

FOGLIO DELLO STATISTICO INCONSAPEVOLE

ENF è spazio la -

$\Delta \rightarrow \text{XOV} ; E \setminus F = E \text{ ma non } F ;$ COSTITUENTI \rightarrow eventi che costituiscono la loro unione è lo SPAZIO CAMPIONARIO

F = FAMIGLIA DEGLI EVENTI \rightarrow realizzazioni interessanti per l'osservatore

D'ALGEBRA \rightarrow I) SEF

↓
2) ENF \propto ENF \rightarrow STAB. passo al komple

3) $\bigcap_{i=1}^{\infty} E_i \in F \text{ e } E_i \in \text{ENF} \nsubseteq EN \rightarrow$ STAB. per UNIONI NUMERABILI

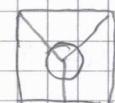
$f = \sigma(E)$ per poter operare linearmente

$f = \sigma(E, F)$ \rightarrow unione dei costituenti di E e di F. Contiene 16 ELEMENTI. Mentre E ed F sono INDEPENDENTI ormai tutti i loro costituenti sono NON VUOTI.

\rightarrow se E ed F sono DIPENDENTI allora F è la famiglia delle unioni dei loro costituenti NON VUOTI. Se ECF ha cardinalità 8.

$\rightarrow F, F \setminus E, E + i \text{ negati} + \emptyset + S$

DIAGRAMMA A DISCO SOLARE IN CAMPO A STRISCE $\rightarrow F \cup (H_1, H_2, H_3, E)$



\rightarrow 6 costituenti non vuoti

SEMI ALGEBRA \rightarrow I) SEF \leftarrow famiglia di punti di S

2) $E = \bigcup_{i=1}^m E_i$ per un certo n e per opportuni $E_1, E_m \in E$ DISGIUNTI se EEC

3) ENF $\subseteq E$ IF $\subseteq C$ \rightarrow STAB per INTERSEZIONI BINARIE (FINITE)

OGNI D'ALGEBRA È UNA SEMIALGEBRA

SOLITAMENTE F è una D'ALGEBRA SU S, tipicamente generata da una SEMIALGEBRA C

$$D_{m,k}^R = m^k \quad D_{n,k} = \frac{m!}{(m-k)!} \quad P(EIF) = \frac{P(ENF)}{P(F)} \quad \text{COSTO OBBLIGAZ: } P(\text{successo}) \times \text{PREMIO}$$

$$P(EUF) = P(E) + P(F) - P(ENF)$$

$$P(EIF) \propto P(F|E)P(E)$$

$$\text{FORMULA DI BAYES: } P(H|E) = \frac{P(E|H)P(H)}{P(E)}$$

IDENTITÀ FONDAMENTALE

$$\binom{m}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{m-1}{k}$$

$$\text{REGOLA DELLA NEGAZIONE: } P(\bar{E}|H) = 1 - P(E|\bar{H})$$

REGOLA DELLA CATENA

$$\text{FORMULA DI BAYES: } P(H|E) = P(E|H) \cdot P(H)$$

$$\hookrightarrow P(ENF \cap G) = P(EIF \cap G) \cdot P(F|G) \cdot P(G)$$

$$(P(E)) \rightarrow P(E|H)P(H) + P(E|\bar{H})P(\bar{H})$$

FORMULA DI BAYES SULLA SCALA

DEI PRONOSTICI

$$\frac{P(H|E)}{P(\bar{H}|E)} = \frac{P(E|H)}{P(E|\bar{H})} \times \frac{P(H)}{P(\bar{H})}$$

(2-menti)
INDIPENDENZA LOGICA \rightarrow se i loro costituenti sono tutti NON VUOTI

FORMULA DI BAYES PER PIÙ SPIEGAZIONI

$$P(H_j|E) = \frac{P(E|H_j)P(H_j)}{\sum_{i=1}^m P(E|H_i)P(H_i)}$$

j = 1 ... m

INDIPENDENZA STOCHASTICA \rightarrow se $P(ENF) = P(E)P(F)$

INVARIANZA PER NEGAZIONE $\rightarrow P(E \setminus F) = P(E)P(\bar{F})$ se E ed F sono indipendenti

EVENTI INCIDENTALMENTE INDEPENDENTI \rightarrow eventi non indipendenti a coppie, ma indipendenti insieme

EVENTI CONGIUNTAMENTE INDEPENDENTI \rightarrow eventi indipendenti sia a coppie che insieme.

