

*Верещагин Антон Сергеевич*  
канд. физ.-мат. наук, старший преподаватель

Кафедра аэрофизики и газовой динамики ФФ НГУ

6 марта 2019 г.

# Аннотация

# Элементы термодинамики

## Определение

**Внешними параметрами** называются параметры, определяющие состояние газа только внешними относительно газа телами. (Пример, объем газа, напряжённости полей).

# Элементы термодинамики

## Определение

**Внешними параметрами** называются параметры, определяющие состояние газа только внешними относительно газа телами. (Пример, объем газа, напряжённости полей).

## Определение

**Внутренними параметрами** называются параметры, определяющие состояние самого газа. (Например, энергия, давление, температура).

# Элементы термодинамики

## Определение

**Внешними параметрами** называются параметры, определяющие состояние газа только внешними относительно газа телами. (Пример, объем газа, напряжённости полей).

## Определение

**Внутренними параметрами** называются параметры, определяющие состояние самого газа. (Например, энергия, давление, температура).

## Определение

Состояние газа называется **равновесным**, если оно не изменяется во времени, а также отсутствует обмен энергии с внешними телами. Равновесное состояние – состояние, из которого газ не может выйти самопроизвольно. Если газ, находящийся в произвольном состоянии, предоставить самому себе, то через некоторое время (**время релаксации**) он перейдёт в равновесное состояние.

# Элементы термодинамики

## Работа газа

Работа, совершаемая газом, происходит за счёт изменения внешних параметров  $a_i$

$$\delta W = \sum_i A_i da_i,$$

где  $A_i$  – обобщённые силы.



# Элементы термодинамики

## Работа газа

Работа, совершаемая газом, происходит за счёт изменения внешних параметров  $a_i$

$$\delta W = \sum_i A_i da_i,$$

где  $A_i$  – обобщённые силы.

## Закон сохранения энергии

Изменение внутренней энергии газа  $E$  (кинетическая энергия движения молекул и потенциальная энергия их взаимодействия) имеет вид

$$dE = \delta Q - \delta W = \delta Q - \sum_i A_i da_i,$$

где  $\delta Q$  – количество сообщённого газу тепла.

# Элементы термодинамики

## Уравнения состояния

По основной теореме термодинамики в равновесном состоянии газа все внутренние параметры (в качестве которых используются обобщённые силы) являются однозначными функциями внешних параметров и энергии (или температуры  $T$ ) газа

$$A_i = A_i(T, a_1, \dots, a_n), \quad E = E(T, a_1, \dots, a_n).$$



# Элементы термодинамики

## Уравнения состояния

По основной теореме термодинамики в равновесном состоянии газа все внутренние параметры (в качестве которых используются обобщённые силы) являются однозначными функциями внешних параметров и энергии (или температуры  $T$ ) газа

$$A_i = A_i(T, a_1, \dots, a_n), \quad E = E(T, a_1, \dots, a_n).$$

Представленные соотношения являются **термическими** и **калорическим уравнениями состояния**.

# Элементы термодинамики

## Основные предположения

- 1) Газ химически и физически однороден.
- 2) Отсутствуют внешние поля (гравитационное, магнитное и др.).
- 3) Единственным внешним параметром газа является объем  $V$ , а обобщенной силой – давление  $p$ .

Из предположений следует, что многообразие термодинамических состояний **двумерно**.

# Элементы термодинамики

## Основные предположения

- 1) Газ химически и физически однороден.
- 2) Отсутствуют внешние поля (гравитационное, магнитное и др.).
- 3) Единственным внешним параметром газа является объем  $V$ , а обобщенной силой – давление  $p$ .

Из предположений следует, что многообразие термодинамических состояний **двумерно**.

## Закон сохранения энергии

$$d\varepsilon = \delta Q - p dV,$$

где  $V = 1/\rho$  – удельный объем,  $\rho$  – плотность газа,  $\varepsilon$  – удельная внутренняя энергия газа.

