1 Trikotniki in štirikotniki

1.1 Odnosi med geometrijskimi elementi v prostoru

Definicija 1.1.1 (Trikotnik)**:** *Trikotnik je geometrijski lik, ki je določen s tremi točkami, ki ne ležijo na isti premici.*

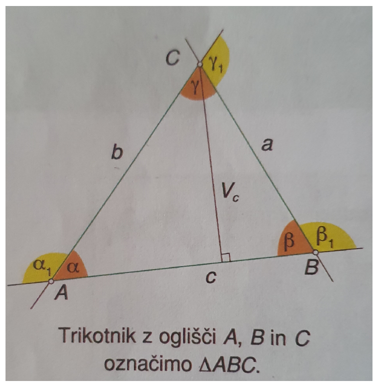

Figure 1: Trikotnik ΔABC.

Točke A, B, C imenujemo oglišča.

Daljice, ki te točke povezujejo imenujemo stranice trikotnika. Stranica a leži nasproti oglišča A, stranica b nasproti oglišča B in stranica c nasproti oglišča C. Premice, na katerih ležijo stranice trikotnika imenujemo nosilke stranic.

Notranji koti trikonika so koti, ko jih tvorita dve stranici trikotnika. Kot pri oglišču A je α, pri oglišču B je β in pri oglišču C je γ.

Sokoti notranjih kotov so zunanji koti trikotnika in so α_1, β_1 in γ_1 (α', β' in γ').

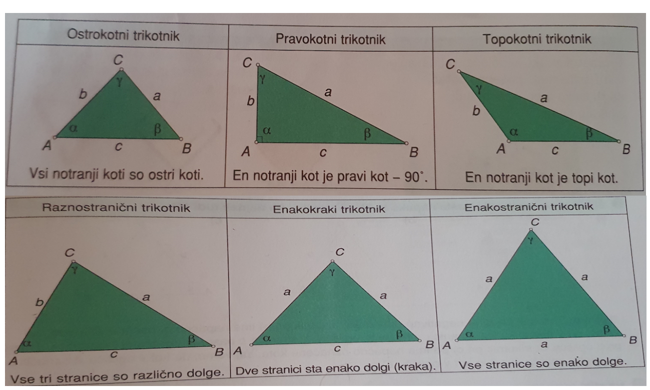

Figure 2: Delitev trikotnikov glede na velikosti notranjih kotov in glede na dolžino stranic.

Trditev 1.1.1 (Trikotniško pravilo)**:** *Vsota dolžin dveh stranic v trikotniku mora biti večja od dolžine tretje stranice.*

$$a + b > c \qquad a + c > b \qquad b + c > a$$

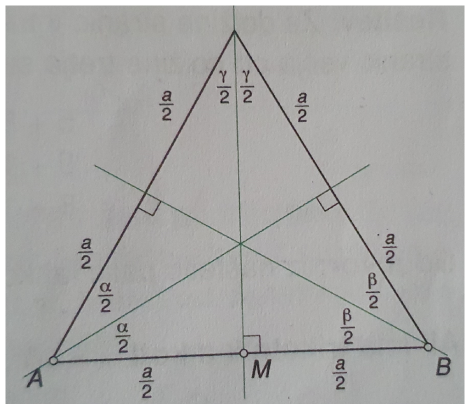

Figure 3: Simetrale enakostraničnega trikotnika.

Enakostranični trikotnik ima tri simetrale:

- vsaka simetrala je pravokotna na stranico in jo razpolavlja,
- vsaka simetrala razpolavlja po en noranji kot trikotnika,
- vsi notranji koti so skladni: $\alpha = \beta = \gamma = 60°$.

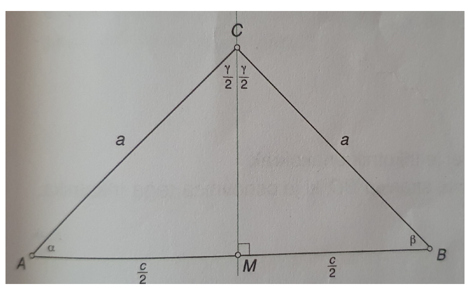

Figure 4: Simetrale enakokrakega trikotnika.

Enakokraki trikotnik ima eno simetralo:

- simetrala je pravokotna na osnovnico,
- simetrala razpolavlja kot med krakoma,
- kota ob osnovnici sta skladna: $\alpha = \beta$.

