平均库存水平}$
- ❖ 平均库存水平=10 单位；库存周转率 = 12
  - 已售出10单位；每个月补充10单位
- ❖ 平均库存水平=5 单位；库存周转率 = 24
  - 已售出5单位；每隔两星期补充5单位
- ❖ 有什么不同？



# 苹果的库存管理

- ❖ Apple以创新和设计而闻名。但很少有人知道Apple处理库存的方式也是促使它成功的一个因素。
- ❖ 研究公司Gartner将Apple的供应链评为2010年至2013年全球最佳供应链。
- ❖ 蒂姆库克认为，当谈到智能手机，平板电脑和笔记本电脑等技术时，库存非常非常迅速地贬值，每周损失1-2%的价值 - “库存基本上是邪恶的”他说。
- ❖ 2011年，Apple的库存周转率是戴尔的2倍，比惠普好5倍，比黑莓好4.5倍，比摩托罗拉好5.5倍。
- ❖ 2014年第一季度，苹果的库存为21亿美元（2013财年的销售额为1700亿美元）



## 概率论回顾

❖ 随机变量 $X$ : 一个变量可以根据随机性取不同的值

- 离散型: 概率函数和累积分布函数

$$p(x) = P\{X = x\} \text{ and } \sum_i p(x_i) = 1$$

$$F(x) = \sum_{y:y < x} p(y)$$

- 连续型: 概率密度函数和累积分布函数

$$\int_a^b f(x)dx = P\{a \leq x \leq b\} \text{ and } \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(y)dy, \text{ or } f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$$





## ❖ 期望

Discrete:  $E(X) = \sum_x xp(x)$

Continuous:  $E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$

## ❖ 方差和标准差

$$\sigma = \sqrt{\text{Var}(X)}$$

$$\text{Var}(X) = E[(X - E(X))^2] = E(X^2) - E(X)^2$$

# Normal Distribution

- c.d.f of normal distribution:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right]$$

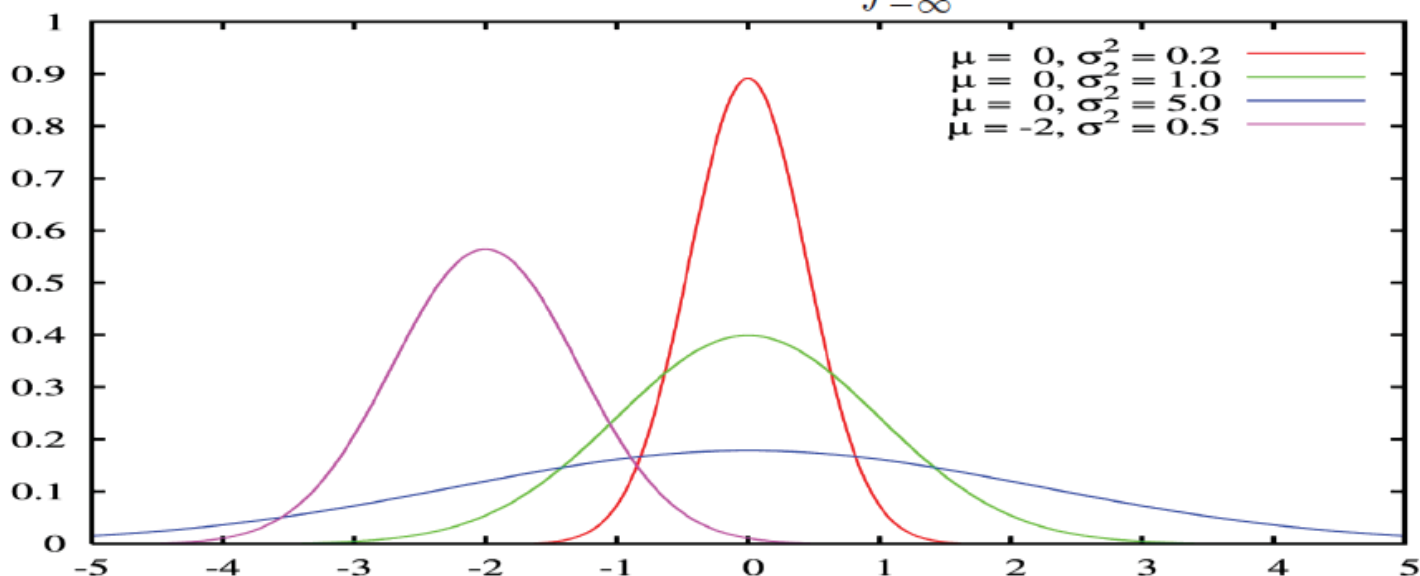
where  $\mu$  is the mean, and  $\sigma$  is the deviation

- Specifically, standard normal distribution is  $\mu = 0$  and  $\sigma = 1$ ,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{x^2}{2} \right]$$

- Specifically, the c.d.f for standard normal distribution is written as:

$$\Phi(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$$





## Estimating $\mu$ and $\sigma^2$ using Empirical Data

- Empirical distribution can be used in analysis but is inconvenient
- We use the same mean  $\bar{D}$  and sample variance  $s^2$  as estimators for  $\mu$  and  $\sigma$  of normal distribution
- Let  $D_1, D_2, \dots, D_n$  be  $n$  past observations of demand, then

$$\bar{D} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_i \quad (1)$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (D_i - \bar{D})^2$$



某卖报的小行家去年每周卖的周报量如下所示，假设每周周报的需求量服从正太分布，请问该分布的期望和标准差分别是？

15	19	9	12	9	22	4	7	8	11	14	11	6
11	9	18	10	0	14	12	8	9	5	4	4	17
18	14	15	8	6	7	12	15	15	19	9	10	9
16	8	11	11	18	15	17	19	14	14	17	12	12

$$\bar{D} = 11.73$$

$$s = s = 4.74$$

## Transform a Normal Distribution to Standard Form

- In order to use normal distribution lookup table, non-standard distribution needs to be converted to standard form
- The p.d.f for normal distribution of r.v  $x$ :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right]$$

with mean  $\mu$  and deviation  $\sigma$

- By definition,  $x$ 's c.d.f is:

$$\begin{aligned} F(x) &= P(X \leq x) = P(X - \mu \leq x - \mu) \\ &= P \left( \underbrace{\frac{X - \mu}{\sigma}}_{\text{standard normal variable } Z} \leq \underbrace{\frac{x - \mu}{\sigma}}_z \right) \\ &= P(Z \leq z) = \Phi(z) \end{aligned}$$

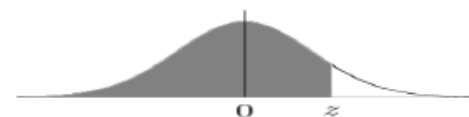
where  $z = \frac{x - \mu}{\sigma}$ , or  $x = \mu + \sigma z$



# Standard Normal Distribution Table: Full

## CUMULATIVE NORMAL DISTRIBUTION TABLE

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-s^2/2} ds$$



$z$	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995



# 推动式库存管理

- ❖ 基于每一个仓库的预测，将供给分配给各个仓库。利用生产和采购的规模经济来决定库存水平。如何解决？
- ❖ 每一个仓库要保持多少库存？
- ❖ 一批生产和采购应分配到每一个仓库的库存是多少？
- ❖ 超过需求的供给量在各存储点如何分配？



## 推动式库存管理举例

- ❖ 金枪鱼食品加工厂会加工船队带回的所有金枪鱼。现有的生产批量是125000磅，工厂只能存储满足一个月需求的产品。然后按月分配到三个基层仓库（Field Warehouse）中。工厂对各仓库下个月的需求进行了预测，检查了现有的库存水平，确定了各仓库的预期现货供应能力，所有数据见表。



❖ 根据上述库存管理资料，计算下个月每个仓库的需求量，并确定生产的食品在三个仓库如何分配？

仓库	所持库存 (磅)	预测需求 (磅)	预测误差 (标准 差) (磅)	库存现货供 应水平 (服 务)
1	5000	10000	2000	90%
2	15000	50000	1500	95%
3	30000	70000	20000	90%
		$\Sigma = 130000$		



# 分析

- ❖ 总需求  $Q_{\text{总}} = \text{预测需求} + \text{满足服务水平的额外需求}$
- ❖ 净需求  $Q_{\text{NR}} = Q_{\text{总}} - I$
- ❖  $Q_{\text{过剩}} = \text{生产批量} - Q_{\text{NR}}$  (按各仓库平均需求占比分配)
- ❖  $Q_{\text{分配}} = Q_{\text{NR}} + Q_{\text{过剩}}$





# 计算过程

仓库	总需求	所持库存	净需求	分摊部分	分配总额
1	12560	5000	7560	1105	8665
2	52475	15000	37475	5525	43000
3	95600	30000	65600	7735	73335
	160635		110635	14365	125000



# 拉动式库存管理法

## ❖ 拉动式库存管理法 (Pull Inventory Management Philosophy)

- 每一个存储点都独立于渠道中其它所有的仓库；不考虑各个仓库不同的补货量和补货时间对采购成本的节约。
- 适用于零售环节。

## ❖ 一次性（单周期）订货批量

## ❖ 重复订货批量

- EOQ
- 连续检查
- 周期检查



# 单周期库存模型

## ❖ 单周期需求

- 有效期短暂。报纸、杂志等。
- 生命周期短。海鲜、新鲜蔬菜、面包等。
- 一次性购买或使用。一些工程材料、神舟号配件。

❖ 这类模型通常被称为报童问题（“Newsboy” problems）。



# 报童模型 (Newsvendor Model)



啦啦啦，啦啦啦，我是卖报的小行家，  
不等天明去派报。。。



每天早上，报童都会去出版社派报，由于报纸存在时效性，当天没卖掉的报纸可能就没人要了，但需求又存在不确定性，他不知道今天能忽悠多少人买他的报纸，请问报童该派多少份报纸才能最大化他的利润？





## 案例

- ❖ 一名报童以每份0.20元的价格从发行人那里订购报纸，然后再以0.50元的零售价格出售。但是，他在订购第二天的报纸时不能确定实际的需求量，而只是根据以前的经验，知道需求量具有均值为50份、标准偏差为12份的正态分布。那么他应当订购多少份报纸呢？