# Элементы термодинамики

## Второе начало термодинамики

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T}(d\varepsilon + pdV),$$

где  $dS$  – полный дифференциал от **энтропии**  $S = S(V, T)$ .

# Элементы термодинамики

## Второе начало термодинамики

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T}(d\varepsilon + pdV),$$

где  $dS$  – полный дифференциал от **энтропии**  $S = S(V, T)$ .

Таким образом,

$$TdS = d\varepsilon + pdV,$$

для уравнений состояния

$$p = p(V, T), \quad \varepsilon = \varepsilon(V, T), \quad S = S(V, T).$$



# Элементы термодинамики

## Второе начало термодинамики

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T}(d\varepsilon + pdV),$$

где  $dS$  – полный дифференциал от **энтропии**  $S = S(V, T)$ .

Таким образом,

$$TdS = d\varepsilon + pdV,$$

для уравнений состояния

$$p = p(V, T), \quad \varepsilon = \varepsilon(V, T), \quad S = S(V, T).$$

Второе начало термодинамики налагает на уравнения состояния дополнительное условие, поэтому независимых из них всего **два**.



# Элементы термодинамики

## Формулы для внутренней энергии

Из второго начала термодинамики следует, что

$$\frac{\partial}{\partial V} \left( \frac{1}{T} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \right) = \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{1}{T} \frac{\partial \varepsilon}{\partial V} + \frac{p}{T} \right) \quad \text{или} \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial V} = T^2 \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{p}{T} \right).$$

При заданных уравнениях состояния  $p = p(V, T)$  и  $S = S(V, T)$  внутренняя энергия находится с точностью до константы.

# Элементы термодинамики

## Формулы для энтропии

Из второго начала термодинамики следует, что

$$\frac{\partial S}{\partial T} = \frac{1}{T} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} = \frac{c_V}{T}, \quad \frac{\partial S}{\partial V} = \frac{1}{T} \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial V} + p \right).$$

При заданных уравнениях состояния  $\varepsilon = \varepsilon(V, T)$  и  $p = p(V, T)$  энтропия находится с точностью до константы, которая исключается с помощью соотношений Нёрста

$$S \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad T \rightarrow 0.$$

# Элементы термодинамики

## Гипотеза о локальном термодинамическом равновесии

В дальнейшем при изучении течений газа будем считать, что в каждый момент времени в бесконечно малой окрестности каждой точки пространства газ находится в термодинамически равновесном состоянии и можно ввести понятия

$$p = p(t, \vec{x}), \quad T = T(t, \vec{x}), \quad S = S(t, \vec{x}),$$

удовлетворяющие термическому, калорическому уравнениям состояния и второму закону термодинамики.

# Элементы термодинамики

## Равновесный процесс

$$\frac{dS}{dt} = \frac{1}{T} \left( \frac{d\varepsilon}{dt} + p \frac{dV}{dt} \right) = \frac{1}{T} \frac{dQ}{dt},$$

где  $\frac{dQ}{dt}$  – скорость притока тепла к рассматриваемой порции газа.

# Элементы термодинамики

## Равновесный процесс

$$\frac{dS}{dt} = \frac{1}{T} \left( \frac{d\varepsilon}{dt} + p \frac{dV}{dt} \right) = \frac{1}{T} \frac{dQ}{dt},$$

где  $\frac{dQ}{dt}$  – скорость притока тепла к рассматриваемой порции газа.

Если порция газа теплоизолирована  $dQ = 0$ , тогда равновесный процесс называется **адиабатическим**, для которого

$$\frac{dS}{dt} = 0.$$

# Элементы термодинамики

## Неравновесный процесс

Для теплоизолированной системы

$$\frac{dS}{dt} \geq 0.$$



# Элементы термодинамики

## Неравновесный процесс

Для теплоизолированной системы

$$\frac{dS}{dt} \geq 0.$$

Пусть масса тела участвует в неравновесном процессе, обмениваясь теплом с внешними телами, в этом случае второе начало термодинамики требует выполнения условия

$$\frac{dS}{dt} + \frac{dS_e}{dt} > 0,$$

где  $S_e$  – энтропия внешних тел. Величина  $\frac{dS_e}{dt}$  может рассматриваться как поток энтропии от внешних тел к массе тела.