FUNZIONE QUANTILE $\rightarrow F^{-1}(w) = t_w$ per $w = 0,5, 0,25, 0,75 \dots$

CARATTERISTICA DI UNA VARIABILE ALEATORIA $\alpha(x) = \sum_j P(x_j)$



DENSITÀ DISCRETA (g) $\rightarrow f(t) = \sum_{x \in t} g(x)$

DENSITÀ DIFFUSA: $F(t) = \int_{-\infty}^t g(x) dx$

FUNZIONE ASSOLUTAMENTE CONT. \rightarrow diffusa con densità.

$$\text{PENDENZA DI ARAESTO: } \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan(t) \quad \text{ANGOLO DI ARAESTO: } \frac{1}{2} + \frac{6}{\pi}$$

$$\text{TEOREMA: CARAT. DELLE DENSITÀ DIFFUSE: } \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) dx = 1$$

$$\text{TRASFORMAZIONI AFFINI: } f_y(u) = \frac{1}{|\beta|} f_x\left(\frac{u-\alpha}{\beta}\right)$$

$$\text{VALORE MEDIO: } E(x) = \int F^{-1}(w) dw$$

OPPURE

$$E(x) = \int_0^{+\infty} 1 - F(t) dt - \int_0^{\infty} F(t) dt$$

→ quindi f somma α e β alla distanza

$$\text{MEDIA NEL CASO CONTINUO, FORMULA DI CALCOLO: } E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$$

LEGGE DELLO STATISTICO INCONSAPEVOLE

$$\bullet E(g(x)) = \sum_{x_j} g(x_j) f(x_j) \quad \bullet E(g(x)) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f(x) dx$$

$$\text{MEDIA NEL CASO CONTINUO, RISULTATO NOTEVOLI: } E(x^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx \quad \text{SD}(a+bx) = |b| \text{ SD}(x)$$

$$\text{VARIANZA NEL CASO CONTINUO, RISULTATO NOTEVOLI: } \text{Var}(x) = E(x^2) - E(x)^2$$

$$\text{Var}(x) = E((x-\mu)^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2 f(x) dx$$

DISUGUAGLIANZA DI MARKOV

$$P\{X \geq t\} \leq E(X)$$

$$\text{RELAZIONE TRA } f \text{ e } F: \int_t^{+\infty} f(x) dx = P(X \geq t)$$

$$\text{DISUGUAGLIANZA DI CHEBYSHEV: } P\{|Y - \mu_Y| \geq \varepsilon\} \leq \frac{\text{Var}(y)}{\varepsilon^2}$$

$$\text{VAR. ALEATORIA STANDARD: } E(Z) = 0, \text{ SD}(Z) = 1$$

$$\text{VAR. ALEATORIA CENTRATA: } E(Z) = 0, \text{ SD}(Z) = \sigma \quad E(X^*) = 0$$

$$\text{STANDARDIZZAZIONE: } X^* = \frac{X-\mu}{\sigma} \quad \text{Var}(X^*) = 1$$

$$\text{CHEBYSHEV per una } X^* \rightarrow P\{|X^*| \geq K\} \leq \frac{1}{K^2}$$

SCHEMI DI BERNOULLI FINITI

$$\begin{aligned} &\rightarrow E(x) = p \\ &\rightarrow \text{Var}(x) = pq \end{aligned}$$

$$\rightarrow f(x) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

Binom(n, p)

DISTR. BINOMIALI

num. di eventi
INDIPENDENTI
EQUIPOT.

URNE DICOTOMICHE

→ DISTR. IPERGEOMETRICA

$$f_{YK}(k) = \binom{K}{k} \binom{N-K}{m-k}$$

legie binom

(N)
m

loglie
mero

→ DISTR. GEOMETRICHE $\sim \text{Geom}(p)$

$$\bullet f_T(j) = q^j p$$

$$\bullet P\{T \geq t\} = q^t = R_T(t)$$

$$\bullet E(T) = \frac{1-p}{p}$$

$$\bullet \text{SD}(T) = \sqrt{\frac{1-p}{p}}$$

$$\bullet E(T+1) = E(T) + 1$$

$$\bullet \text{SD}(T+1) = \text{SD}(T)$$

estensioni

$$\bullet y = \text{Hyper}(K, N-K, n)$$

$$\bullet E(y) = \sum_{k=0}^n k \cdot f_{YK}(k) = \frac{mK}{N}$$

$$\bullet \text{Var}(y) = mp(1-p) \cdot \frac{N-m}{N-1}$$

$$\bullet p = \frac{N-m}{N-1}$$

SCHEMI DI BERNOULLI INFINITI

↓

DISTR. BINOMIALI NEGATIVE

$$\bullet f_{Tr}(j) = \binom{j+k-1}{k-1} q^j p^k$$

$$\bullet E(T_k) = k \frac{(1-p)}{p}$$

$$\bullet \text{SD}(T_k) = \sqrt{k(1-p)}$$

P

ESTORE & COMPONENTI INIDIPENDENTI:

$$F(x,y) = F_x(x)F_y(y) \rightarrow x \text{ e } y \text{ sono indipendenti}$$

$x \text{ e } y$ sono INIDIPENDENTI

$$x \perp\!\!\!\perp y \rightarrow P\{x \in B, y \in C\} = P\{x \in B\}P\{y \in C\}$$

LEGGE dello STATISTICO INCONSCIOVOLLE per

VETTORI DISCRETI

$$E(T) = \sum_{x_i \in A_x, y_j \in A_y} g(x_i, y_j) g(x_i, y_j) \text{ con } T = g(x, y)$$

ADDITIVITÀ BINOMIALE della MEDIA (non mantiene l'indipendenza)

$$E(x+y) = E(x) + E(y)$$

ADDITIVITÀ FINITA DELLA MEDIA

$$E \left[\sum_{i=1}^m x_i \right] = \sum_{i=1}^m E(x_i)$$

LINEARITÀ della MEDIA

$$E \left[\sum_{i=1}^m c_i x_i \right] = \sum_{i=1}^m c_i E(x_i)$$

$$\text{COVARIANZA} = E((x - E(x))(y - E(y)))$$

$$\text{VARIANZA della SOMMA: } \text{Var}(x+y) = \text{Var}(x) + \text{Var}(y) + 2 \text{ Cov}(x, y)$$

$$\text{COVARIANZA: } \text{Cov}(x, y) = E(xy) - E(x)E(y)$$

PROPRIETÀ della COVARIANZA

$$1) \text{ BILINEARE: } \text{Cov}(c_1 x_1 + c_2 x_2, y) = c_1 \text{Cov}(x_1, y) + c_2 \text{Cov}(x_2, y)$$

$$\text{Cov}(x_1, c_1 y_1 + c_2 y_2) = c_1 \text{Cov}(x_1, y_1) + c_2 \text{Cov}(x_1, y_2)$$

$$2) \text{ SIMMETRICA: } \text{Cov}(x, y) = \text{Cov}(y, x)$$

$$3) \text{ SEMIDEFINITA POSITIVA: } \text{Cov}(x, x) \geq 0$$

PREVISIONE LINEARE OTTIMA

$$\text{PREVISIONE: } y_{\alpha, B} = \alpha + \beta x$$

↪ migliore minimo quadrato

$$\text{L'ERRORE QUAD. MEDIO, ossia } E(y_{\alpha, B} - y)^2 = \text{Var}(y_{\alpha, B} - y) + E^2(y_{\alpha, B} - y)$$

$$\hookrightarrow \alpha = E(y) - \hat{\beta} E(x)$$

$$\hat{\beta} = \frac{\text{Cov}(x, y)}{\text{Var}(x)}$$

COEFFICIENTE di CORRELAZIONE LINEARE

$$\text{Cor}(x, y) = \frac{\text{Cov}(x, y)}{\text{sd}(x)\text{sd}(y)} \quad \begin{cases} -1 & y \text{ è una tr. aff. neg. di } x \\ 0 & x \perp\!\!\!\perp y, \text{ sono incorr.} \end{cases}$$

$$\hookrightarrow \epsilon [-1, 1] \quad \begin{cases} 1 & y \text{ è una tr. aff. positiva di } x \end{cases}$$

congiunte con marginali F_x e F_y

$$\begin{aligned} g(x, y) &= g_x(x) \cdot g_y(y) \\ F(x, y) &= F_x(x) \cdot F_y(y) \end{aligned}$$

ma l'indipendenza non mantiene la diversità

MEDIA DEL PRODOTTO, se $x \perp\!\!\!\perp y$

$E(xy) = E(x)E(y)$, non vale il contrario

VARIANZA DELLA SOMMA DI VAR. INIDIPENDENTI

$$\text{Var} \left(\sum_{i=1}^m x_i \right) = \sum_{i=1}^m \text{Var}(x_i)$$

COEFFICIENTE di DETERMINAZIONE

$$R^2_{x,y} = \varphi^2_{x,y}$$

PIÙ DI UNO COMPONENTI INDEPENDENTI:

$$F(x_1, y) = F_x(x) F_y(y) \rightarrow x \text{ e } y \text{ sono indipendenti}$$