## ❖ 这是一次性决定模型

- 对于零售商或制造商来说，当要应付短期内的需求时，所要考虑的情形
- 需求过低时，其中没在当期卖掉的商品会贬值；需求过高时，由于备货时间较长，所下的订单无法在短期内收到，造成缺货
- 例子：报纸、圣诞树、食品等

此类问题难点在于  
需求存在不确定性



## 基本思路:

- ❖ 单周期库存问题决策侧重于定货批量，没有订货时间决策问题；
- ❖ 订货量等于需求预测量
  - 库存控制的关键：确定或估计需求量
  - 预测误差的存在导致二种损失（成本）：
- ❖ 欠储（机会）成本 $C_s$ ：需求量大于订货量导致缺货而造成的损失。
- ❖ 超储（陈旧）成本 $C_e$ ：需求量小于订货量导致超储而造成的损失。
- ❖ 机会成本或超储成本对最佳订货量的确定起决定性的作用



# 基本假设和符号

- 需求 $D$ 非负，服从某连续分布，pdf和CDF分别为 $f(x)$  and  $F(x)$
- 在阶段一开始，订购 $Q$ 份报纸（商品数量）
- 超储成本 $c_o$  (overage cost)
- 缺货成本 $c_u$  (underage cost), 如损失的利润

## Example

- \$0.25 per newspaper to buy
- \$0.75 per newspaper to sell
- \$0.1 per newspaper unsold
- $c_o = 0.25 - 0.1 = 0.15$
- $c_u = 0.75 - 0.25 = 0.5$

- 如何确定最优订货方案？

- 成本函数

$$G(Q, D) = \begin{cases} c_o(Q - D) & \text{if } Q > D \\ c_u(D - Q) & \text{if } D > Q \end{cases}$$



$$G(Q, D) = c_o \max(0, Q - D) + c_u \max(0, D - Q)$$

对成本求期望  $G(Q) = E(G(Q, D))$

$$G(Q) = c_o \int_0^{\infty} \max(0, Q - x) f(x) dx \quad (2)$$

$$+ c_u \int_0^{\infty} \max(0, x - Q) f(x) dx$$

$$= c_o \int_0^Q (Q - x) f(x) dx + c_u \int_Q^{\infty} (x - Q) f(x) dx$$

- 最优订货量

$$\text{Min } G(Q)$$



Using *Leibniz's rule*, the derivative of  $G(Q)$  is:

$$\begin{aligned}\frac{dG(Q)}{dQ} &= c_o \int_0^Q 1 f(x) dx + c_u \int_Q^\infty (-1) f(x) dx \\ &= c_o F(Q) - c_u (1 - F(Q))\end{aligned}$$

Since  $\frac{d^2 G(Q)}{dQ^2} = (c_o + c_u) f(Q) \geq 0$  for all  $Q \geq 0$ ,  $G(Q)$  has a minimal with optimal  $Q^*$  occurs at  $G'(Q) = 0$

$$\text{i.e., } G'(Q^*) = (c_o + c_u) F(Q^*) - c_u = 0$$

So  $Q^*$  is:

$$F(Q^*) = \frac{c_u}{c_o + c_u} \quad (3)$$

Where  $F$  is the cumulative distribution function of  $D$  (e.g., Cdf of normal distribution function)

## Optimal Quantity vs. Expected Demand

If  $D$  follows the normal distribution with mean  $\mu$ :

- $\boxed{c_u > c_o} \Rightarrow F(Q^*) = \frac{c_u}{c_u + c_o} > 0.5 \Rightarrow z > 0 \Rightarrow Q^* > \mu$ 
  - If shortage is more costly, order *more than* expected demand
- $\boxed{c_u < c_o} \Rightarrow F(Q^*) = \frac{c_u}{c_u + c_o} < 0.5 \Rightarrow z < 0 \Rightarrow Q^* < \mu$ 
  - If excessive inventory is more costly, order *less than* expected demand
- $\boxed{c_u = c_o} \Rightarrow F(Q^*) = \frac{c_u}{c_u + c_o} = 0.5 \Rightarrow z = 0 \Rightarrow Q^* = \mu$ 
  - If shortage and excessive inventory are equally costly, order expected demand



## Newsboy Model Example: Magazine Order

- Calculate *critical ratio* with  $c_u = 0.5$  and  $c_o = 0.1$

$$\frac{c_u}{c_u + c_o} = 0.77$$

- The normal approximation of frequency histogram is  $N(11.73, 4.74)$ , i.e.,  $\sigma = 4.74$  and  $\mu = 11.73$
- In order to use standard normal distribution table, let

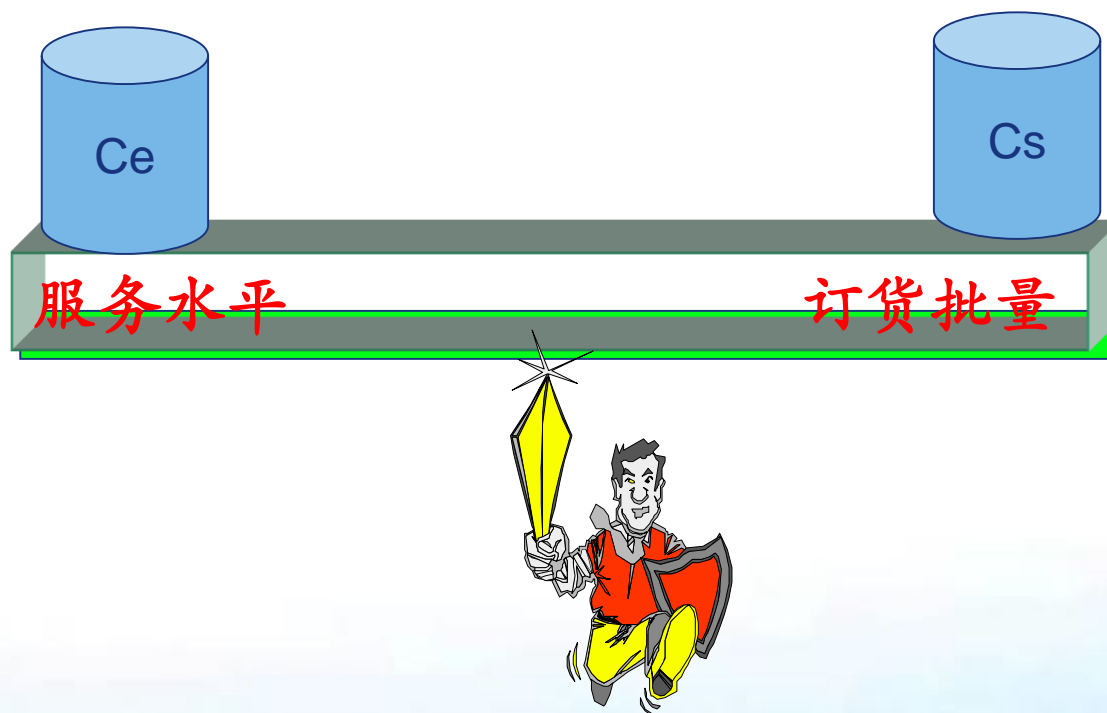
$$z = \frac{Q - \mu}{\sigma} \quad (4)$$

- Use normal distribution table (A-1 or A-4), the  $z$  value is:  $z = 0.74$
- From Eq. 4 the relation between  $Q^*$  and  $z$  is:

$$Q^* = \sigma z + \mu = (4.74)(0.74) + 11.73 = 15.24 \approx 15$$



# 连续型储备水平确定——跷跷板



$$\text{服务水平} SL = \frac{\text{单位缺货成本}}{\text{单位缺货成本} + \text{单位超储成本}} = \frac{C_s}{C_s + C_e}$$

- ❖ 需求均匀发生。这里，服务水平指需求超过库存水平的概率，是确定最优库存水平 $S_0$ 的关键。



## 如何判断？

- ❖ 原则应该是赚钱。所以，应该考虑期望利润大于期望损失。
- ❖ 怎么才是赚钱？
  - 满足服务水平就能赚到钱。



## 举例

- ❖ 未发酵的苹果酒每周一次运往Cindy的苹果酒吧。周需求在300~500升之间均匀变化，每升苹果酒的进价为20美分，售价80美分。卖不掉的果酒会变质，无残值。求最佳存货水平及期缺货风险。

$$\begin{aligned}\text{服务水平 } SL &= \frac{\text{单位缺货成本}}{\text{单位缺货成本} + \text{单位超储成本}} = \frac{C_s}{C_s + C_e} \\ &= \frac{0.6}{0.6 + 0.2} = 0.75\end{aligned}$$

- 服务水平为75%，即订货量应该满足75%时间内的需求，由于是均匀分布，则：

$$S_0 = 300 + 0.75 \times (500 - 300) = 450(\text{升})$$

- 缺货风险为25%。



## 举例

- ❖ 2019年MSOM-Singapore分会的组办方想预留一定数量的会议酒店房间，房间需求经过估计是服从正态分布。

$$\mu = 5000 \text{ and } \sigma = 2000.$$

- ❖ 房间的预留价格是50/间，如果需求超过预留房间的数量，超过的人数将被安排在隔壁酒店，那主办方需要支付隔壁酒店80/间，并且给参会者带来不便造成10的损失。那么，要预留多少间房能最小化成本？



## Solution

- To use Eq. 3, we need  $c_u$ ,  $c_o$ ,  $\mu$  and  $\sigma$ .
- $\mu = 5000$  and  $\sigma = 2000$
- $D$ : number of rooms required
- $Q$ : number of rooms to be reserved!
- When  $D < Q$ ,  $c_o = \$50 - 0 = \$50$
- When  $D > Q$ ,  $c_u = \$80 + \$10 - \$50 = \$40$

- Using Eq. (3), we have

$$F(Q^*) = \frac{c_u}{c_u + c_o} = \frac{40}{40 + 50} = 0.444$$





- To use standard normal distribution table, recall:

$$\begin{aligned} F(Q^*) &= P(X \leq Q^*) = P(X - \mu \leq Q^* - \mu) \\ &= P\left(\underbrace{\frac{X - \mu}{\sigma}}_{\text{standard normal } Z} \leq \underbrace{\frac{Q^* - \mu}{\sigma}}_z\right) \\ &= \Phi(z) = 0.444 \end{aligned}$$