Raznostranični trikotnik nima nobene simetrale.

1.2 Koti v trikotniku

Trditev 1.2.1: *Vsota notranjih kotov trikotnika je* $180°$.

$$\alpha + \beta + \gamma = 180°$$

Trditev 1.2.2: *Vsota notranjega in pripadajočega zunanjega kota je* $180°$.

$$\alpha + \alpha_1 = 180° \qquad \beta + \beta_1 = 180° \qquad \gamma + \gamma_1 = 180°$$

Trditev 1.2.3: *Vsota zunanjih kotov trikotnika je* $360°$.

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 360°$$

Trditev 1.2.4: *Zunanji kot trikotnika je enak vsoti nepriležnih notranjih kotov trikotnika.*

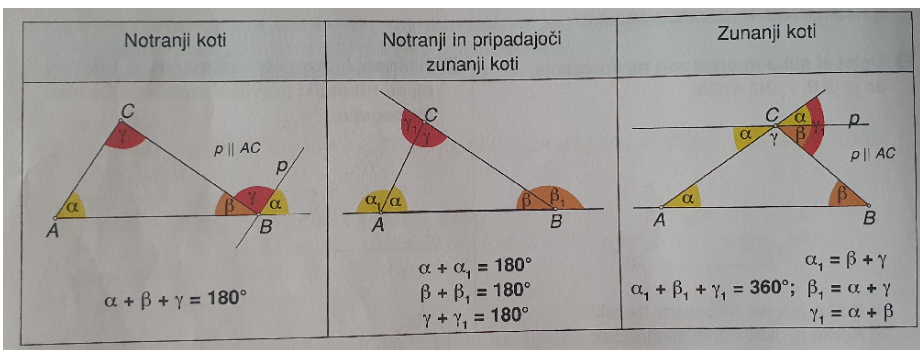

Figure 5: Grafični prikaz trditev o kotih trikotnika.

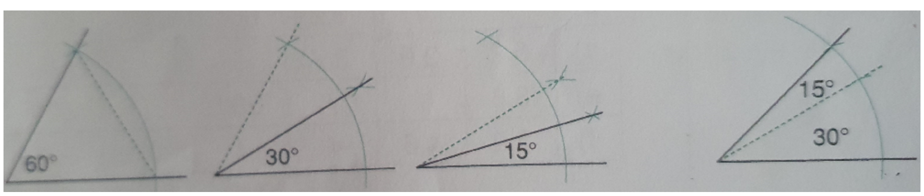

Figure 6: Konstrukcije kotov $60°$, $30°$, $15°$ in $45°$.

1.3 Načrtovanje trikotnikov

Pri vsakem trikotniku lahko izmerimo šest osnovnih količin: dolžine stranic in velikosti notranjih kotov.

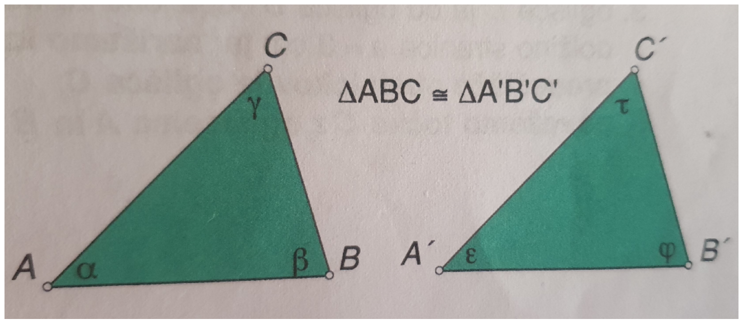

Figure 7: Skladna trikotnika ΔABC in $\Delta A'B'C'$ ($\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$).

