FOGLIO DELLO STATISTICO INCONSAPEVOLE

$\Delta \rightarrow$ XOR ; $E \setminus F$ = E ma non F ; COSTITUENTI $\rightarrow$ eventi disgiunti la cui unione è lo SPAZIO CAMPIONARIO

$E \cap F$ e sposto la –

$\mathcal{F}$ = FAMIGLIA DEGLI EVENTI $\rightarrow$ realizzazioni interessanti per l'osservatore

σ ALGEBRA $\rightarrow$ 1) $S \in \mathcal{F}$

2) $E \cap F$ se $E \cap F$ $\rightarrow$ STAB. pass al compl

3) $\bigcap_{i=1}^{\infty} E_i \in \mathcal{F}$ se $E_i \cap F$ $i \in \mathbb{N}$ $\rightarrow$ STAB per INTERS. NUMERABILI

INOLTRE

1) STAB. per UNIONI NUMERAB

2) STAB. per UNIONI FINITE

$\mathcal{F} = \sigma(E)$

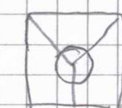
per poter operare linearmente

$\mathcal{F} = \sigma(E, F)$ $\rightarrow$ unione dei costituenti di E e di F. Contiene 16 ELEMENTI se E ed F sono INDIPENDENTI ossia tutti i loro costituenti sono NON VUOTI

$\rightarrow$ se E ed F sono DIPENDENTI allora $\mathcal{F}$ è la famiglia delle unioni dei loro costituenti NON VUOTI. Se $E \subset F$ ha cardinalità 8.

$\rightarrow$ F, $F \setminus E$, E + i negati + $\emptyset$ + S

DIAGRAMMA A DISCO SOLARE IN CAMPO A STRISCE $\rightarrow$ $\mathcal{F}\,\sigma(H_1, H_2, H_3, E)$



$\rightarrow$ 6 costituenti non vuoti

SEMIALGEBRA $\rightarrow$ 1) $S \in C$ $\leftarrow$ famiglia di parti di S

2) $\bar{E} = \bigcup_{i=1}^{m} E_i$ per un certo m e per opportuni $E_1 \dots E_m \in C$ DISGIUNTI se $E \in C$

3) $E \cap F \in C$ se $E, F \in C$ $\rightarrow$ STAB per INTERSEZIONI BINARIE (FINITE)

OGNI σ ALGEBRA è UNA SEMIALGEBRA

$\rightarrow$ soddisfa la cond 2 con $E_1 = \bar{E}$ ($m=1$)

SOLITAMENTE $\mathcal{F}$ è una σ ALGEBRA SU S, tipicamente generata da una SEMIALGEBRA C

$D^R_{n,k} = n^k$ CONTA L'ORDINE!! $\quad D_{n,k} = \dfrac{n!}{(n-k)!}$ $\quad P(E|F) = \dfrac{P(E \cap F)}{P(F)}$

COSTO OBBLIGAZ: P(SUCCESSO) × PREMIO

$P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(E \cap F)$ $\quad P(E|F) \propto P(F|E)\,P(E)$

FORMULA DI BAYES $P(H|E) = \dfrac{P(E|H)P(H)}{P(E)}$

PROBABILITÀ $\rightarrow$ 1) NORMALIZZATA 2) NUMERABILMENTE ADDITIVA $\rightarrow P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} E_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(E_i)$

IDENTITÀ FONDAMENTALE

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

SPAZI DI DISPOSIZIONI con RIPETIZIONE $\rightarrow D^R_{n,k} = n^k$

SPAZI DI PERMUTAZIONI $\rightarrow P_n = n!$

SPAZI DI DISPOSIZIONI SEMPLICI $\rightarrow D_{n,k} = \dfrac{n!}{(n-k)!}$

SPAZI DI COMBINAZIONI SEMPLICI $\rightarrow C_{n,k} = \binom{n}{k}$

REGOLA DELLA NEGAZIONE: $P(\bar{E}|\bar{H}) = 1 - P(E|\bar{H})$

REGOLA DELLA CATENA

$\hookrightarrow P(E \cap F \cap G) = P(E|F \cap G) \cdot P(F|G) \cdot P(G)$

FORMULA DI BAYES = $P(H|E) = \dfrac{P(E|H) \cdot P(H)}{P(E)}$

$P(E) \rightarrow P(E|H)P(H) + P(E|\bar{H})P(\bar{H})$

FORMULA DI BAYES SULLA SCALA DEI PRONOSTICI

$$\hookrightarrow \frac{P(H|E)}{P(\bar{H}|E)} = \frac{P(E|H)}{P(E|\bar{H})} \times \frac{P(H)}{P(\bar{H})}$$

(2 eventi)

FORMULA DI BAYES per più SPIEGAZIONI

$$P(H_j|E) = \frac{P(E|H_j)P(H_j)}{\sum_{i=1}^{m} P(E|H_i)P(H_i)} \quad j = 1 \cdots m$$

INDIPENDENZA LOGICA $\rightarrow$ se i loro costituenti sono tutti VUOTI

INDIPENDENZA STOCASTICA $\rightarrow$ se $P(E \cap F) = P(E)P(F)$

INVARIANZA PER NEGAZIONE $\rightarrow P(E \cap \bar{F}) = P(E)P(\bar{F})$ se E ed F sono indipendenti

EVENTI INCIDENTALMENTE INDIPENDENTI $\rightarrow$ eventi non indipendenti a coppie ma indipendenti insieme

EVENTI CONGIUNTAMENTE INDIPENDENTI $\rightarrow$ eventi indipendenti sia a coppie che insieme

FUNZIONE QUANTILE $\rightarrow F^{-1}(w) = t_w$ per $w = 0{,}5;\ 0{,}25;\ 0{,}75 \dots$

CARATTERISTICA DI UNA VARIABILE ALEATORIA $\alpha(x) = \sum_j P(x_j)$

DENSITÀ DISCRETA (f) $\rightarrow F(t) = \sum_{x_j \le t} f(x_j)$

DENSITÀ DIFFUSA: $F(t) = \int_{-\infty}^{t} f(x)\,dx$

FUNZIONE ASSOLUTAMENTE CONT. $\rightarrow$ diffusa con densità.