- Based on standard normal distribution table,  $z = -0.14$
- From  $z = \frac{Q^* - \mu}{\sigma}$ , we have

$$Q^* = \mu + \sigma z = 5000 + (2000)(-0.14) = 4720$$

- The organizers should reserve 4720 rooms
- If  $c_o = \$150$ , then  $Q^* = 3390$



❖ 某商贩需要决定一个圣诞节流行的手提包的订购数量，需求是估计成正态分布 $N(150, 20^2)$ 。每个包的成本是28.5，价格是150. 没卖掉的包每个以20处理掉，并且到了期末，还没卖掉的货物会产生订购价40%的机会成本. 商人需要订多少个包来最小化库存成本？

## Solution

- To use Eq. 3, we need  $c_u$ ,  $c_o$ ,  $\mu$  and  $\sigma$ .
- $\mu = 150$  and  $\sigma = 20$
- $D$ : number of bags demanded
- $Q$ : number of bags ordered
- When  $D < Q$ ,  $c_o = \$28.5 - \$20 + (0.4)(\$28.5) = \$19.9$
- When  $D > Q$ ,  $c_u = \$150 - \$28.5 = \$121.5$
- Using Eq. (3), we have

$$F(Q^*) = \frac{c_u}{c_u + c_o} = \frac{121.5}{121.5 + 19.9} = 0.86$$

- Based on standard normal distribution table,  $z = 1.08$
- From  $z = \frac{Q^* - \mu}{\sigma}$ , we have

$$Q^* = \mu + \sigma z = 150 + (20)(1.08) = 172$$

- The shop should order 172 bags



## 应用

- ❖ 你和女朋友晚上六点钟在她家附近的一个地方约会。你从家里乘车过去所用的平均时间是30分钟，但由于高峰期会出现交通阻塞，因此还会有一些偏差。路程所用时间的标准偏差估计为10分钟，服从正态分布。虽然很难量化您每迟到一分钟所造成的损失，但是您觉得每晚到1分钟要比早到1分钟付出十倍的代价。那么您应当什么时候从办公室出发呢？



# 你该什么时候出发？

设  $X$  为允许的路程时间，设  $Y$  为实际路程时间。

$X < Y$  就意味着会比约定时间晚到。

$$\begin{aligned}\text{服务水平 } SL &= \frac{\text{单位缺货成本}}{\text{单位缺货成本} + \text{单位超储成本}} = \frac{C_s}{C_s + C_e} \\ &= \frac{10}{10 + 1} = 0.91\end{aligned}$$

计算最佳出发时间  $X^*$

根据正态表， $SL=91\%$  时， $z=1.34$ ，因此，

$X^*=30+1.34(10)=43.4$ 。您应当在下午5点16分出发。



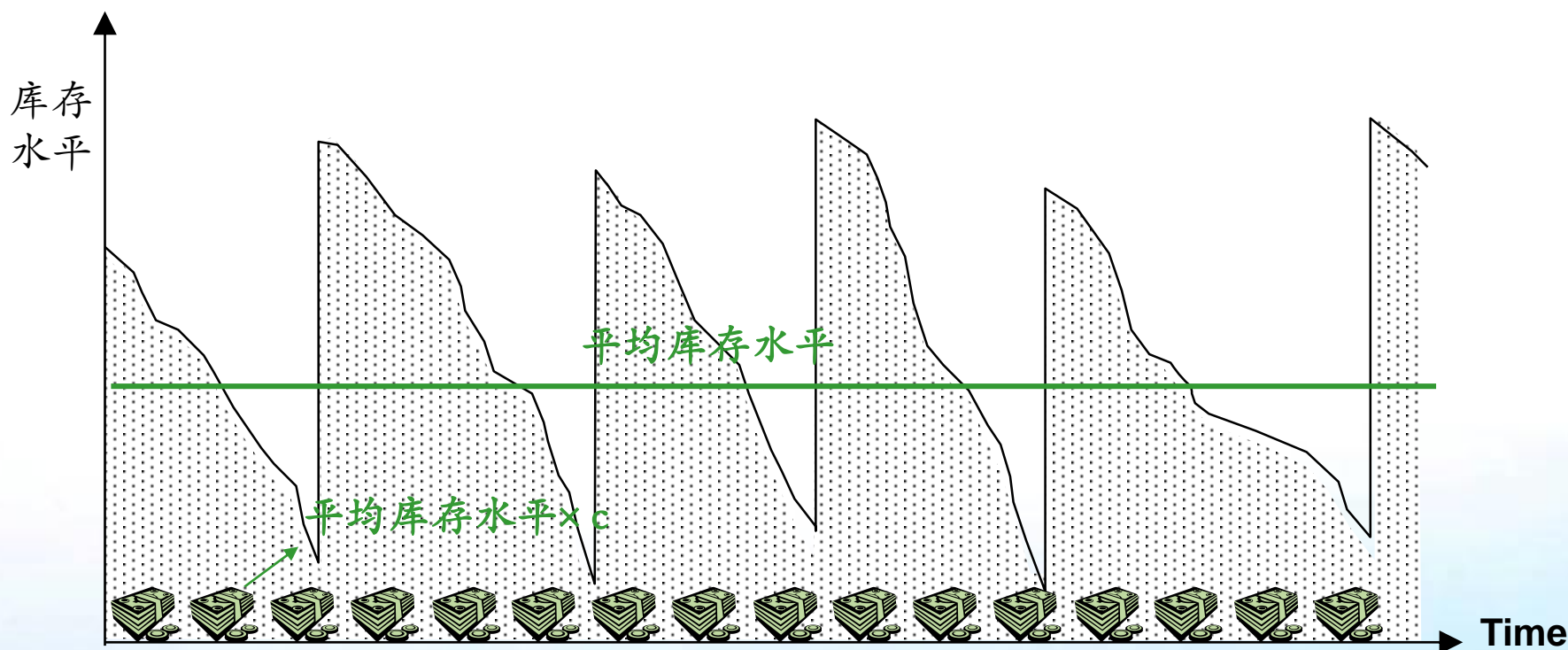
## 重复订货批量---经济订货批量（需求确定）

- ❖ 订货批量是指消耗一次订货费用一次采购某种产品的数量。
- ❖ 经济订货批量 (Economic Order Quantity, 简称EOQ), 就是按照库存总费用最小的原则确定出的订货批量, 这种确定订货批量的方法就称为经济订货批量法。
- ❖ 也称为经济批量 (Economic lot size)。





# 库存持有成本



$$\begin{array}{ccccc} \text{每年} & & \text{每年} & & \\ \text{库存持有成本} = & \text{平均库存价值} * & \text{持有费率} & & \\ \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow \\ \text{年利息} & & \text{存在银行} & & \text{利息率} \end{array}$$



# 库存持有成本

- ❖ 库存持有的成本中的主要成本是库存占用资金成本，但也包括过时，保险，个人财产税，存储成本，收缩成本等。
- ❖ 承担费用以年费率报价。将此费率乘以项目的单位成本得出年度单位持有成本（H）。
- ❖ 例如，如果一个单位的成本是30美元，那么每年持有库存的费率是24%。公司的平均库存水平为2500个单位。年平均库存持有成本是多少？



## 固定成本或启动成本

- ❖ 假设固定成本为 $S$ ，其是由每次下订单时产生的。
- ❖ 固定成本可能是来源于
  - 准备订单的费用
  - 生产启动费用
  - 在接受点处理物料的费用