Definicija 1.3.1 (Skladnost trikotnikov)**:** *Dva trikotnika sta skladna, če lahko enega premaknemo na drugega, tako da se povsem pokrivata. Ujemata se v vseh treh kotih in vseh treh stranicah.*

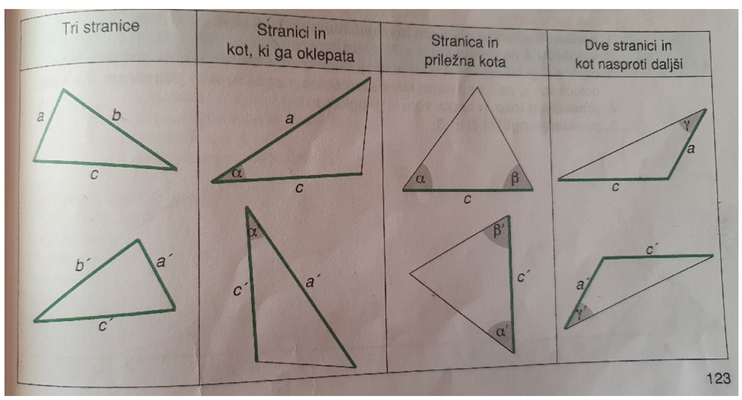

Figure 8: Grafični prikaz skladnostnega izreka.

Izrek 1.3.1 (Skladnostni izreki)**:** *Dva trikotnika sta skladna, če se ujemata v:*

1. *vseh treh stranicah;*
2. *dveh stranicah in kotu, ki ga ti dve stranici oklepata;*
3. *eni stranici in dveh priležnih kotih;*
4. *dveh stranicah in kotu, ki leži daljši stranici nasproti.*

1.4 Višine trikotnikov

Vsakemu trikotniku lahko določimo tri višine.

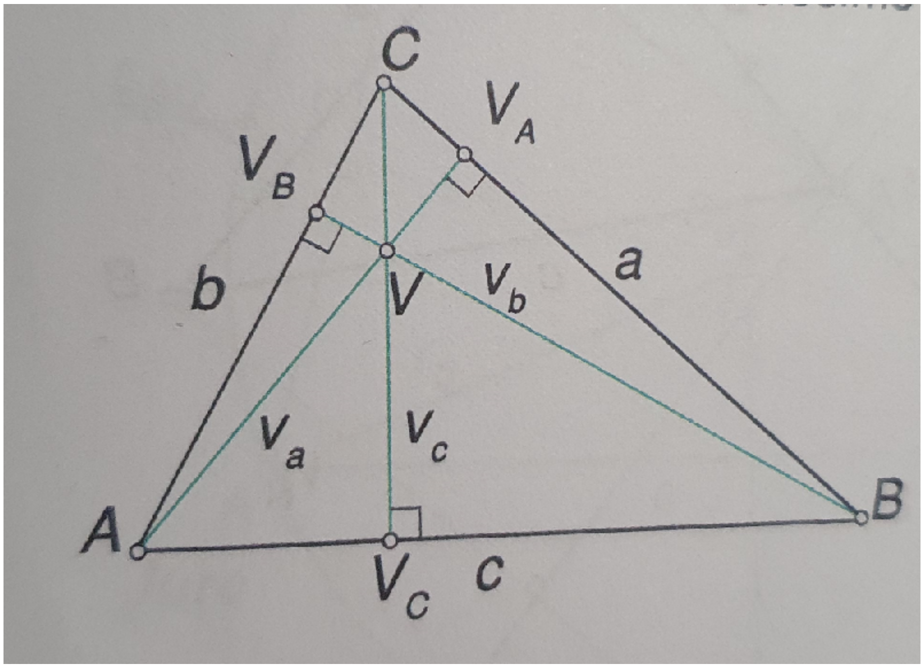

Figure 9: Trikotnik z višinami v_a, v_b, v_c.

Definicija 1.4.1 (Višina trikotnika)**:** *Višina trikotnika je daljica med ogliščem in nosilko (premico) nasprotne stranice, ki je pravokotna na nosilko (premico) stranice (v_a, v_b, v_c). Vse tri višine se sekajo v eni točki, ki jo imenujemo višinska točka (V).*

Trditev 1.4.1: *Položaj višinske točke trikotnika je odvisen od velikosti notranjih kotov trikotnika.*

- *Višinska točka v ostrokotem trikotniku leži v notranjosti trikotnika.*
- *Višinska točka v topokotem trikotniku leži zunaj trikotnika.*
- *Višinska točka v pravokotem trikotniku je oglišče, ki je vrh pravega kota.*

