

РК2 Матвеев Вариант 6

12 декабря 2022 г.

1 Не КС

Условие:

база: $a^n b^n a^n$

“удаление”: $baa \rightarrow ba$

“перенос”: $aab \rightarrow ba$ -

Пересечем с $(ba)^* b^* a^*$

Возьмем слово w , в котором к левым буквам был применен только перенос, а правые буквы a вообще не переписывались.

$$w = (ba)^k b^t a^s$$

Понятно, что $s = t + k$

При переписываниях количество букв b не меняется, так что в изначальном слове w_0 (прообразе w) тоже было $t + s$ букв b .

“Образами” букв a стали k штук букв a , значит, в w_0 было $2^k + 2^{k-1} + \dots + 2 = 2^{k+1} - 2$ букв a .

Тогда, чтобы w было получено без использования удалений в левой части, нужно взять $t + k = |w|_b$ равным $2^{k+1} - 2$.

В итоге:

$$w_0 = a^{2^{k+1}-2} b^{2^{k+1}-2} a^{2^{k+1}-2}$$

$$w = (ba)^k b^{2^{k+1}-2-k} a^{2^{k+1}-2}$$

Обозначим $s = 2^{k+1} - 2$, $t = 2^{k+1} - 2 - k$

$$w_0 = a^s b^s a^s$$

$$w = (ba)^k b^t a^s$$

Теперь можно рассмотреть накачку. $w = axbys$

При выборе w берем k так, что k больше длины накачки в 100 раз.

Будем называть естественные части w левой, центральной и правой.

1. Если x и y оба попали в правую часть (т.е. на буквы a), то разрачиваем правую часть, пока букв a не станет больше чем букв b в 3 раза, что не возможно в данном языке.
2. Если x и y оба попали в центральную часть (т.е. на буквы b), то применим нулевую накачку. При этом букв b в языке станет меньше, а именно $2^{k+1} - 2 - i, i \in \mathbb{N}$ - получили рассинхрон с правой частью по количеству b и a .
3. x и y оба попали в левую часть. Тогда, либо положительной накачкой портится структура регулярного языка: возникают подстроки $((ab)^*a)^*$ или $((ba)^*b)^*$ или $baab$, либо x и y оба попали на $(ba)^*$. Тогда накачаем их очень сильно, чтобы левая часть по длине превышала половину слова. Даже при небольших k это невозможно - длина левой части прообраза растет экспоненциально, а средней - линейно. Поэтому получаем рассинхрон по длине левой и центральной частей прообраза.
4. x и y попали в центральную и правую части соответственно. Применяем нулевую накачку - хотя бы одна буква b центральной части пропадет, т.е. в прообразе было $2^{k+1} - 2 - i, i \in \mathbb{N}$ букв b , столько же и букв a в левой части прообраза. Тогда, они не могли бы "пролезть" через k букв b (надеюсь, тут понятно (применяю доказательство методом "очевидно")).
5. x и y попали в левую и центральную часть соответственно. Если x выбран неудачно, то применяем положительную накачку и рушим структуру регулярного языка. Если $x = (ba)^*$, то применяем положительную накачку. Снова смотрим на рост количества букв в прообразе: b растут линейно, a - экспоненциально (добавляя очередную $k + 1$ -ю подстроку ab мы обязываем добавить 2^{k+1} букв a в префикс прообраза. Эта ситуация с разной скоростью роста была рассмотрена в пункте 3.

Таким образом, любое разбиение выкачивает (так можно говорить?) слово из языка. Следовательно, он не КС, а, значит и изначальный тоже.