# 具有恒定需求率的库存控制

$D$ : 需求率

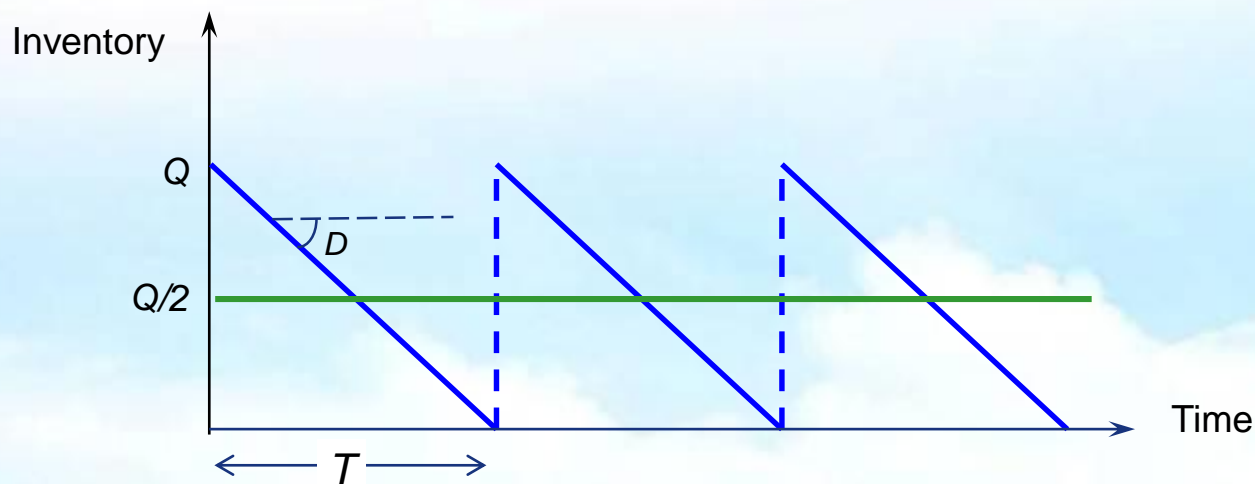
$Q$ : 订货量

$T$ : 订货周期  $T=Q/D$

❖ 订货次数 =  $1/T$

❖ 平均库存水平

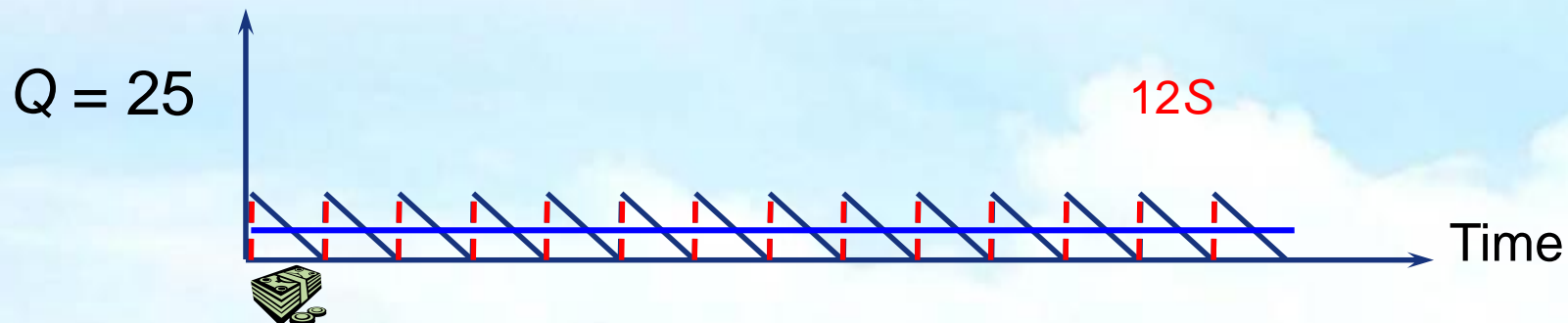
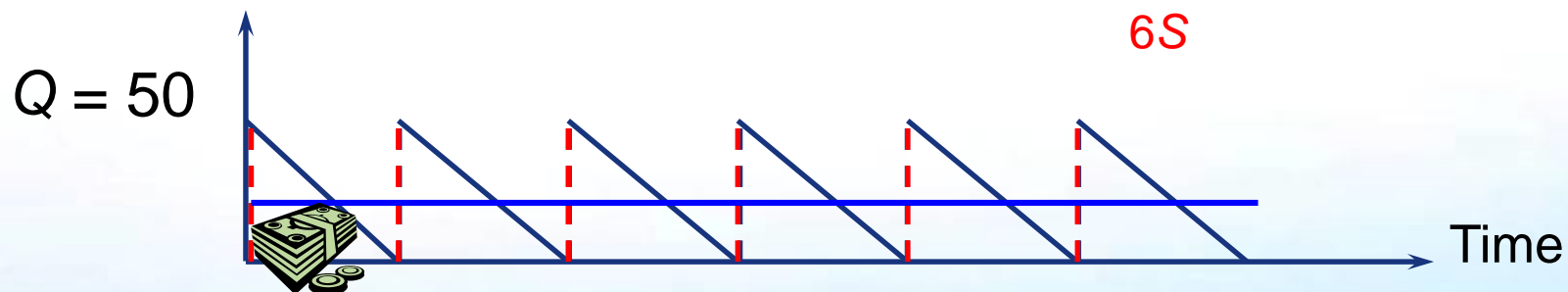
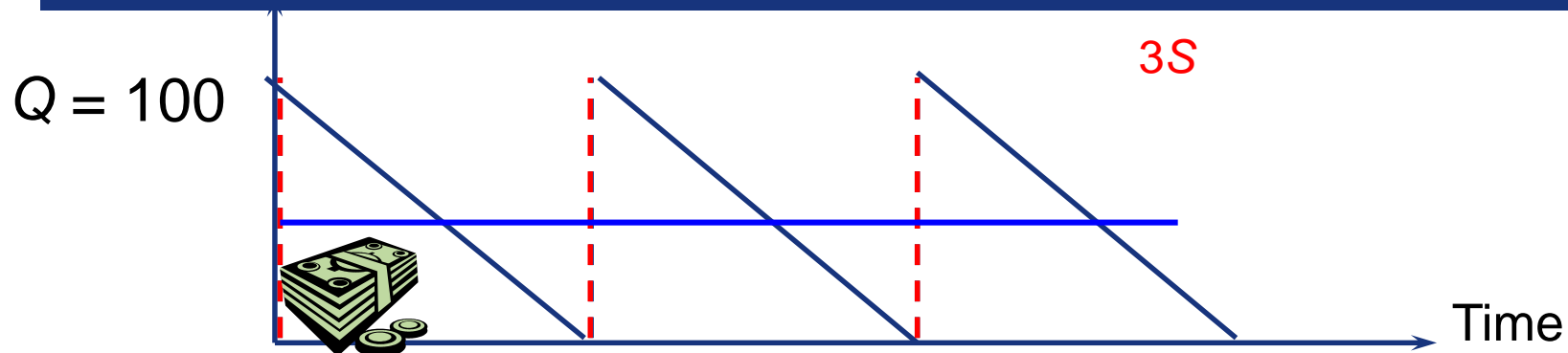
$$= Q/2$$





# 订货量的影响

最优的订货量Q?





# EOQ 公式

❖  $H$  库存持有成本

$$EOQ = Q = \sqrt{\frac{2SD}{H}} = \sqrt{\frac{2SD}{r \times c}}$$

❖  $D$  年需求量

❖  $S$  每次订货的固定成本

❖  $c$  单位产品的成本

❖  $r$  年利息率



## 举例

$$EOQ = Q = \sqrt{\frac{2DS}{H}} = \sqrt{\frac{2DS}{r \times c}}$$

- ❖ 喂鸟器的销售量为每周18个单位，供应商每个单位收费60美元。向供应商下订单的成本为45美元。年度持有成本是喂鸟器价值的25%，商店每年运营52周。
- ❖  $D$ ,  $S$ ,  $r$ ,  $c$ , 和  $H$  分别是什么？
- ❖ 典型问题：
  - 什么是最佳订货数量？
  - 每年的订货数量是多少？
  - 订单周期是多少？
  - 什么是平均库存水平？
  - 什么是年度持有成本？



## EOQ: 总结

- ❖ 最佳订货批量大小（批量大小或订货量）是在固定成本和持有成本之间取得平衡。
- ❖ 要减小订货批量（Q），必须降低固定成本S。 Q 与（D，S）之间的平方根关系：
  - 如果需求增加4倍，则最佳订货批量大小增加2倍。
  - 要将批量减小2倍，固定成本必须降低4倍。

$$EOQ = Q = \sqrt{\frac{2DS}{H}}$$



## EOQ 练习题

❖  $S = 0$ ? 意味着什么

$$EOQ = Q = \sqrt{\frac{2DS}{H}}$$

❖ 在环保政策下，应该增加还是减少EOQ?



## 例题1

❖ 铅笔每周能卖出去60支，每支成本是2分，价格是15分。每次订货需要固定成本12块，持有成本的年利率是25%。求最优订货量和周期。



## Solution

- To use Equation 7, we need  $\lambda$  (order rate per year),  $K$  (setup cost), and  $h$  (holding cost)
- $\lambda = (60/\text{week})(52 \text{ weeks}) = 3,120$
- $h = (\$0.02/\text{pencil})(25\%/\text{year}) = \$0.005/\text{pencil year}$
- With  $K = \$12/\text{order}$ , we can calculate  $Q^*$  and  $T$  using Eq. 7 and 3

$$Q^* = \sqrt{\frac{2K\lambda}{h}} = \sqrt{\frac{(2)(12)(3120)}{0.005}} = 3870$$

$$T = \frac{Q^*}{\lambda} = \frac{3870}{3120} = 1.24 \text{ year}$$



## 例题2

- ❖ 一家全国性轮胎公司的地区分销商希望每个批次大约售出9600个钢带子午线轮胎。年持有库存成本是每个轮胎16美元，订货成本是每次75美元。分销商每年工作288天。
- 经济订货批量是多少？
  - 库房每年订货几次？
  - 订货循环的时间长度为多少？
  - 如果以经济订货批量订货，年库存总成本是多少？





## 例题3

- ❖ 红星销售公司的某产品R4302，每周平均可销售18个，单价为60元/个。每次的订货成本为45元，单件年库存持有成本是单价的25%。现在每次的订货量是390个。
- ❖ 问题：
  - 1、现在的年库存总成本是多少？
  - 2、经济订货批量（EOQ）是多少？
  - 3、如采用EOQ，每年的节约额是多少？节约幅度多大？
  - 4、如采用EOQ，一年的订货次数增加了几次？

