

# РК2 Матвеев Вариант 6

12 декабря 2022 г.

## 1 Не КС

Условие:

база:  $a^n b^n a^n$

“удаление”:  $baa \rightarrow ba$

“перенос”:  $aab \rightarrow ba$  -

Пересечем с  $(ba)^* b^* a^*$

Возьмем слово  $w$ , в котором к левым буквам был применен только перенос, а правые буквы  $a$  вообще не переписывались.

$$w = (ba)^k b^t a^s$$

Понятно, что  $s = t + k$

При переписываниях количество букв  $b$  не меняется, так что в изначальном слове  $w_0$  (прообразе  $w$ ) тоже было  $t + s$  букв  $b$ .

“Образами” букв  $a$  стали  $k$  штук букв  $a$ , значит, в  $w_0$  было  $2^k + 2^{k-1} + \dots + 2 = 2^{k+1} - 2$  букв  $a$ .

Тогда, чтобы  $w$  было получено без использования удалений в левой части, нужно взять  $t + k = |w|_b$  равным  $2^{k+1} - 2$ .

В итоге:

$$w_0 = a^{2^{k+1}-2} b^{2^{k+1}-2} a^{2^{k+1}-2}$$

$$w = (ba)^k b^{2^{k+1}-2-k} a^{2^{k+1}-2}$$

Обозначим  $s = 2^{k+1} - 2$ ,  $t = 2^{k+1} - 2 - k$

$$w_0 = (ba)^s b^s a^s$$

$$w = a^k b^t a^s$$

Теперь можно рассмотреть накачку.  $w = axbys$

При выборе  $w$  берем  $k$  так, что  $k$  больше длины накачки в 100 раз.

Будем называть естественные части  $w$  левой, центральной и правой.

1. Если  $x$  и  $y$  оба попали в правую часть (т.е. на буквы  $a$ ), то разрачиваем правую часть, пока букв  $a$  не станет больше чем букв  $b$  в 3 раза, что не возможно в данном языке.
2. Если  $x$  и  $y$  оба попали в центральную часть (т.е. на буквы  $b$ ), то применим нулевую накачку. При этом букв  $b$  в языке станет меньше, а именно  $2^{k+1} - 2 - i, i \in \mathbb{N}$  - получили рассинхрон с правой частью по количеству  $b$  и  $a$ .
3.  $x$  и  $y$  оба попали в левую часть. Тогда, либо положительной накачкой портится структура регулярного языка: возникают подстроки  $((ab)^*a)^*$  или  $((ba)^*b)^*$  или  $baab$ , либо  $x$  и  $y$  оба попали на  $(ba)^*$ . Тогда накачаем их очень сильно, чтобы левая часть по длине превышала половину слова. Даже при небольших  $k$  это невозможно - длина левой части прообраза растет экспоненциально, а средней - линейно. Поэтому получаем рассинхрон по длине левой и центральной частей прообраза.
4.  $x$  и  $y$  попали в центральную и правую части соответственно. Применяем нулевую накачку - хотя бы одна буква  $b$  центральной части пропадет, т.е. в прообразе было  $2^{k+1} - 2 - i, i \in \mathbb{N}$  букв  $b$ , столько же и букв  $a$  в левой части прообраза. Тогда, они не могли бы "пролезть" через  $k$  букв  $b$  (надеюсь, тут понятно (применяю доказательство методом "очевидно")).
5.  $x$  и  $y$  попали в левую и центральную часть соответственно. Если  $x$  выбран неудачно, то применяем положительную накачку и рушим структуру регулярного языка. Если  $x = (ba)^*$ , то применяем положительную накачку. Снова смотрим на рост количества букв в прообразе:  $b$  растут линейно,  $a$  - экспоненциально (добавляя очередную  $k + 1$ -ю подстроку  $ab$  мы обязываем добавить  $2^{k+1}$  букв  $a$  в префикс прообраза. Эта ситуация с разной скоростью роста была рассмотрена в пункте 3.

Таким образом, любое разбиение выкачивает (так можно говорить?) слово из языка. Следовательно, он не КС, а, значит и изначальный тоже.