# Совершенный газ

## Определение

**Совершенным (идеальным) газом** называется газ, для которого справедлив закон Менделеева-Клайперона

$$pV = RT,$$

где  $R$  – газовая постоянная.

# Совершенный газ

## Внутренняя энергия совершенного газа

Из полученных соотношений для внутренней энергии

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial V} = 0 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = \varepsilon(T),$$

при этом удельная теплоёмкость  $c_V = \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} = c_V(T)$ .

# Совершенный газ

## Внутренняя энергия совершенного газа

Из полученных соотношений для внутренней энергии

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial V} = 0 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = \varepsilon(T),$$

при этом удельная теплоёмкость  $c_V = \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} = c_V(T)$ .

## Определение

Газ называется **политропным**, если  $c_V$  не зависит от  $T$ . В этом случае

$$\varepsilon = c_V T.$$

# Совершенный газ

## Выводы кинетической теории

Выражения для удельных теплоёмкостей имеют вид

$$c_V = \frac{f}{2} k \frac{N_A}{M}, \quad R = c_p - c_V,$$

где  $f$  – число степеней свободы молекулы газа ( $f = 3$  для одноатомного,  $f = 5$  для двухатомного),  $k$  – постоянная Больцмана,  $N_A$  – постоянная Авогадро,  $M$  – молекулярный вес.

# Совершенный газ

## Выводы кинетической теории

Выражения для удельных теплоёмкостей имеют вид

$$c_V = \frac{f}{2} k \frac{N_A}{M}, \quad R = c_p - c_V,$$

где  $f$  – число степеней свободы молекулы газа ( $f = 3$  для одноатомного,  $f = 5$  для двухатомного),  $k$  – постоянная Больцмана,  $N_A$  – постоянная Авогадро,  $M$  – молекулярный вес.

## Энтропия

Из соотношения для энтропии при заданных уравнениях состояния следует, что

$$\begin{aligned} S &= c_V \ln T + R \ln V + \text{const} = c_V \ln T + c_p \ln V - c_V \ln V + \text{const} = \\ &= c_V \ln p + c_p \ln V + \text{const}. \end{aligned}$$



# Газ Ван-дер-Ваальса

## Уравнение состояния

Поправка к уравнению состояния идеального газа, связанная с учётом объёма молекул и сил молекулярного взаимодействия, приводит к уравнению состояния **Ван-дер-Ваальса**

$$p = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2},$$

где  $a$  – величина пропорциональная силе сцепления молекул,  $b$  – величина пропорциональная собственному объёму молекул газа.

# Газ Ван-дер-Ваальса

## Уравнение состояния

Поправка к уравнению состояния идеального газа, связанная с учётом объёма молекул и сил молекулярного взаимодействия, приводит к уравнению состояния **Ван-дер-Ваальса**

$$p = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2},$$

где  $a$  – величина пропорциональная силе сцепления молекул,  $b$  – величина пропорциональная собственному объёму молекул газа.

## Внутренняя энергия и энтропия

$$\varepsilon = \int c_V(T) dT - \frac{a}{V}, \quad S = \int \frac{c_V(T)}{T} dT + R \ln(V - b) + \text{const.}$$

# Изоэнтропический процесс

## Определение

Если некоторый элемент газа подвергается медленному расширению или сжатию, так что при этом не происходит теплообмена с окружающей средой, то элемент совершает адиабатический переход из одного термодинамического состояния в другое. При этом медленный процесс остаётся обратимым и энтропия элемента остаётся неизменной. Такой переход называется **изоэнтропическим**. Кривая  $S = \text{const}$  называется адиабатой Пуассона.

## Уравнение состояния идеального политропного газа

$$p = \frac{A}{V^\gamma},$$

где

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1 + \frac{R}{c_v} > 1, \quad A^2 = A^2(S) = a^2 e^{S/c_v} = \text{const}.$$

# Литература