1.5 Simetrale stranic in trikotniku očrtana krožnica

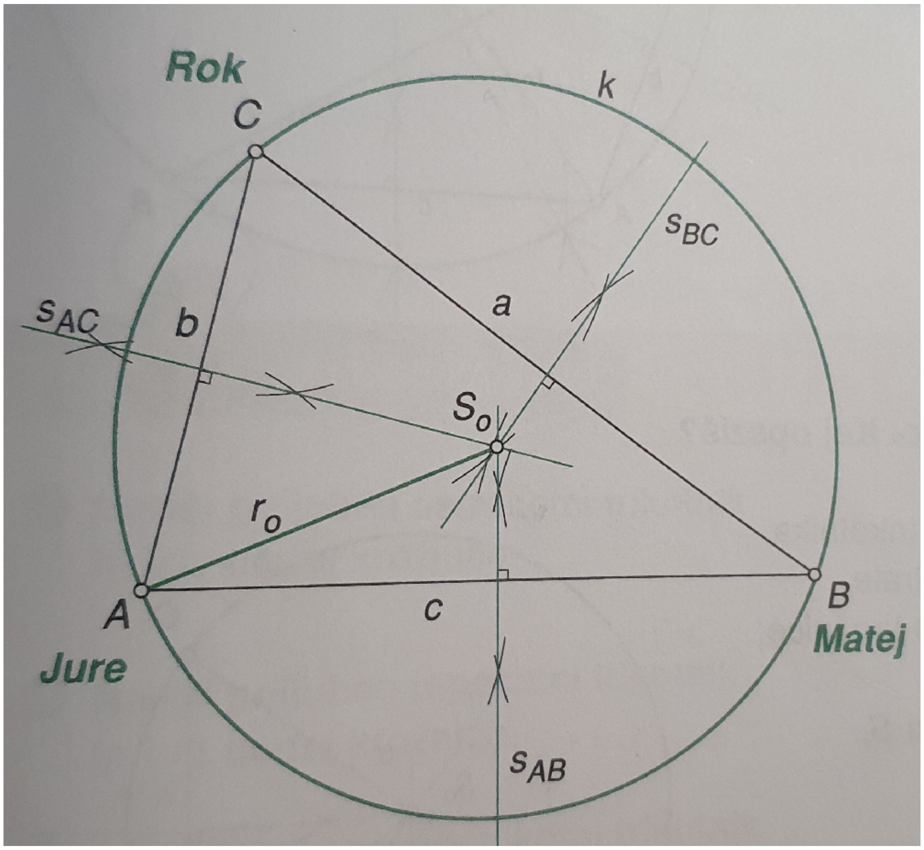

Figure 10: Očrtana krožnica trikotnika ΔABC.

Definicija 1.5.1 (Simetrala stranice)**:** *Simetrala stranice so vse točke, ki so enako oddaljene od dveh oglišč trikotnika.*

Če narišemo vse tri simetrale stranic, dobimo točko, ki je enako oddaljena od vseh treh oglišč trikotnika. Ta točka je središče trikotniku očrtane krožnice. Označimo jo z S_o. Razdalja od središča trikotniku očrtane krožnice do kateregakoli oglišča trikotnika je polmer trikotniku očrtane krožnice (r_o).

