Дискретная математика ПИ

Домашнее задание 3а.

Все ответы следует обосновать.

1. Укажите такие множества A, B, C, что

а) $A \in B$, $B \in C$ и $A \in C$;

б) $A \in B$, $B \in C$, но $A \notin C$;

2. Задайте в виде $\{x \in A \mid \varphi(x)\}$ множество всех таких натуральных чисел, для каждого из которых верно: число четно, или же синусы всех его натуральных делителей меньше $9/10$.

3. Пусть $X = \{A_1, \ldots, A_n\}$ для некоторых множеств $A_1, \ldots, A_n$. Может ли быть так, что $\mathcal{P}(X) \in A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n$?

4*. Допустим, что существует такое множество S, что для любого x тогда и только тогда имеем $x \in S$, когда $x = \{y\}$ для какого-либо y (т. е. S есть «множество всех синглетонов»). Получите противоречие из этого допущения.

5. Докажите, что для любых множеств A, B, C верно:

а) $(A \setminus B) \cup B = A \iff B \subseteq A$;

б) $A \subseteq B \cap C \iff A \subseteq B$ и $A \subseteq C$;

в) $A \subseteq B \cup C \iff A \cap \bar{B} \subseteq C$.

Постарайтесь не рассматривать отдельные элементы множеств A, B, C, а использовать известные тождества вместо этого.