$x \perp\!\!\!\perp y \rightarrow P\{x \in B_1, y \in C\} = P\{x \in B_1\} P\{y \in C\}$

EGGE DELLO STATISTICO INCONSCIOVELE PER VETTORI DISCRETI

$$E(T) = \sum_{x_i \in A_X, y_j \in A_Y} g(x_i, y_j) f(x_i, y_j) \quad \text{con } T = g(x, y)$$

ADDITIVITÀ BINOMIALE DELLA MEDIA (non usa l'indipendenza)

$$E(x+y) = E(x) + E(y)$$

ADDITIVITÀ FINITA DELLA MEDIA

$$E \left(\sum_{i=1}^m x_i \right) = \sum_{i=1}^m E(x_i)$$

LINEARITÀ DELLA MEDIA

$$E \left(\sum_{i=1}^m c_i x_i \right) = \sum_{i=1}^m c_i E(x_i)$$

$$\text{COVARIANZA} = E((x - \mu_x)(y - \mu_y))$$

$$\text{VARIANZA DELLA SOMMA: } \text{Var}(x+y) = \text{Var}(x) + \text{Var}(y) + 2 \text{ Cov}(x, y)$$

$$\text{COVARIANZA: } \text{Cov}(x_1, y) = E(xy) - E(x)E(y)$$

PROPRIETÀ DELLA COVARIANZA

1) BILINEARE: $\text{Cov}(c_1 x_1 + c_2 x_2, y) = c_1 \text{Cov}(x_1, y) + c_2 \text{Cov}(x_2, y)$

$$\text{Cov}(x_1, c_1 y_1 + c_2 y_2) = c_1 \text{Cov}(x_1, y_1) + c_2 \text{Cov}(x_1, y_2)$$

2) SIMMETRICA: $\text{Cov}(x, y) = \text{Cov}(y, x)$

3) SEMIDEFINITA POSITIVA: $\text{Cov}(x, x) \geq 0$

PREDICTION LINEARE OTTIMA

$$\text{PREDICTION: } \hat{y}_{\alpha, \beta} = \alpha + \beta x$$

↪ migliore minimo quadrato

L'ERRORE QUAD. MEDIO, ovia $E(\hat{y}_{\alpha, \beta} - y)^2 = \text{Var}(\hat{y}_{\alpha, \beta} - y) + E^2(\hat{y}_{\alpha, \beta} - y)$

$$\hat{\beta} = E(y) - \hat{\beta} E(x)$$

$$\hat{\beta} = \frac{\text{Cov}(x, y)}{\text{Var}(x)}$$

COEFFICIENTE DI CORRELAZIONE LINEARE

$$\text{Cor}(x, y) = \frac{\text{Cov}(x, y)}{\sqrt{\text{Var}(x) \text{Var}(y)}} \rightarrow -1 \leq \text{Cor}(x, y) \leq 1$$

$$\rightarrow -1 \leq \text{Cor}(x, y) \leq 1 \quad \text{se } x \perp\!\!\!\perp y, \text{ sono incorrrelati}$$

$$\rightarrow 1 \quad y \text{ è una trasf. affine positiva di } x$$

CLASSE DI MIGLIORI PREDICTIONS CONSIDERANDO LA COVARIANZA CONGIGUENTE CON MARGINALI F_x E F_y

$$\begin{aligned} f(x, y) &= f_x(x) \cdot f_y(y) \\ F(x, y) &= F_x(x) \cdot F_y(y) \end{aligned}$$

usa l'indipendenza ma NON la discretezza

MEDIA DEL PRODOTTO, se $x \perp\!\!\!\perp y$

$E(xy) = E(x)E(y)$, non vale il contrario

VARIANZA DELLA SOMMA DI VAR. INDEPENDENTI

$$\text{Var} \left(\sum_{i=1}^m x_i \right) = \sum_{i=1}^m \text{Var}(x_i)$$

COEFFICIENTE DI DETERMINAZIONE

$$R^2_{x,y} = \varphi^2_{x,y}$$