AuD – Algorithmen und Datenstrukturen

Aufgabenblatt 2: $\mathcal{O}$-Notation und Rekurrenzgleichungen

Abgabe bis 26. Oktober, 1600 Uhr – Besprechung am 28.-30. Oktober 2015

von
2

Übungsaufgabe 2.1: Begründen Sie formal, warum folgende Größenabschätzungen gelten bzw. nicht gelten:

1. $3n^3 - 6n + 20 \in O(n^3)$
2. $n^2 \cdot \log n \in O(n^3) \cap \Omega(n^2)$

von
4

Übungsaufgabe 2.2: Ordnen Sie die folgenden Funktionen nach ihrem Wachstumsgrad in aufsteigender Reihenfolge, d.h. folgt eine Funktion $g(n)$ einer Funktion $f(n)$, so soll $f(n) \in O(g(n))$ gelten.

$$n, \log n, 4, n^2, n^{\frac{1}{2}}, \sqrt{n}^3, 2^n, \ln n, 1000$$

Mit log ist hier der Logarithmus zur Basis 2, mit ln der natürliche Logarithmus (Basis e) gemeint. Begründen Sie stets Ihre Aussage. Zwei Funktionen $f(n)$ und $g(n)$ befinden sich ferner in derselben Äquivalenzklasse, wenn $f(n) \in \Theta(g(n))$ gilt. Geben Sie an, welche Funktionen sich in derselben Äquivalenzklasse befinden und begründen Sie auch hier ihre Aussage.

von
2

Übungsaufgabe 2.3: Beweisen oder widerlegen Sie:

$$f(n), g(n) \in O(h(n)) \Rightarrow f(n) \cdot g(n) \in O((h(n))^2)$$

von
8

Übungsaufgabe 2.4: Seien

1. $$T(n) := \begin{cases} 0, & \text{für } n = 0 \\ 3 \cdot T(n-1) + 2, & \text{sonst} \end{cases}$$

2. $$S(n) := \begin{cases} c, & \text{für } n = 1 \\ 16 \cdot S(\frac{n}{4}) + n^2, & \text{sonst} \end{cases}$$

Rekurrenzgleichungen (c ist dabei eine Konstante).

Bestimmen Sie wie in der Vorlesung jeweils die Größenordnung der Funktion $T : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ einmal mittels der (a) Substitutionsmethode und einmal mittels des (b) Mastertheorems. Ihre Ergebnisse sollten zumindest hinsichtlich der O-Notation gleich sein, so dass Sie etwaige Rechenfehler entdecken können! Führen Sie bei (a) auch den Induktionsbeweis, der in der Vorlesung übersprungen wurde!

Informationen und Unterlagen zur Veranstaltung unter:

`http://www.informatik.uni-hamburg.de/TGI/lehre/vl/WS1516/AuD`