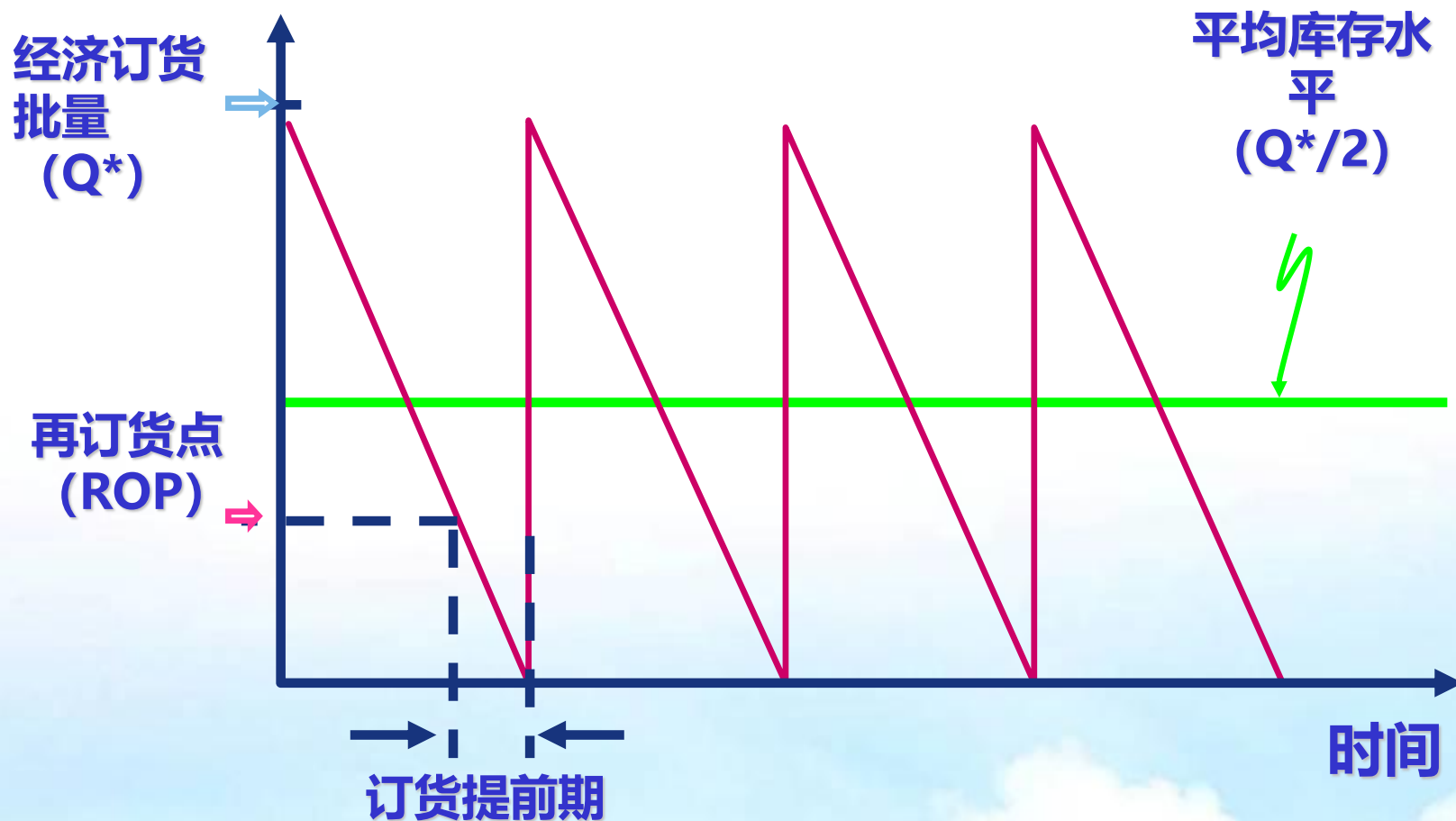


## 考虑备货时间的EOQ模型

- ❖ 经济订货批量模型回答了订多少货的问题，但还没有回答何时订货的问题。
- ❖ 再订货点：一旦某细项的库存持有数量降至某一事先确定水平，就发出一个再订货。
  - 需求率
  - 提前期
  - 需求范围与提前期的变异性
  - 管理者可以接受的缺货风险程度



## 库存水平



再订货点  $ROP = D * L$ , 其中  $L$  为订货提前期

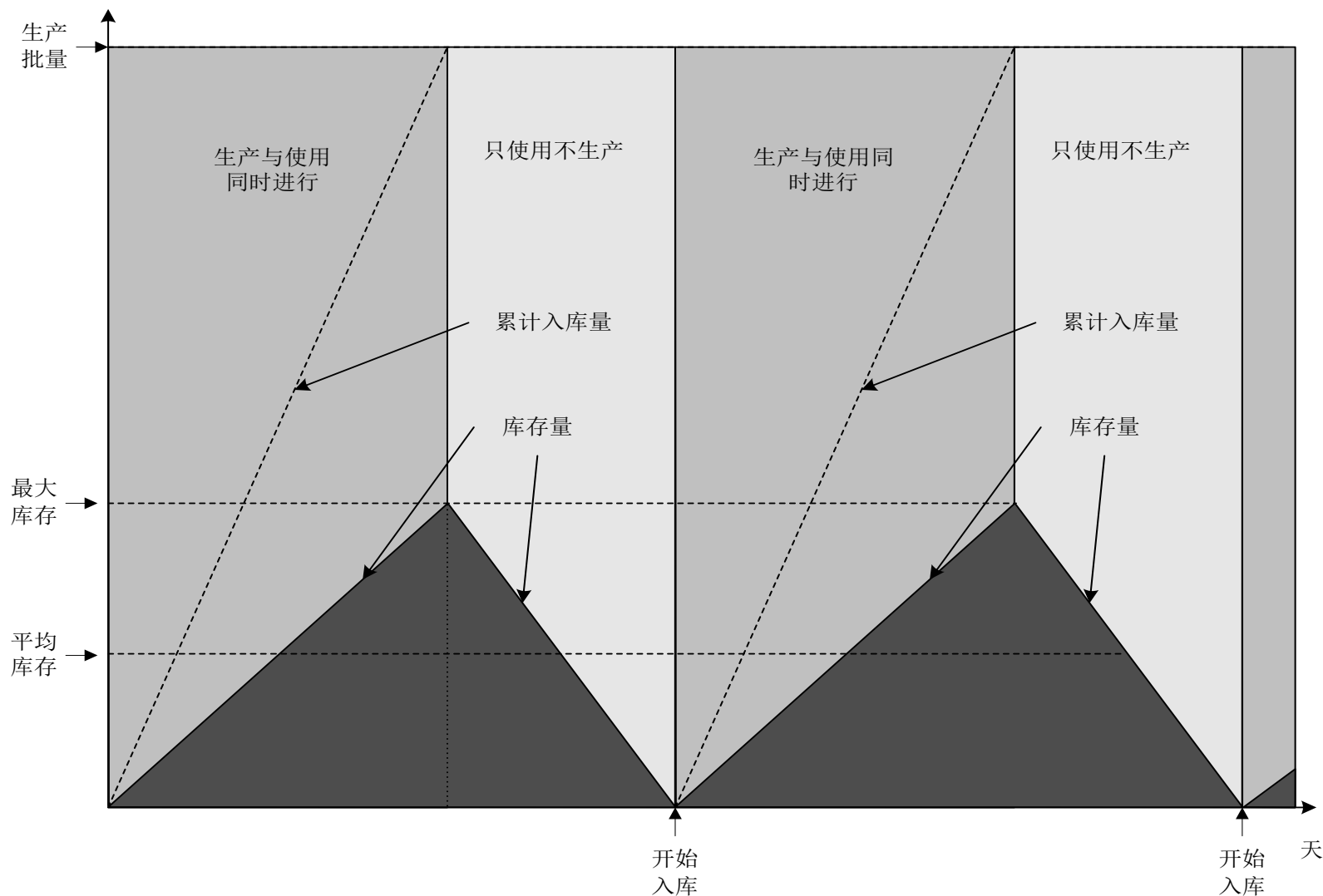


## 举例

❖ 一家机床厂以单价5元年购入15000件某种齿轮，每次订货费用为200元，单位库存年持有费用为1.5元。又知该厂制度工作日为300天，订货提前期为20天。试计算经济订货批量、年总库存成本、订货次数和订货点。



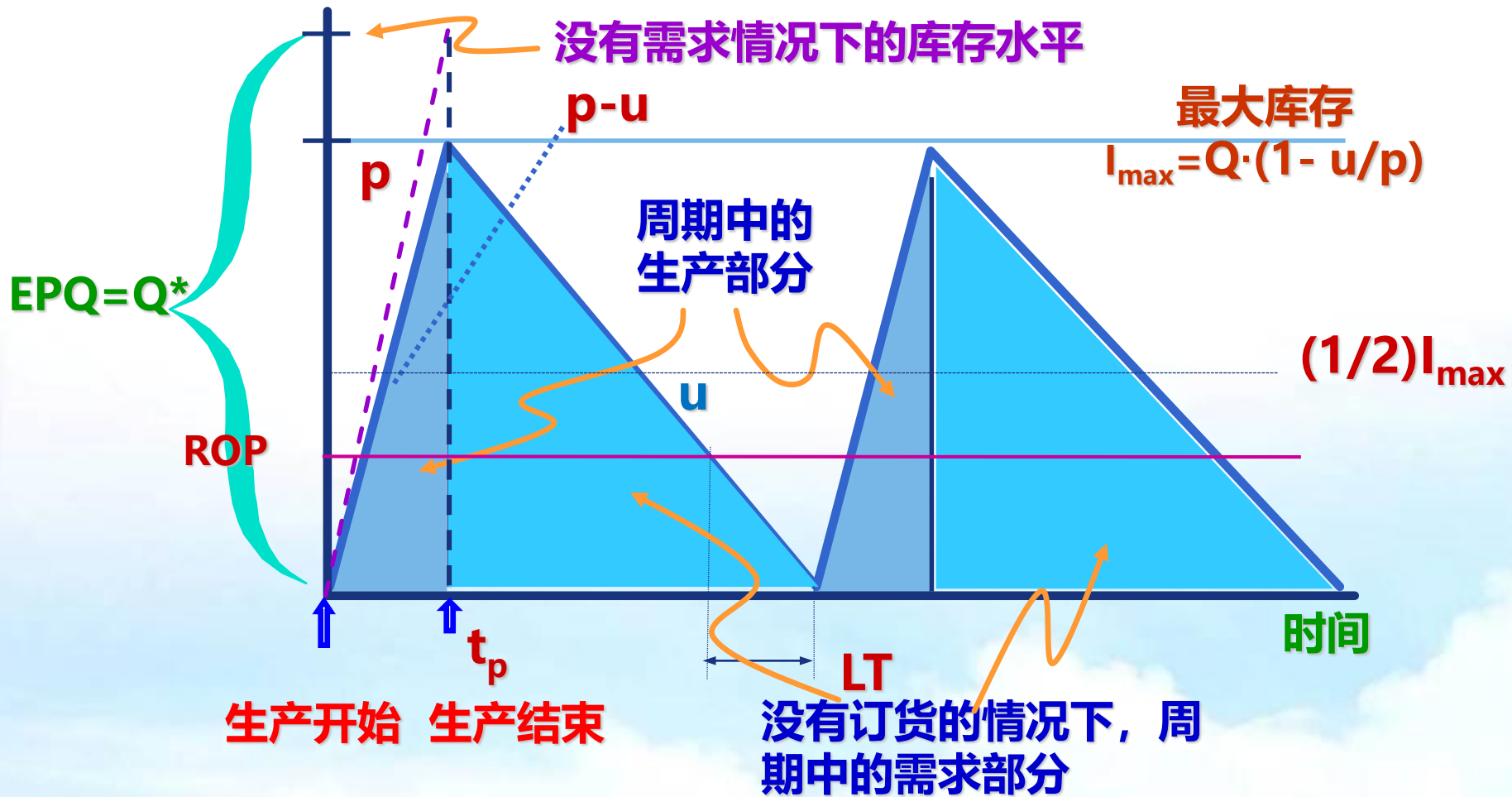
# 生产多少合适——EPQ





# 经济生产批量模型原理

库存水平







## 经济生产批量的确定

- ❖  $TC = \text{持有成本} + \text{备货成本}$
- ❖  $TC = I_{\max} h / 2 + KD / Q$ , 其中  $I_{\max} = (p - u)Q / p$
- ❖ 最优的生产量  $Q_p$ ?