1.6 Simetrale kotov in trikotniku včrtana krožnica

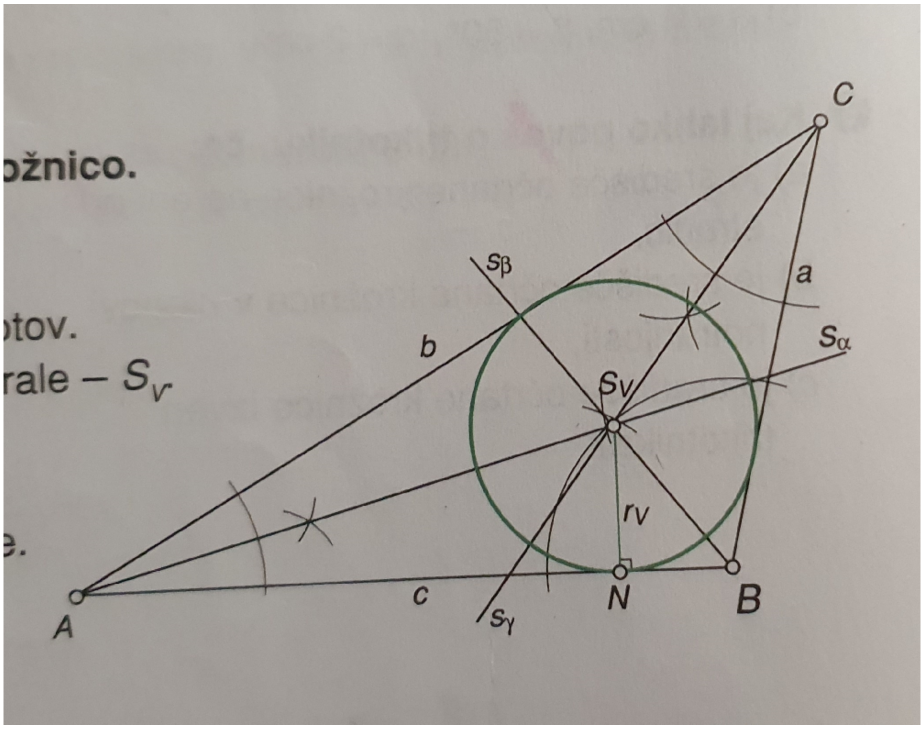

Figure 11: Včrtana krožnica trikotnika ΔABC.

Definicija 1.6.1: *Simetrala kota so vse točke, ki so enako oddaljene od dveh stranic trikotnika, ki se v kotu dotikata/stikata.*

Če poiščemo simetrale vseh kotov dobimo točko, ki je enako oddaljena od vseh treh stranic trikotnika. Ta točka je središče trikotniku včrtane krožnice. Označimo jo z S_v. Razdalja od središča trikotniku včrtane krožnice S_v do poljubne stranice trikotnika je polmer včrtane krožnice (r_v).

1.7 Težiščnice in težišče

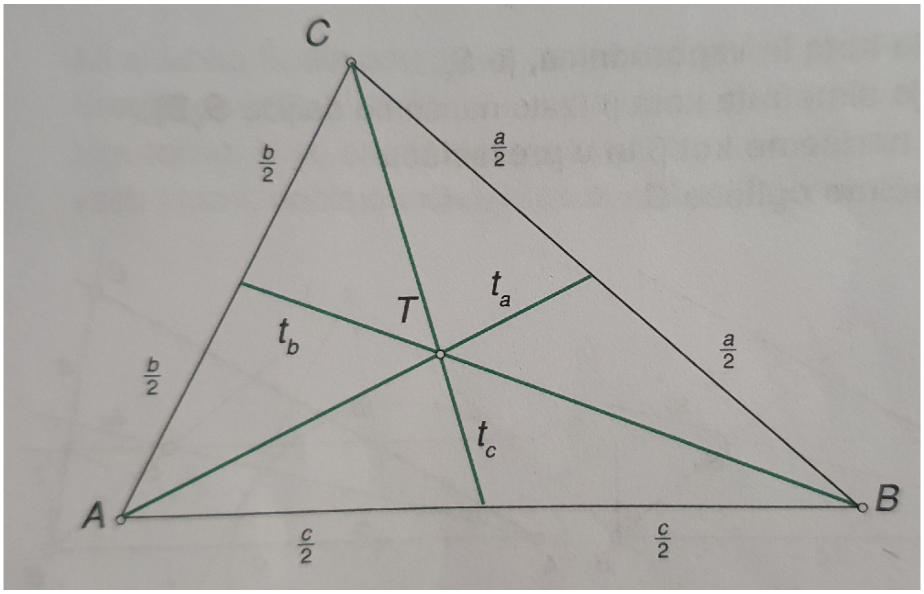

Figure 12: Težiščnice t_a, t_b in t_c trikotnika ΔABC.

Definicija 1.7.1: *Težiščnica trikotnika je daljica, ki povezuje oglišče trikotnika z razpoloviščem nasprotne stranice. Težiščnice trikotnika označimo s* t_a, t_b *in* t_c. *Težišče* T *trikotnika* ΔABC *je točka, v kateri se sekajo vse tri težiščnice trikotnika.*

1.8 Štirikotniki

Definicija 1.8.1 (Štirikotnik)**:** *Štirikotnik je množica točk v ravnini, ki je omejena s štirimi daljicami.*