PENDENZA DI ARRESTO: $\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan(t)$ ANGOLO DI ARRESTO: $\frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi}$

TEOREMA: CARATT. delle DENSITÀ DIFFUSE: $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$

TRASFORMAZIONI AFFINI: $f_Y(u) = \frac{1}{|\beta|} f_X\left(\frac{u-\alpha}{\beta}\right)$ se $Y = \alpha + \beta X$ per $\alpha = 0 \to$ TR. LINEARI

VALOR MEDIO: $E(X) = \int_0^1 F^{-1}(w)\,dw$

OPPURE $\to E(X) = \int_0^{+\infty} 1 - F(t)\,dt - \int_{-\infty}^{0} F(t)\,dt$

$\to$ quindi f ammette 0 densità diffusa

MEDIANA: $F^{-1}(1/2)$

VARIANZA: $E(X-\mu)^2$

VARIANZA: $E(X^2) - E^2(X)$

DEV. ST. $= \sqrt{VAR(X)}$

$\downarrow$

TRASFORM. AFFINI

$Var(\alpha + \beta X) = \beta^2 Var(X)$

$Sd(\alpha + \beta X) = |\beta|\, Sd(X)$

MEDIA NEL CASO CONTINUO, FORMULA DI CALCOLO: $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,dx$

LEGGE DELLO STATISTICO INCONSAPEVOLE

- $E(g(X)) = \sum_{x_j} g(x_j) f(x_j)$
- $E(g(X)) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f(x)\,dx$

MEDIA NEL CASO CONTINUO, RISULTATO NOTEVOLE $E(X^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)\,dx$

VARIANZA NEL CASO CONTINUO, RISULTATO NOTEVOLE

$Var(X) = E(X-\mu)^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2 f_X\,dx$

DIFFERENZA INTERQUARTILE

$IQR(X) = F^{-1}(0{,}75) - F^{-1}(0{,}25)$

nulla se X è COSTANTE

per la SEMIDIFFERENZA divido per 2

DISUGUAGLIANZA DI MARKOV

$P\{X \geq t\} \leq \frac{E(X)}{t}$

RELAZIONE TRA f e F: $\int_t^{+\infty} f(x) = P(X \geq t)$

MOMENTO K-ESIMO: $\mu_k = E(X^k)$

$\hookrightarrow$ CENTRATO: $\bar{\mu}_k = E(X-\mu)^k$

STORTEZZA

- $\bar{\mu}_3 = 0$ densità simmetrica
- $\bar{\mu}_3 > 0$ densità storta da
- $\bar{\mu}_3 < 0$ " " " a s

$Skew(X) = E\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\right)^3 = \frac{\bar{\mu}_3}{\sigma^3}$

DISUGUAGLIANZA DI CHEBYSHEV: $P\{|Y - \mu_Y| \geq \varepsilon\} \leq \frac{Var(Y)}{\varepsilon^2}$

VAR. ALEATORIA STANDARD: $E(Z) = 0$, $Sd(Z) = 1$

VAR. ALEATORIA CENTRATA: $E(Z) = 0$, $Sd(Z) = *$

STANDARDIZZAZIONE: $X^* = \frac{X-\mu}{\sigma}$ se $\sigma > 0$ $\to E(X^*) = 0$, $Var(X^*) = 1$

$Kurtosi(X)$: $\mu_4^* = E\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\right)^4 = \frac{\bar{\mu}_4}{\sigma^4}$

SPESSEZZA delle CODE

CHEBYSHEV per una $X^* \to P\{|X^*| \geq K\} \leq \frac{1}{K^2}$

SCHEMI DI BERNOULLI $\boxed{\text{FINITI}}$

$\hookrightarrow E(X) = p$

$\hookrightarrow Var(X) = pq$

$\to$ DISTR. BINOMIALI $Binom(n, p)$ — num. di eventi INDIPENDENTI EQUIPROB.

- $f_S(k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$
- $E(S) = np$
- $Var(S) = npq$

URNE DICOTOMICHE

$\hookrightarrow$ DISTR. IPERGEOMETRICA

- $f_Y(k) = \frac{\binom{K}{k}\binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}$

biglie bionde — biglie nere — estrazioni

SCHEMI DI BERNOULLI $\boxed{\text{INFINITI}}$

$\to$ DISTR. GEOMETRICHE $\sim Geom(p)$

- $f_T(j) = q^j p$
- $P\{T \geq t\} = q^t = R_T(t)$
- $E(T) = \frac{1-p}{p}$
- $Sd(T) = \frac{\sqrt{1-p}}{p}$
- $E(T+1) = E(T) + 1$
- $Sd(T+1) = Sd(T)$

$\downarrow$

DISTR. BINOMIALI NEGATIVE

- $f_{T_k}(j) = \binom{j+k-1}{k-1} q^j p^k$
- $E(T_k) = \frac{k(1-p)}{p}$
- $Sd(T_k) = \frac{\sqrt{k(1-p)}}{p}$

- $Y = Hyper(K, N-K, n)$
- $E(Y) = \sum_{k=0}^{n} k f_Y(k) = \frac{nK}{N}$
- $Var(Y) = np(1-p) \cdot \varphi$
- $\varphi = \frac{N-n}{N-1}$