$$\text{订货间隔期(循环时间)} = T = \frac{Q_p}{u}$$

$$\text{运作时间} = t = \frac{Q_p}{p}$$



## 例题

❖ 例：戴安公司是生产氧气瓶的专业厂。该厂年工作日为220天，市场对氧气瓶的需求率为50瓶/天。氧气瓶的生产率为200瓶/天，年库存成本为1元/瓶，设备调整费用为35元/次。求：经济生产批量(EPQ)；每年生产次数；最大库存水平；一个周期内的生产时间和纯消耗时间的长度。

解：已知，  $K=35$ 元/次，

$p=200$ 瓶/天，  $u=50$ 瓶/天，

$H=1$ 元/瓶·年，

年需求量  $D=50 \times 220 = 11000$  瓶



## ① 经济生产批量(EPQ):

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot D \cdot K \cdot p}{h \cdot (p - u)}} = \sqrt{\frac{2 \times 11000 \times 35 \times 200}{1 \times (200 - 50)}} = 1013$$

## ② 每年生产次数

$$n = (D / Q^*) = (11000 / 1013) = 10.86 \approx 11$$

## ③ 最大库存水平 $I_{max}$

$$I_{max} = Q^*(p - u) / p = 1013 \times (200 - 50) / 200 = 759.75 \approx 760 \text{ 瓶}$$

## ④ 生产时间 $t_p$ 和纯消耗时间 $(t - t_p)$

$$t_p = Q^* / p = 1013 / 200 = 5.065 \text{ 天}$$

$$\begin{aligned} t_r = t - t_p &= (Q^* / u) - (Q^* / p) = 1013 / 50 - 1013 / 200 = 20.56 - 5.065 \\ &= 15.02 \text{ 天} \end{aligned}$$



## 不确定性需求（多次订货）

- ❖ 当预先知道需求时，订单大小的选择也决定了下一个订单下达之前的间隔
- ❖ 当需求不确定时，我们可以确定订单数量 $Q$ （连续检查策略）或订货间隔期 $P$ （周期性检查策略）
- ❖ 连续检查策略被称为 $Q$ 系统，而周期性检查策略则是 $P$ 系统。



## 两种库存策略

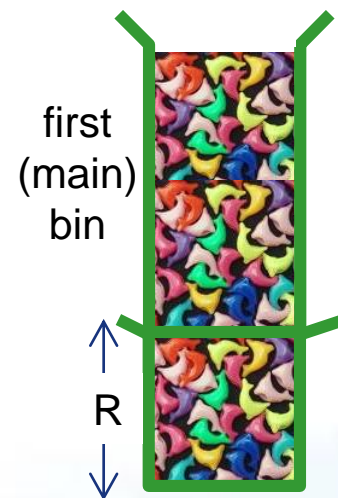
- ❖ 策略: 从替代方案中选择的明确的行动方法, 并根据给定条件指导和确定当前和未来的决策 (Merriam-Webster)
- ❖ Q 系统:  $(R, Q)$  策略 - 连续检查, 当库存水平降低到  $R$  时, 订  $Q$  的订货量;  
( $R, Q$ ) 是提前确定的.
- ❖ P 系统:  $(P, T)$  策略 - 周期检查, 每  $P$  个周期对库存进行检查, 每次补充库存水平到  $T$ ;  
( $P, T$ ) 是提前确定的.
- ❖ 描述如何在汽车加油中应用上述两种系统.





# 连续检查系统

- ❖  $(R, Q)$ : 使用再订货点 $R$ 和订货量 $Q$ . 当库存低于 $R$ 时订购 $Q$ .
- ❖ 双箱解释: 物品从主箱出售 当主箱被清空 (到达 $R$ ) 时, 发出 $Q$ 的订货量,  $L$ 时间后订单到达.
  - 在此“提前期 $L$ ”期间, 使用第二个 (预留) 箱中产品。
  - 如果在提前期间的需求超过 $R$ , 则发生缺货。
  - 这使我们专注于提前期, 并了解“提前期的需求”与 $R$ 的大小关系





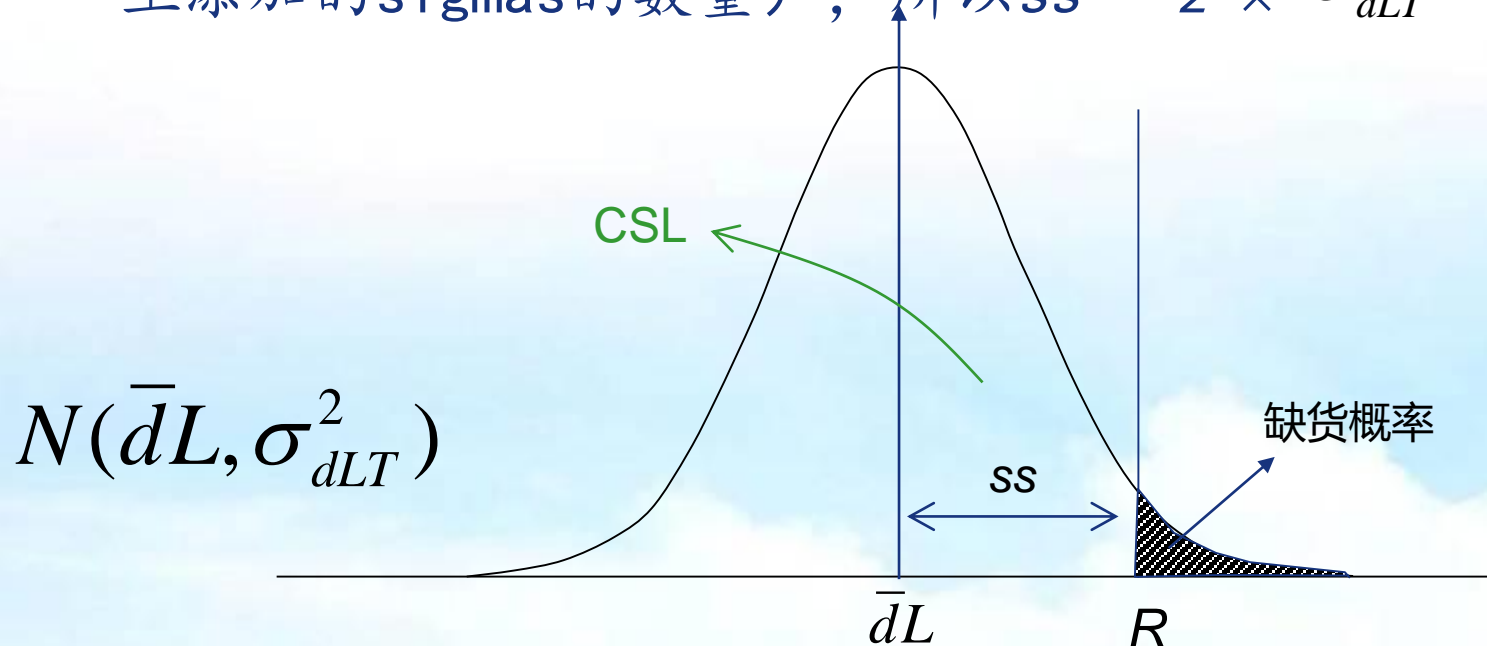
## 提前期间的需求

- ❖ 提前期间（交货期间）的需求也称为交货期需求。
- ❖ 假设交货时间为 $L$ 周（或天），每周（或日）需求具有平均值  $\bar{d}$  和标准差  $\sigma_d$
- ❖ 平均交货期需求是  $\bar{d}L$
- ❖ 如果连续几周（天）的需求是独立的，则提前期需求的标准差是  $\sigma_{dLT} = \sqrt{L} \times \sigma_d$  或  $\sigma_{dLT}^2 = L \times \sigma_d^2$



# 提前期间的需求

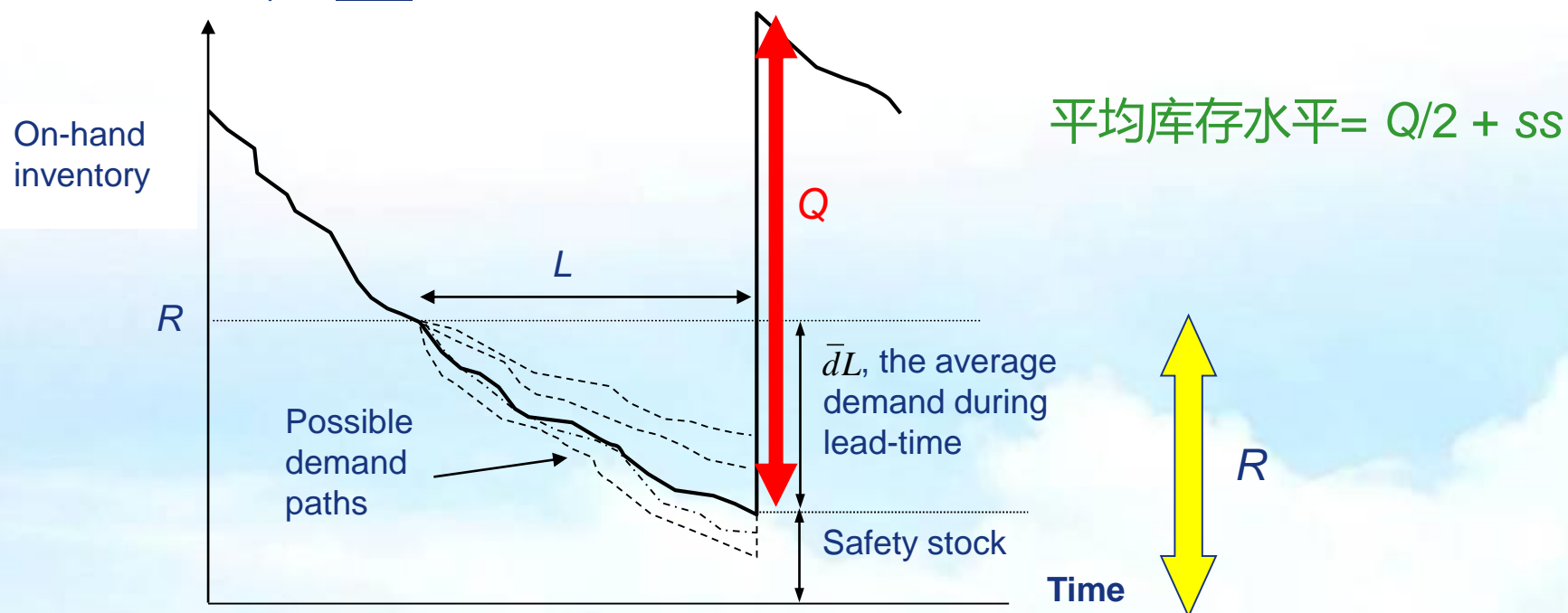
- ❖ “周期”服务水平 (CSL) =  $R$  的左边区域  
=  $1 - \text{缺货概率}$
- ❖  $R = \bar{d}L + ss$  (安全库存, 多安全? 你自己决定)
- ❖ 给定 CSL 和标准普通表, 我们可以找到  $z$  值 (要在平均值之上添加的 sigmas 的数量), 所以  $ss = z \times \sigma_{dLT}$





