

Элементы термодинамики

Верецагин Антон Сергеевич

канд. физ.-мат. наук, старший преподаватель

Кафедра аэрофизики и газовой динамики ФФ НГУ

6 марта 2019 г.

Аннотация

Элементы термодинамики. Внутренние и внешние параметры. Закон сохранения энергии. Второе начало термодинамики. Совершенный, нормальный и газ Ван-дер-Ваальса. Изоэнтروпический и изотермический процессы.

Элементы термодинамики

Определение

Внешними параметрами называются параметры, определяющие состояние газа только внешними относительно газа телами. (Пример, объем газа, напряжённости полей).

Элементы термодинамики

Определение

Внешними параметрами называются параметры, определяющие состояние газа только внешними относительно газа телами. (Пример, объем газа, напряжённости полей).

Определение

Внутренними параметрами называются параметры, определяющие состояние самого газа. (Например, энергия, давление, температура).

Элементы термодинамики

Определение

Внешними параметрами называются параметры, определяющие состояние газа только внешними относительно газа телами. (Пример, объем газа, напряжённости полей).

Определение

Внутренними параметрами называются параметры, определяющие состояние самого газа. (Например, энергия, давление, температура).

Определение

Состояние газа называется **равновесным**, если оно не изменяется во времени, а также отсутствует обмен энергии с внешними телами. Равновесное состояние – состояние, из которого газ не может выйти самопроизвольно. Если газ, находящийся в произвольном состоянии, предоставить самому себе, то через некоторое время (**время релаксации**) он перейдёт в равновесное состояние.

Элементы термодинамики

Работа газа

Работа, совершаемая газом, происходит за счёт изменения внешних параметров a_i

$$\delta W = \sum_i A_i da_i,$$

где A_i – обобщённые силы.

Элементы термодинамики

Работа газа

Работа, совершаемая газом, происходит за счёт изменения внешних параметров a_i

$$\delta W = \sum_i A_i da_i,$$

где A_i – обобщённые силы.

Закон сохранения энергии

Изменение внутренней энергии газа E (кинетическая энергия движения молекул и потенциальная энергия их взаимодействия) имеет вид

$$dE = \delta Q - \delta W = \delta Q - \sum_i A_i da_i,$$

где δQ – количество сообщённого газу тепла.

Элементы термодинамики

Уравнения состояния

По основной теореме термодинамики в равновесном состоянии газа все внутренние параметры (в качестве которых используются обобщённые силы) являются однозначными функциями внешних параметров и энергии (или температуры T) газа

$$A_i = A_i(T, a_1, \dots, a_n), \quad E = E(T, a_1, \dots, a_n).$$

Элементы термодинамики

Уравнения состояния

По основной теореме термодинамики в равновесном состоянии газа все внутренние параметры (в качестве которых используются обобщённые силы) являются однозначными функциями внешних параметров и энергии (или температуры T) газа

$$A_i = A_i(T, a_1, \dots, a_n), \quad E = E(T, a_1, \dots, a_n).$$

Представленные соотношения являются **термическими** и **калорическим уравнениями состояния**.

Элементы термодинамики

Основные предположения

- 1) Газ химически и физически однороден.
- 2) Отсутствуют внешние поля (гравитационное, магнитное и др.).
- 3) Единственным внешним параметром газа является объем V , а обобщенной силой – давление p .

Из предположений следует, что многообразие термодинамических состояний **двумерно**.

Элементы термодинамики

Основные предположения

- 1) Газ химически и физически однороден.
- 2) Отсутствуют внешние поля (гравитационное, магнитное и др.).
- 3) Единственным внешним параметром газа является объем V , а обобщенной силой – давление p .

Из предположений следует, что многообразие термодинамических состояний **двумерно**.

Закон сохранения энергии

$$d\varepsilon = \delta Q - p dV,$$

где $V = 1/\rho$ – удельный объем, ρ – плотность газа, ε – удельная внутренняя энергия газа.

Элементы термодинамики

Второе начало термодинамики

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T}(d\varepsilon + pdV),$$

где dS – полный дифференциал от **энтропии** $S = S(V, T)$.

Элементы термодинамики

Второе начало термодинамики

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T}(d\varepsilon + pdV),$$

где dS – полный дифференциал от **энтропии** $S = S(V, T)$.

Таким образом,

$$TdS = d\varepsilon + pdV,$$

для уравнений состояния

$$p = p(V, T), \quad \varepsilon = \varepsilon(V, T), \quad S = S(V, T).$$

Элементы термодинамики

Второе начало термодинамики

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T}(d\varepsilon + pdV),$$

где dS – полный дифференциал от **энтропии** $S = S(V, T)$.

