



Universität Hamburg

DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Übungen zur Mathematik I für Studierende Informatik und Wirtschaftsinformatik (Diskrete Mathematik) im Wintersemester 2014/2015

Fachbereich Mathematik, Stefan Geschke

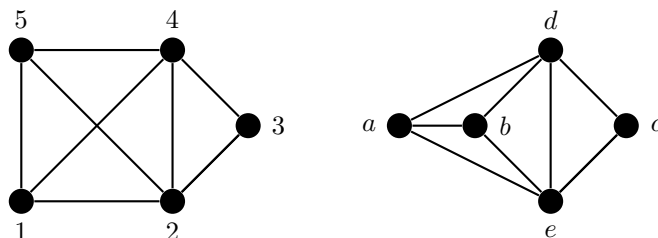
A: Präsenzaufgaben am 27. und 28. November 2014

- (a) G sei ein ungerichteter Graph mit 100 Knoten. 50 Knoten haben den Grad 3, 30 den Grad 4 und die restlichen 20 den Grad 6. Wieviele Kanten hat G ?
(b) Wieviele verschiedene Graphen mit der Knotenmenge $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ gibt es?
- Für $n \in \mathbb{N}$ ist der n -dimensionale Hyperwürfel Q_n der Graph, dessen Ecken die n -Tupel (a_1, \dots, a_n) mit $a_1, \dots, a_n \in \{0, 1\}$ sind. Zwei Ecken (a_1, \dots, a_n) und (b_1, \dots, b_n) sind genau dann durch eine Kante verbunden, wenn sich die beiden n -Tupel in genau einer Komponente unterscheiden.
(a) Man zeichne die Graphen Q_n für $n = 1, 2, 3$.
(b) Wie viele Knoten hat Q_n ? (Man gebe eine Formel für beliebiges n an.)
(c) Wie viele Kanten hat Q_n ? (Man gebe eine Formel für beliebiges n an.)
- Zwei Graphen G und H heißen *isomorph*, wenn es eine Bijektion $f : V(G) \rightarrow V(H)$ gibt, so dass für alle $v, w \in V(G)$ mit $v \neq w$ gilt:

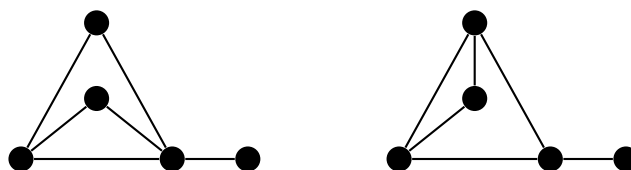
$$\{v, w\} \in E(G) \Leftrightarrow \{f(v), f(w)\} \in E(H)$$

Solch eine Bijektion, die bezeugt, dass zwei Graphen isomorph sind, heißt *Isomorphismus* zwischen den beiden Graphen.

- Zeigen Sie, dass die folgenden beiden Graphen isomorph sind. (Es genügt, einen Isomorphismus anzugeben.)



- Sind die folgenden Graphen ebenfalls isomorph?



B: Hausaufgaben zum 4. und 5. Dezember 2014

1. Sei $f : A \rightarrow B$ eine Funktion, $A_1, A_2 \subseteq A$ und $B_1, B_2 \subseteq B$. Zeigen Sie:

- (a) $f^{-1}[B_1 \cup B_2] = f^{-1}[B_1] \cup f^{-1}[B_2]$
- (b) $f[f^{-1}[B_1]] \subseteq B_1$

2. Wir suchen Beispiele dafür, dass in Satz 4.25 aus dem Skript in (1), (5) und (6) tatsächlich nicht die Gleichheit gelten muss.

- (a) Geben Sie ein Beispiel einer Funktion $f : A \rightarrow B$ und von Mengen $A_1, A_2 \subseteq A$ mit

$$f[A_1 \cap A_2] \neq f[A_1] \cap f[A_2].$$

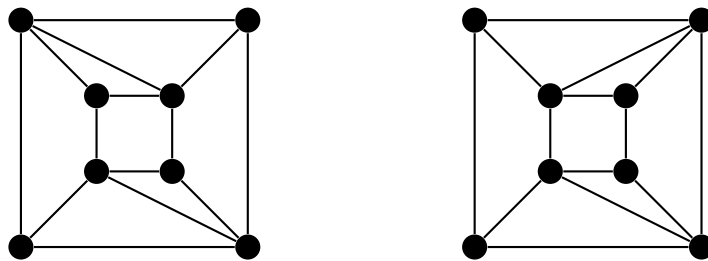
- (b) Geben Sie ein Beispiel einer Funktion $f : A \rightarrow B$ und einer Menge $A_1 \subseteq A$ mit

$$f^{-1}[f[A_1]] \neq A_1.$$

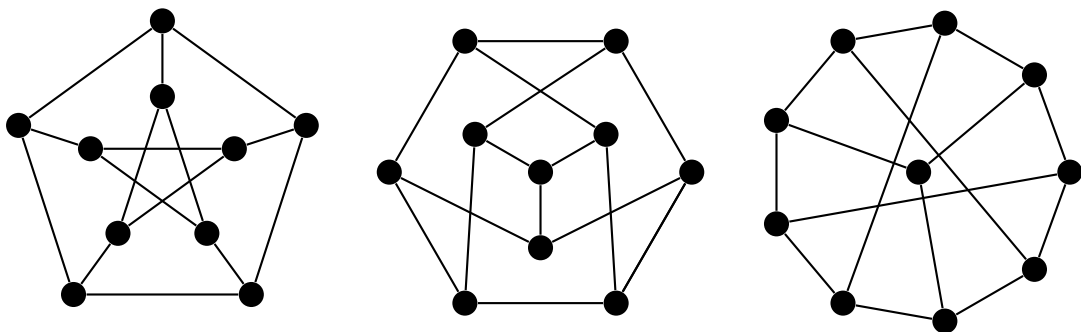
- (c) Geben Sie ein Beispiel einer Funktion $f : A \rightarrow B$ und einer Menge $B_1 \subseteq B$ mit

$$f[f^{-1}[B_1]] \neq B_1.$$

3. Sind die folgenden Graphen isomorph?



4. Welche der folgenden Graphen sind isomorph?



5. Sei G ein vollständiger Graph mit 10 Knoten.

- (a) Wie viele Kanten hat G ?
- (b) Wie viele verschiedene Kreise der Länge 3 hat G ?
- (c) Wie viele verschiedene Teilgraphen hat G , die isomorph zu dem folgenden Graphen sind?