# 平均库存

- ❖ 如果不用安全库存，即  $R = \bar{d}L$ ，那么有多大的概率发生缺货？
- ❖ 当订货量  $Q$  到达时，\_\_% 库存水平低于安全库存，\_\_% 库存水平高于安全库存





## 举例：瓶子的库存管理

- ❖ 一家制造一种酒精饮料的公司每天通过各种零售店销售约1000瓶. 在过去的30天里, 平均每天生产1000瓶, 标准偏差为50瓶。该公司每周经营6天, 每年经营50周。
- ❖ 该公司以每件0.25美元的价格购买这些瓶子。瓶子是不寻常的颜色, 瓶子制造商需要特别为这个产品设置他的设备。
- ❖ 因此, 他每笔订单额外收取1000美元以支付他的设置费用; 这笔费用与订购的瓶子数量无关。
- ❖ 找出最佳生产订单大小, 假设每年持有成本25%。
- ❖ 假设从制造商处生产和配送瓶子的订单需要4天, 什么 (R, Q) 策略会使CSL为89% ( $z = 1.23$ ) ?
- ❖ 对于这个 (R, Q) 策略, 平均库存水平是多少?



## $(P, T)$ 策略

- ❖ 假设固定订货周期为 $P$ .
- ❖ 由于下订单时库存会有所不同，因此每次订货会订不同的数量
- ❖ 我们订购产品量使得库存位置达到 $T$





❖ 库存水平= 现有的库存+ 已定的库存- 拖欠交货

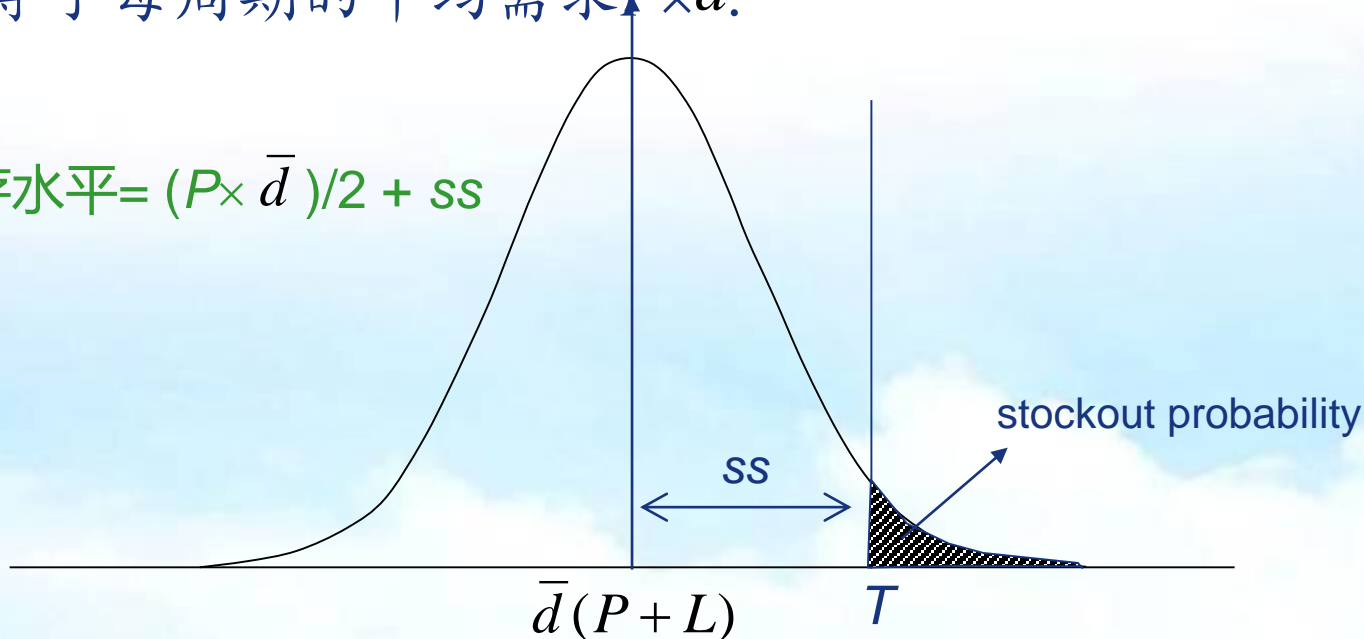




## 在保护间隔期内的需求

- ❖ 均值 =  $(P+L) \times \bar{d}$ , 标准差  $\sigma_{P+L} = \sqrt{P+L} \times \sigma_d$
- ❖  $CSL = P$  (在保护间隔期内的需求  $\leq T$ )
- ❖  $S = (P+L) \times \bar{d} + ss$ , 其中  $ss = z \times \sigma_{P+L}$
- ❖ 平均库存水平 =  $ss + "Q" / 2$ , 其中“Q”是订货量, 每周期值不一样。但是, 在稳定的系统中, 每周期的“平均值Q”应该等于每周期的平均需求  $P \times \bar{d}$ .

平均库存水平 =  $(P \times \bar{d}) / 2 + ss$





## 举例

- ❖ 一家公司使用定期订货系统处理其文具库存：文具用品总是在周一早上订购，并在两天后的周三早上到达。该公司每周工作五天，圣诞节期间关闭两周。
- ❖ 每个工作日对复印纸的需求平均为20箱，标准差为2箱，不同日期的需求是独立的。希望运行库存控制程序，使库存保持在较低水平，但仍尽可能避免缺货。
- ❖ 描述该复印纸的库存策略，如何维持99%的服务水平（ $z = 2.33$ ）。此策略的平均库存水平是多少？



# 风险共担

分开库存

需求

$$N(\bar{d}_1, \sigma_1^2)$$

$$N(\bar{d}_2, \sigma_2^2)$$

安全  
库存

$$SS_1 = z \times \sigma_1$$

$$SS_2 = z \times \sigma_2$$

合并库存

$$N(\bar{d}_1 + \bar{d}_2, \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2})$$

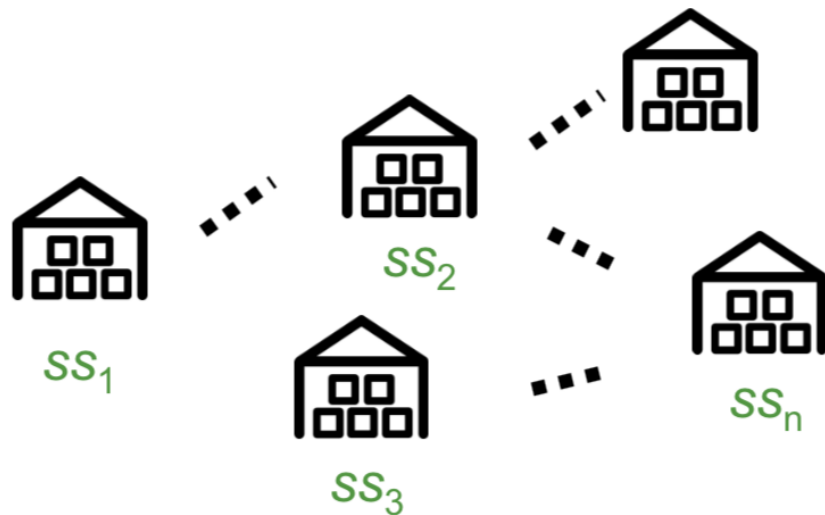
$$SS_{1+2} = z \times \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