Таким образом,

$$TdS = d\varepsilon + pdV,$$

для уравнений состояния

$$p = p(V, T), \quad \varepsilon = \varepsilon(V, T), \quad S = S(V, T).$$

Второе начало термодинамики налагает на уравнения состояния дополнительное условие, поэтому независимых из них всего **два**.

Элементы термодинамики

Формулы для внутренней энергии

Из второго начала термодинамики следует, что

$$\frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{1}{T} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \right) = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{1}{T} \frac{\partial \varepsilon}{\partial V} + \frac{p}{T} \right) \quad \text{или} \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial V} = T^2 \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{p}{T} \right).$$

При заданных уравнениях состояния $p = p(V, T)$ и $S = S(V, T)$ внутренняя энергия находится с точностью до константы.

Элементы термодинамики

Формулы для энтропии

Из второго начала термодинамики следует, что

$$\frac{\partial S}{\partial T} = \frac{1}{T} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} = \frac{c_V}{T}, \quad \frac{\partial S}{\partial V} = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial V} + p \right).$$

При заданных уравнениях состояния $\varepsilon = \varepsilon(V, T)$ и $p = p(V, T)$ энтропия находится с точностью до константы, которая исключается с помощью соотношений Нёрста

$$S \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad T \rightarrow 0.$$

Элементы термодинамики

Гипотеза о локальном термодинамическом равновесии

В дальнейшем при изучении течений газа будем считать, что в каждый момент времени в бесконечно малой окрестности каждой точки пространства газ находится в термодинамически равновесном состоянии и можно ввести понятия

$$p = p(t, \vec{x}), \quad T = T(t, \vec{x}), \quad S = S(t, \vec{x}),$$

удовлетворяющие термическому, калорическому уравнениям состояния и второму закону термодинамики.

Элементы термодинамики

Равновесный процесс

$$\frac{dS}{dt} = \frac{1}{T} \left(\frac{d\varepsilon}{dt} + p \frac{dV}{dt} \right) = \frac{1}{T} \frac{dQ}{dt},$$

где $\frac{dQ}{dt}$ – скорость притока тепла к рассматриваемой порции газа.

Элементы термодинамики

Равновесный процесс

$$\frac{dS}{dt} = \frac{1}{T} \left(\frac{d\varepsilon}{dt} + p \frac{dV}{dt} \right) = \frac{1}{T} \frac{dQ}{dt},$$

где $\frac{dQ}{dt}$ – скорость притока тепла к рассматриваемой порции газа.

Если порция газа теплоизолирована $dQ = 0$, тогда равновесный процесс называется **адиабатическим**, для которого

$$\frac{dS}{dt} = 0.$$

Элементы термодинамики

Неравновесный процесс

Для теплоизолированной системы

$$\frac{dS}{dt} \geq 0.$$

Элементы термодинамики

Неравновесный процесс

Для теплоизолированной системы

$$\frac{dS}{dt} \geq 0.$$

Пусть масса тела участвует в неравновесном процессе, обмениваясь теплом с внешними телами, в этом случае второе начало термодинамики требует выполнения условия

$$\frac{dS}{dt} + \frac{dS_e}{dt} > 0,$$

где S_e – энтропия внешних тел. Величина $\frac{dS_e}{dt}$ может рассматриваться как поток энтропии от внешних тел к массе тела.

Совершенный газ

Определение

Совершенным (идеальным) газом называется газ, для которого справедлив закон Менделеева-Клайперона

$$pV = RT,$$

где R – газовая постоянная.

Совершенный газ

Внутренняя энергия совершенного газа

Из полученных соотношений для внутренней энергии

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial V} = 0 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = \varepsilon(T),$$

при этом удельная теплоёмкость $c_V = \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} = c_V(T)$.

Совершенный газ

Внутренняя энергия совершенного газа

Из полученных соотношений для внутренней энергии

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial V} = 0 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = \varepsilon(T),$$

при этом удельная теплоёмкость $c_V = \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} = c_V(T)$.

Определение

Газ называется **политропным**, если c_V не зависит от T . В этом случае

$$\varepsilon = c_V T.$$

Совершенный газ

Выводы кинетической теории

Выражения для удельных теплоёмкостей имеют вид

$$c_V = \frac{f}{2} k \frac{N_A}{M}, \quad R = c_p - c_V,$$

где f – число степеней свободы молекулы газа ($f = 3$ для одноатомного, $f = 5$ для двухатомного), k – постоянная Больцмана, N_A – постоянная Авогадро, M – молекулярный вес.