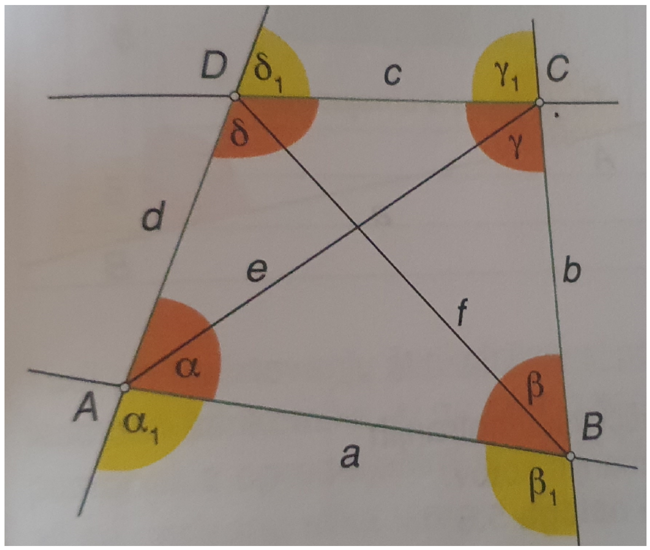

Figure 13: Štirikotnik ABCD.

Točke A, B, C in D imenujemo oglišča.

Stranice a, b, c in d so razdalje med sosednimi oglišči.

Nosilke stranic so premice, na katerih ležijo stranice.

Notranji koti štirikotnika α, β, γ in δ so koti v notranjosti štirikotnika, ki jih tvorita dve stranici štirikotnika.

Sokoti notranijim kotom α_1, β_1, γ_1, δ_1 (α', β', γ', δ') so zunanji koti štirikotnika.

Nasprotni oglišči povezujeta diagonali štirikotnika e in f.

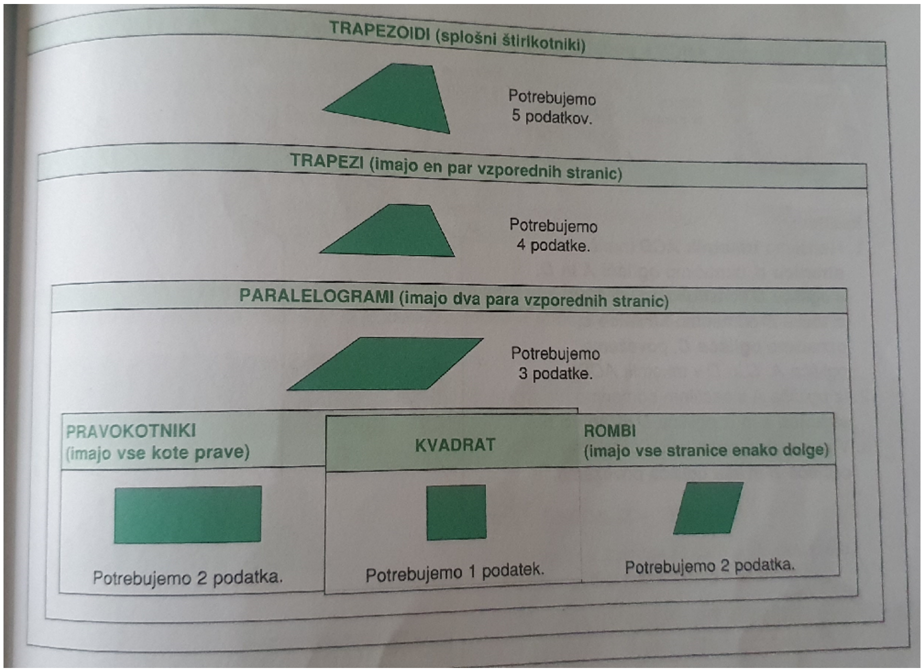

Figure 14: Delitev štirikotnikov glede na medsebojne lege stranic.

Trditev 1.8.1: *Vsota notranjih kotov štirikotnika je* $360°$.

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$$

Trditev 1.8.2: *Vsota notranjega in pripadajočega zunanjega kota je* $180°$.

$$\alpha + \alpha_1 = 180° \qquad \beta + \beta_1 = 180° \qquad \gamma + \gamma_1 = 180° \qquad \delta + \delta_1 = 180°$$

Trditev 1.8.3: *Vsota zunanjih kotov štirikotnika je* $360°$.

$$\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 + \delta_1 = 360°$$

1.9 Trapez

Definicija 1.9.1 (Trapez)**:** *Trapez je štirikotnik, ki ima en par vzporednih stranic.*

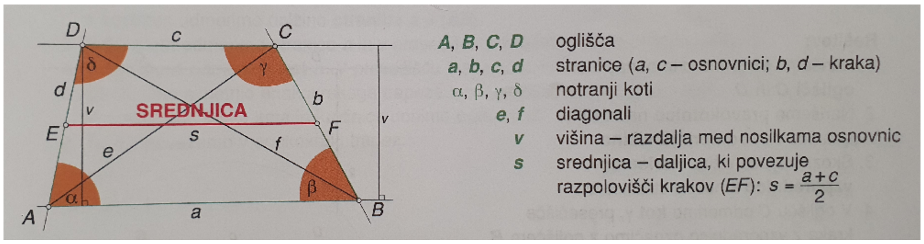

Figure 15: Trapez.

