Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Übungen zur Mathematik I für Studierende Informatik und Wirtschaftsinformatik (Diskrete Mathematik) im Wintersemester 2014/2015

Fachbereich Mathematik, Stefan Geschke

A: Präsenzaufgaben am 16. und 17. Oktober 2014

1. Zeigen Sie, dass die folgenden Mengen A und B gleich sind:

$$A := \{n \in \mathbb{N} : n \text{ ist durch 6 teilbar}\}$$

$$B := \{n \in \mathbb{N} : n \text{ ist durch 2 teilbar und } n \text{ ist durch 3 teilbar}\}$$

2. Liegt eine Aussage vor?
   (a) Österreich liegt am Meer.
   (b) Wie spät ist es?
   (c) Jede gerade Zahl ist durch 2 teilbar.
   (d) x ist durch 2 teilbar.

3. Formulieren Sie die folgende Aussage mit Hilfe von logischen Verknüpfungen: „Betreten des Rasens und Blumenpflücken verboten!“

4. Aussage a: „Die Erde hat zwei Monde.“ Aussage b: „Hamburg liegt in Deutschland.“ Welche der folgenden Aussagen sind wahr?
   (a) $a \wedge b$
   (b) $a \vee b$
   (c) $a \operatorname{xor} b$

5. Verneinen Sie die folgenden Aussagen:
   (a) Alle Katzen sind gute Mäusejäger.
   (b) Es gibt einen Matrosen, der schwimmen kann.
   (c) Für alle x gilt: $x < 3$
   (d) Für alle x und alle y gilt: $x^2 + y^2 = 4$

6. a, b und c seien Aussagen. Zeigen Sie mit Hilfe des Wahrheitstafelverfahrens:
   (a) $(a \wedge (b \wedge c)) \rightarrow (a \wedge b)$
   (b) $(\neg a \vee b) \leftrightarrow (a \rightarrow b)$

7. Aussageform $a(n)$: „n ist durch 4 teilbar.“ Aussageform $b(n)$: „n ist eine gerade Zahl.“ Was trifft für alle natürlichen Zahlen n zu?
   (a) $a(n) \Rightarrow b(n)$
   (b) $b(n) \Rightarrow a(n)$
   (c) $a(n) \Leftrightarrow b(n)$
   (d) $\neg b(n) \Rightarrow a(n)$

B: Hausaufgaben zum 23. und 24. Oktober 2014

1. Gegeben seien die Mengen $A := \{n \in \mathbb{N} : n > 3\}$, $B := \{n \in \mathbb{N} : n \text{ ist durch 14 teilbar}\}$ und $C := \{n \in \mathbb{N} : n > 5,\ n \text{ ist durch 7 teilbar und } n \text{ ist gerade}\}$. Beweisen oder widerlegen Sie:

   (a) $A \subseteq B$

   (b) $B \subseteq A$

   (c) $B \subseteq C$

   (d) $C \subseteq A$

2. Ist in den folgenden Sätzen vermutlich einschließenden ($\vee$) oder ausschließendes oder (xor) gemeint?

   (a) Du kommst vor Mitternacht nach Hause oder Du hast eine Woche Fernsehverbot.

   (b) Morgen oder übermorgen kann es schneien.

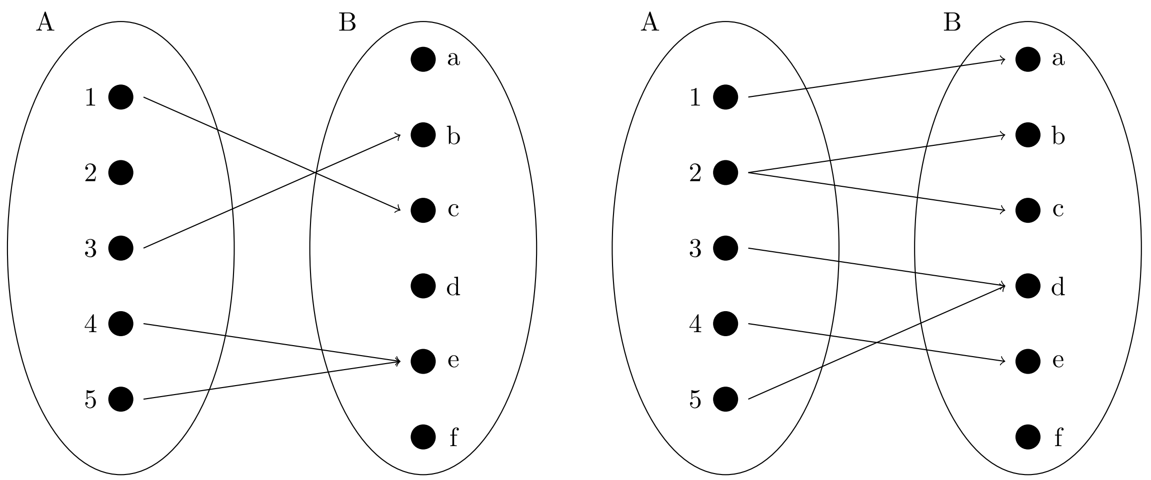
   (c) Morgen oder übermorgen ist Montag.

   (d) Kopf oder Zahl?

3. Sei M eine Menge und $A, B \subseteq M$. Zeigen Sie mit Hilfe des Wahrheitstafelverfahrens die Gleichung $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$. Das Komplement ist hier bezüglich M gemeint.

4. Es $M = \{1, 2, 3\}$. Geben Sie die Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ an.

5. Für die Mengen $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ und $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ betrachten wir die folgenden Pfeildiagramme:



   (a) Stellen diese Diagramme Funktionen $f : A \to B$ dar? Was muss gegebenenfalls geändert werden, damit Funktionen $f : A \to B$ dargestellt werden?

   (b) Was muss geändert werden, damit injektive Funktionen dargestellt werden?

   (c) Kann man die Pfeile so abändern, dass surjektive Funktionen dargestellt werden?

   (d) Von der Funktion $f : A \to B$ sei bekannt, dass $f(1) = a$, $f(2) = b$, $f(3) = d$ und $f(5) = f$ gelten. Wie kann $f(4)$ gewählt werden, damit f injektiv wird?

   (e) Wie kann $f(4)$ gewählt werden, damit f nicht injektiv wird?