$$\sigma_1 + \sigma_2 > \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$



# 库存共享

## Separate warehouses

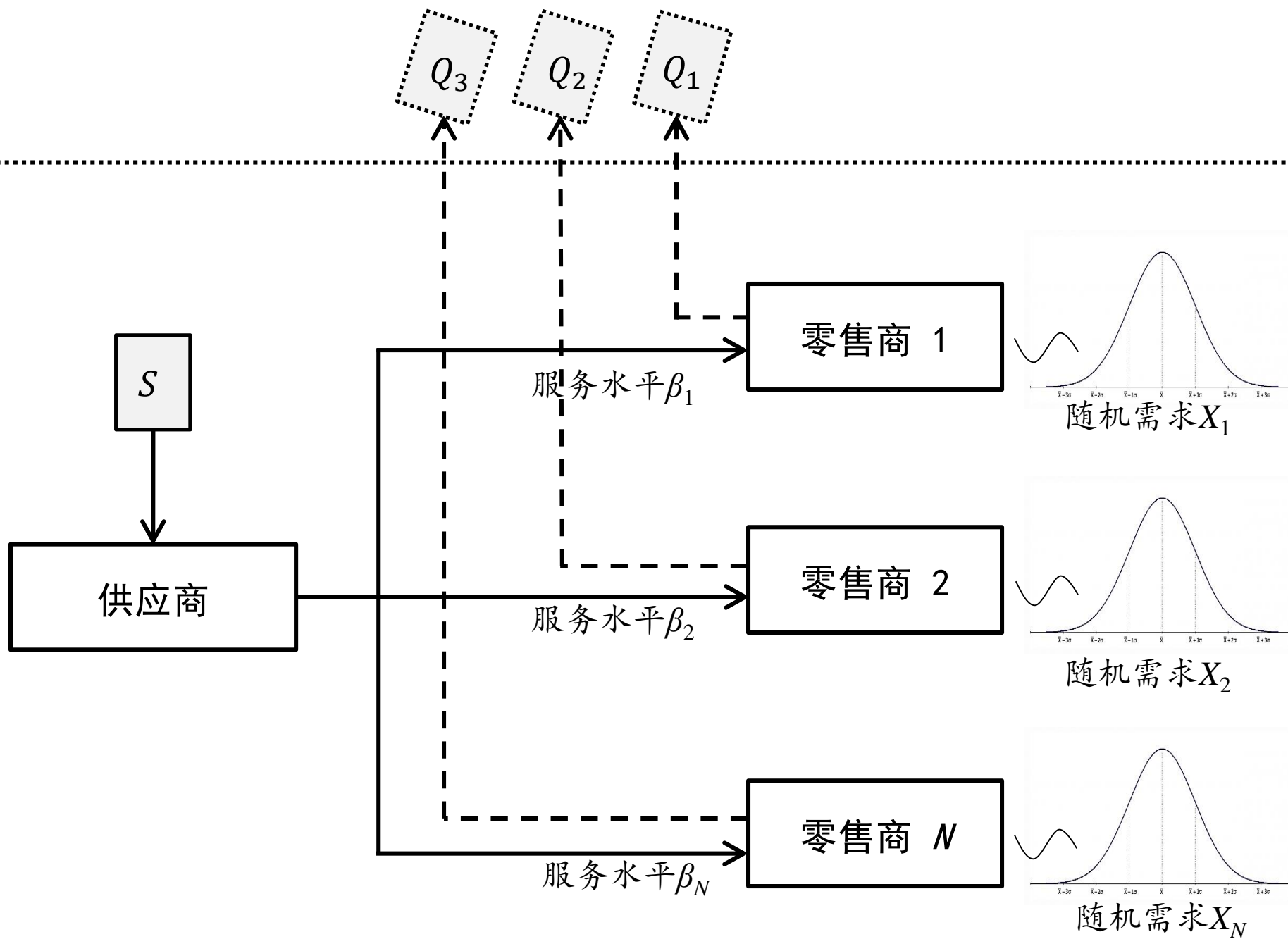


## Consolidated warehouse (Centralized warehouse)

It is called "Inventory Pooling"  
(on P. 387)



Aggregated ss <  $SS_1 + SS_2 + \dots + SS_n$







# 苹果公司的供应链运作

- ❖ Apple从各个供应商那里购买零部件和材料，然后运到中国的装配厂。从那里，产品直接发送给从Apple的在线商店购买的消费者。
- ❖ 对于其他分销渠道，如零售店和其他分销商，Apple在加利福尼亚州的Elk Grove设有一个中央仓库，并从那里运送产品。
- ❖ Apple的目标是尽可能减少库存。为什么？由于仓库和竞争对手的成本可能会受到打击。技术制造商无法承受太多的库存产品，因为竞争对手或新创新的突然宣布可能会改变一切，并突然降低库存产品的价值。



## 集中库存VS分散库存

以下哪种情况更低或更高？

- ❖ 安全库存
- ❖ 服务水平
- ❖ 顾客响应时间
- ❖ 运输成本
- ❖ 间接费用



# 选择哪种库存策略：连续还是定期？

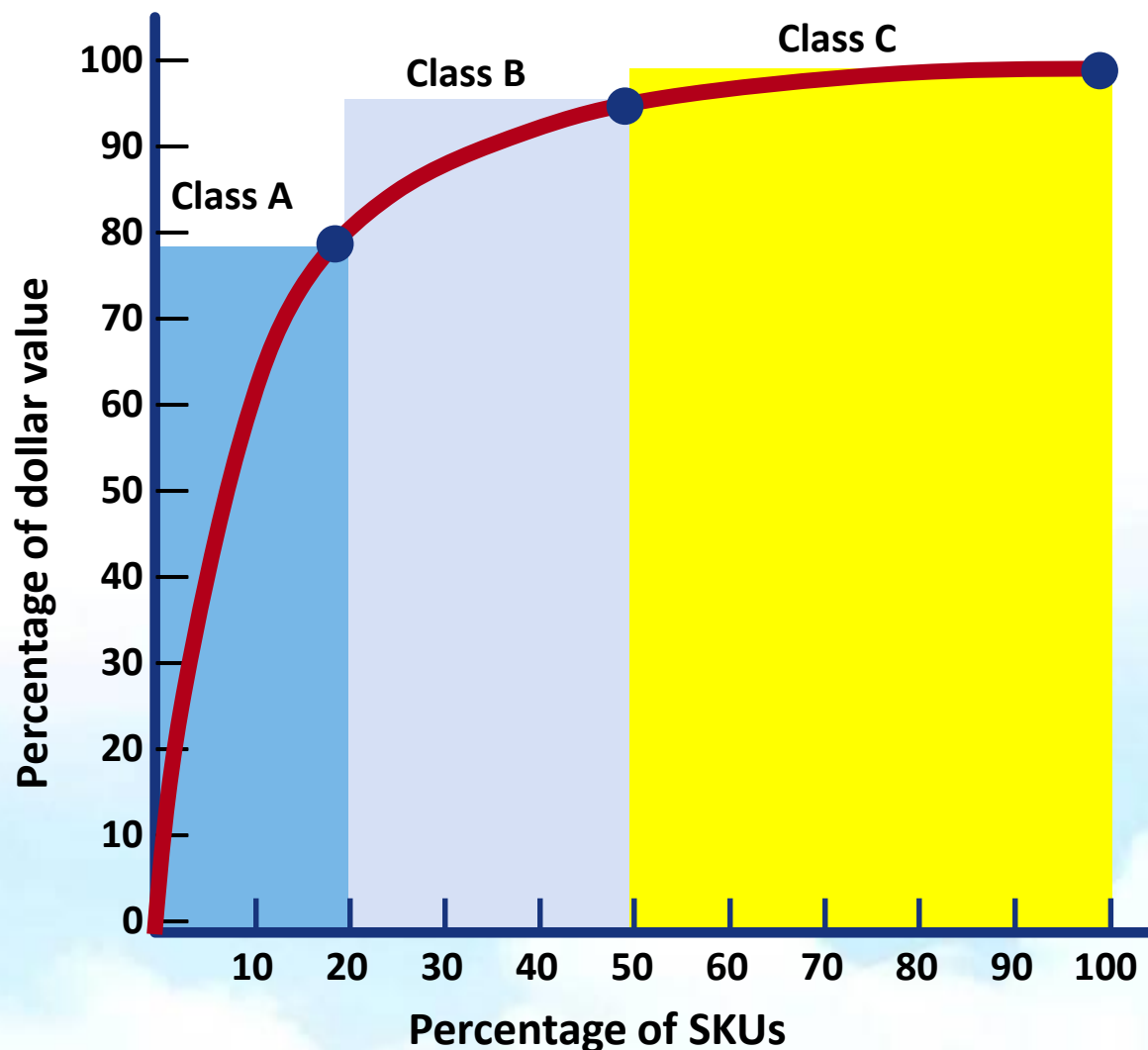
- ❖ 降低持有成本
- ❖ 更高的补货可预测性
- ❖ 更好地处理快速移动物品
- ❖ 更好地处理慢速移动物品
- ❖ 更好地处理高价值物品
- ❖ 更好的高客户服务
- ❖ 最大限度地减少技术/计算机化要求
- ❖ 降低采购成本



# 什么是ABC分类法?

## ABC 分类法

规划和控制库存以满足组织的竞争优先级





# 80-20法则

- ❖ 存储的物品的 $20\%$ 产生了 $80\%$ 的年销售货币量
- ❖ 销售:  $20\%$  产品/客户 -  $80\%$  收入
- ❖ 社会:  $20\%$  罪犯 -  $80\%$  价值;  $20\%$  人 -  $80\%$  财富
- ❖ 家庭:  $20\%$  衣服 -  $80\%$  时间穿
- ❖ 幸运奖:  $20\%$  幸运者 -  $80\%$  以上赌金
- ❖ 工作:  $20\%$  时间 -  $80\%$  任务;  $20\%$  人 -  $80\%$  事



## 80/20 规则延伸

### ❖ 质量管理 -- 少数导致多数

- 即80%质量问题来自20%的机器，工序，材料，操作员。

### ❖ 集中力量于 20%项目，因素，或领域

- 称为 80-20 规则 或 ABC 规则
- 对A供应商 ...
- “盯紧” A 类存货
- 花大力气预测 A 类存货





## 分类依据

- ❖ 库存物品按品种比重和价值多少进行分类，可分为A、B、C三大类。
  - A类，品种约占库存总量的15%~20%，占总价值的60%~70%左右；
  - B类，品种约占20%~25%，占总价值的20%~30%左右；
  - C类，品种约占60%左右，占总价值的10%左右。



下表是一家小型企业10种常用物资的资金占用情况，试对其进行ABC分类。

物资编号	年使用量 (件)	单价 (元/件)	年金额 (万元)
001	2500	360	900000
002	1000	70	70000
003	2400	500	1200000
004	1500	100	150000
005	700	70	49000
006	1000	1000	1000000
007	200	210	42000
008	1000	4000	4000000
009	8000	10	80000
010	500	200	100000
合计			7591000



物资编号	年金额 (万元)	数量占百分比 (%)	累计金额百分比 (%)	分类
008	4000000	10	52.7	A
003	1200000	30	40.8	B
006	1000000			B
001	900000			B
004	150000	60	6.5	C
010	100000			C
009	80000			C
002	70000			C
005	49000			C
007	42000			C



## 分类控制策略

- ❖ A类：连续监控。预测准确性应该高。
- ❖ C类：
  - 需求水平中等、非常廉价的物品：大批量订货。
  - 需求很小又昂贵的物品：不保存任何库存。当需要时可以去订购它们。
- ❖ B类：定期监控，按批订货而不是单独订货，如EOQ，简单预测。



[www.scut.edu.cn](http://www.scut.edu.cn)

# Thank You !