Definicija 1.9.2 (Srednica trapeza)**:** *Srednica trapeza je daljica, ki povezuje razpolovišči obeh krakov:* $s = \frac{a+c}{2}$.

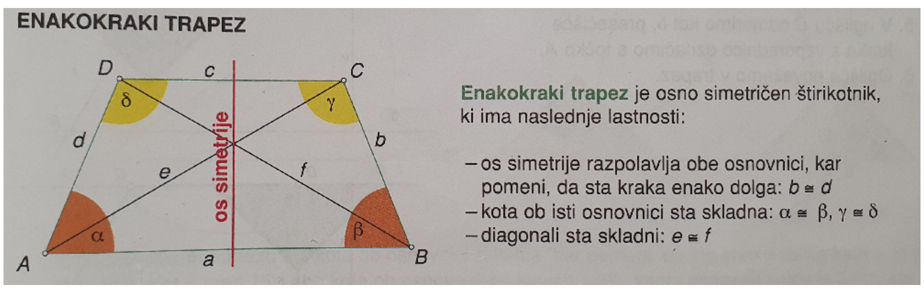

Figure 16: Enakokraki trapez.

1.10 Paralelogram

Definicija 1.10.1 (Paralelogram)**:** *Paralelogram je štirikotnik, ki ima dva para vzporednih stranic.*

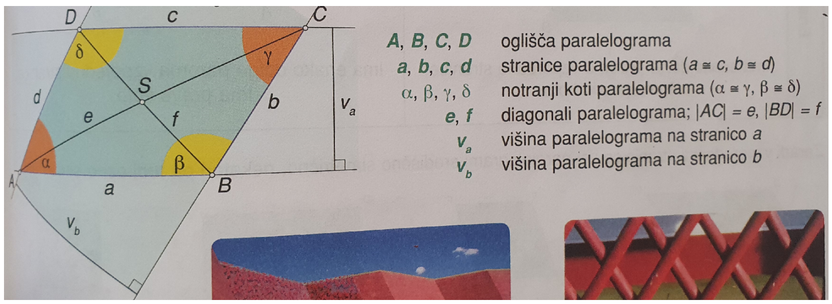

Figure 17: Paralelogram.

Trditev 1.10.1: *Paralelogram ima naslednje lastnosti:*

- *nasprotni stranici sta skladni,*
- *nasprotna kota sta skladna,*
- *kota ob isti stranici sta suplementarna:* $\alpha + \beta = 180°$, $\beta + \gamma = 180°$, $\gamma + \delta = 180°$, $\alpha + \delta = 180°$
- *diagonali se razpolavljata.*

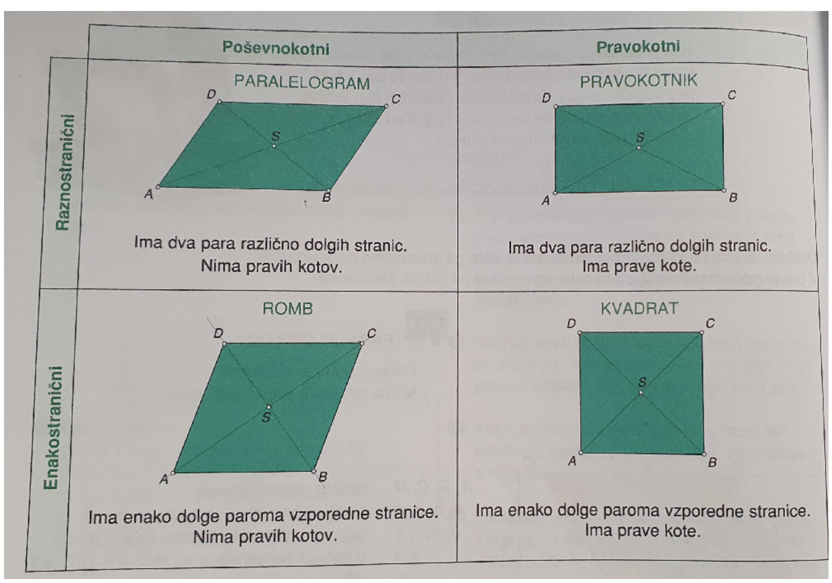

Figure 18: Delitev paralelogramov glede na notranje kote in dolžine stranic.