Совершенный газ

Выводы кинетической теории

Выражения для удельных теплоёмкостей имеют вид

$$c_V = \frac{f}{2} k \frac{N_A}{M}, \quad R = c_p - c_V,$$

где f – число степеней свободы молекулы газа ($f = 3$ для одноатомного, $f = 5$ для двухатомного), k – постоянная Больцмана, N_A – постоянная Авогадро, M – молекулярный вес.

Энтропия

Из соотношения для энтропии при заданных уравнениях состояния следует, что

$$\begin{aligned} S &= c_V \ln T + R \ln V + \text{const} = c_V \ln T + c_p \ln V - c_V \ln V + \text{const} = \\ &= c_V \ln p + c_p \ln V + \text{const}. \end{aligned}$$

Газ Ван-дер-Ваальса

Уравнение состояния

Поправка к уравнению состояния идеального газа, связанная с учётом объёма молекул и сил молекулярного взаимодействия, приводит к уравнению состояния **Ван-дер-Ваальса**

$$p = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2},$$

где a – величина пропорциональная силе сцепления молекул, b – величина пропорциональная собственному объёму молекул газа.

Газ Ван-дер-Ваальса

Уравнение состояния

Поправка к уравнению состояния идеального газа, связанная с учётом объёма молекул и сил молекулярного взаимодействия, приводит к уравнению состояния **Ван-дер-Ваальса**

$$p = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2},$$

где a – величина пропорциональная силе сцепления молекул, b – величина пропорциональная собственному объёму молекул газа.

Внутренняя энергия и энтропия

$$\varepsilon = \int c_V(T) dT - \frac{a}{V}, \quad S = \int \frac{c_V(T)}{T} dT + R \ln(V - b) + \text{const.}$$

Изоэнтропический процесс

Определение

Если некоторый элемент газа подвергается медленному расширению или сжатию, так что при этом не происходит теплообмена с окружающей средой, то элемент совершает адиабатический переход из одного термодинамического состояния в другое. При этом медленный процесс остаётся обратимым и энтропия элемента остаётся неизменной. Такой переход называется **изоэнтропическим**. Кривая $S = \text{const}$ называется адиабатой Пуассона.

Изоэнтропический процесс

Определение

Если некоторый элемент газа подвергается медленному расширению или сжатию, так что при этом не происходит теплообмена с окружающей средой, то элемент совершает адиабатический переход из одного термодинамического состояния в другое. При этом медленный процесс остаётся обратимым и энтропия элемента остаётся неизменной. Такой переход называется **изоэнтропическим**. Кривая $S = \text{const}$ называется адиабатой Пуассона.

Уравнение состояния идеального изоэнтропического политропного газа

$$p = \frac{A}{\gamma} V^{-\gamma},$$

где

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1 + \frac{R}{c_v} > 1, \quad A^2 = A^2(S) = a^2 e^{S/c_v} = \text{const.}$$

Изотермический процесс

Определение

Если некоторый элемент газа подвергается медленному расширению или сжатию, так что при этом не происходит изменения температуры газа, то такой процесс называется **изотермическим**. Кривая $T = \text{const}$ называется изотермой.

Уравнение состояния идеального изотермического политропного газа

$$p = c^2 \frac{1}{V} = c^2 \rho, c^2 = (c_p - c_v)T = RT = \text{const}.$$

В некоторых случаях идеальный изотермический газ можно рассматривать как политропный с показателем $\gamma = 1$.

Нормальный газ

Определение

Газ называется **нормальным**, если выполнены следующие свойства:

I. $\frac{\partial p(V, S)}{\partial V} < 0.$

II. $\frac{\partial^2 p(V, S)}{\partial V^2} > 0.$

III. $p(V, S) \rightarrow \infty$ при $V \rightarrow 0.$

IV. $\frac{\partial p(V, S)}{\partial S} > 0.$

V. $c_V = \frac{\partial \varepsilon(V, T)}{\partial T} > 0.$

VI. Область переменных (V, T) , в которых выполнены свойства I-V – выпуклая.

Литература

- *Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н.* Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. Изд. 2-е, Главная редакция физ.-мат. лит. Изд. «Наука», М., 1978.
- *Базаров И.П.* Термодинамика. Учеб. для вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. шк., 1991.