Дискретная математика. Контрольная работа № 1. ПИ

Все ответы нужно обосновать! Используя какое-нибудь утверждение из лекции или семинаров, явно сошлитесь на него.

1. Существует ли такая логическая формула $X = X(A, B, C)$, что формулы $F = (A \vee \neg B) \to (C \vee X)$ и $G = (\neg X \wedge \neg A) \to (B \to C)$ логически эквивалентны?

2. Обязательно ли следующее утверждение о натуральных числах верно? *Если не все числа голубые, но число* 0 *голубое, то найдется такое голубое число, что следующее за ним число не голубое.*

3. Докажите, что $0^2 + 2^2 + 4^2 + 6^2 + \ldots + (2n)^2 = \frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$ при всех натуральных n.

4. Докажите, что число $1203\ldots308$, содержащее ровно n троек, делится на 19 при всех натуральных n.

5. Найдите все натуральные n, при которых число $2n^3 + 3n + 10^n$ делится на 11.

6. Простое число p поделили на $n!$ (где $n \in \mathbb{N}$) и получили остаток r, причем оказалось, что $1 < r < n^2$. Всегда ли верно, что r — простое число?

7. Пусть натуральное $m > 0$. Докажите, что среди любых квадратов целых чисел $x_1^2, x_2^2, \ldots, x_m^2, x_{m+1}^2, x_{m+2}^2$ найдутся два сравнимых по модулю $2m$.

8*. На острове живут лишь рыцари, говорящие только правду, и лжецы, говорящие только ложь. Житель острова говорит: «для каждого островитянина А найдется островитянин Б, утверждающий, что А и Б оба лжецы». Кто этот житель?

Дискретная математика. Контрольная работа № 1. ПИ

Все ответы нужно обосновать! Используя какое-нибудь утверждение из лекции или семинаров, явно сошлитесь на него.

1. Существует ли такая логическая формула $X = X(A, B, C)$, что формулы $F = (A \vee \neg B) \to (C \vee X)$ и $G = (\neg X \wedge \neg A) \to (B \to C)$ логически эквивалентны?

2. Обязательно ли следующее утверждение о натуральных числах верно? *Если не все числа голубые, но число* 0 *голубое, то найдется такое голубое число, что следующее за ним число не голубое.*

3. Докажите, что $0^2 + 2^2 + 4^2 + 6^2 + \ldots + (2n)^2 = \frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$ при всех натуральных n.

4. Докажите, что число $1203\ldots308$, содержащее ровно n троек, делится на 19 при всех натуральных n.

5. Найдите все натуральные n, при которых число $2n^3 + 3n + 10^n$ делится на 11.

6. Простое число p поделили на $n!$ (где $n \in \mathbb{N}$) и получили остаток r, причем оказалось, что $1 < r < n^2$. Всегда ли верно, что r — простое число?

7. Пусть натуральное $m > 0$. Докажите, что среди любых квадратов целых чисел $x_1^2, x_2^2, \ldots, x_m^2, x_{m+1}^2, x_{m+2}^2$ найдутся два сравнимых по модулю $2m$.

8*. На острове живут лишь рыцари, говорящие только правду, и лжецы, говорящие только ложь. Житель острова говорит: «для каждого островитянина А найдется островитянин Б, утверждающий, что А и Б оба лжецы». Кто этот житель?

Дискретная математика. Контрольная работа № 1. ПИ

Все ответы нужно обосновать! Используя какое-нибудь утверждение из лекции или семинаров, явно сошлитесь на него.

1. Существует ли такая логическая формула $X = X(A, B, C)$, что формулы $F = (A \vee \neg B) \to (C \vee X)$ и $G = (\neg X \wedge \neg A) \to (B \to C)$ логически эквивалентны?

2. Обязательно ли следующее утверждение о натуральных числах верно? *Если не все числа голубые, но число* 0 *голубое, то найдется такое голубое число, что следующее за ним число не голубое.*

3. Докажите, что $0^2 + 2^2 + 4^2 + 6^2 + \ldots + (2n)^2 = \frac{2n(n+1)(2n+1)}{3}$ при всех натуральных n.

4. Докажите, что число $1203\ldots308$, содержащее ровно n троек, делится на 19 при всех натуральных n.

5. Найдите все натуральные n, при которых число $2n^3 + 3n + 10^n$ делится на 11.

6. Простое число p поделили на $n!$ (где $n \in \mathbb{N}$) и получили остаток r, причем оказалось, что $1 < r < n^2$. Всегда ли верно, что r — простое число?

7. Пусть натуральное $m > 0$. Докажите, что среди любых квадратов целых чисел $x_1^2, x_2^2, \ldots, x_m^2, x_{m+1}^2, x_{m+2}^2$ найдутся два сравнимых по модулю $2m$.

8*. На острове живут лишь рыцари, говорящие только правду, и лжецы, говорящие только ложь. Житель острова говорит: «для каждого островитянина А найдется островитянин Б, утверждающий, что А и Б оба лжецы». Кто этот житель?