1.11 Deltoid

Definicija 1.11.1 (Deltoid)**:** *Deltoid je štirikotnik, ki ima dva para skladnih stranic.*

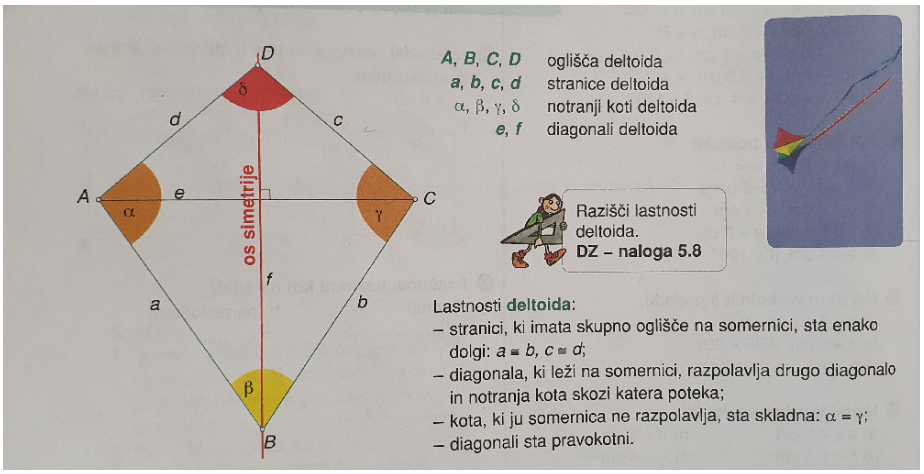

Figure 19: Deltoid.

1.12 Geometrijski liki in telesa

Definicija 1.12.1: *Telo, ki ima za stranske ploskve štirikotnike in dve enaki osnovni ploskvi imenujemo prizma. Telo, ki ima za stranske ploskve trikotnike s skupnim vrhom, imenujemo piramida.*

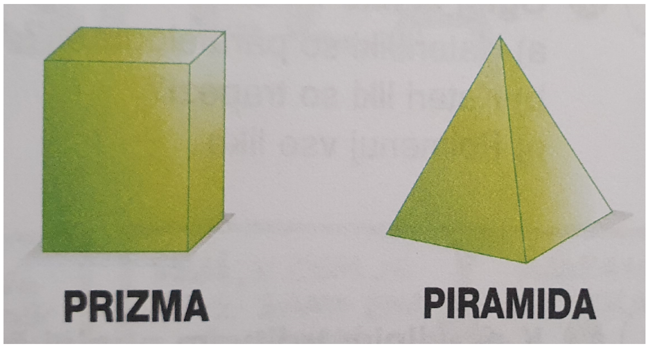

Figure 20: Prizma in piramida.

Če ploskve geometrijskega telesa razgrnemo, nastane mreža telesa, iz katere so lepo razvidni geometrijski liki, ki omejujejo telo.

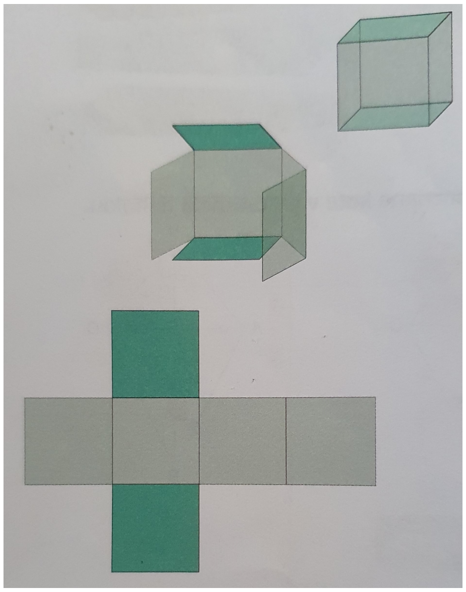

Figure 21: Mreža kocke.