

$\mathcal{D}/z$  no gacape

N1

3 d

a)  $A = \{\emptyset\}$

$B = \{\{\emptyset\}\}$

$C = \{\{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset\}\}$

b)  $A = \{\{\emptyset\}\}$

$B = \{\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}$

$C = \{\{\{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset\}\}\}$

N2

zagadka  $\varphi(x)$ :

$$\varphi(x) = (\text{Maj}(x, 2) = 2) \vee (\forall y \in \mathbb{N} ((y \leq x) \wedge$$

$$\wedge (\text{Maj}(y, x) = y)) \Rightarrow \sin y < \frac{9}{10})$$

Monopol unowocześniać nieem bug:  $\{x \in \mathbb{N} \mid \varphi(x)\}$

N4

Задача 3. д) + дополнительная лягушка:

$\forall x, \forall y (x \in S \Leftrightarrow x = \{y\})$

Таким образом  $y = S \Rightarrow x = \{S\} \Rightarrow \{S\} \in S$   
Поэтому,  $S \in \{S\}$ .

Умозрительное доказательство

$S \in \{S\} \in S \in \{S\} \in S \dots$

Члены лягушки:

Полулярное промежуточное с аксиомой основной

N3

Доказательство  
индукции:

$$\beta \in \bigcup_{i=1}^n A_i \Rightarrow \exists i \in \overline{1, n} : \beta \in A_i$$

$\square$  Пусть: номер  $i$  - кем.  $\beta \in \bigcup_{i=1}^n A_i \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \beta \in A_1 \vee \beta \in A_2 \vee \dots \vee \beta \in A_n \quad (*)$$

Если номер  $i \in \overline{1, n}$  ( $*$ ) забыт

точка  $\Rightarrow \beta \in \bigcup_{i=1}^n A_i$  - точка. Поэтому  
помилование  $\Rightarrow$  ошибки  $i \in \overline{1, n}$  ■

Такое указанное в задаче возможно, тогда:

$$P(X) \in \bigcup_{i=1}^n A_i \Rightarrow \exists i \in \overline{1, n} : P(X) \in A_i$$

т.к.  $A_i \subseteq X$ , а  $X \subseteq P(X)$ . Учтено:

$P(X) \in A_i \subseteq X \in P(X)$  - изучим

затем, параллельно доказав следующее  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  ошибке невозможна.

N5

$$1. (\mathcal{A} \setminus \mathcal{B}) \cup \mathcal{B} = \mathcal{A} \Leftrightarrow \mathcal{B} \subseteq \mathcal{A}$$

$\square$

$$(\mathcal{A} \setminus \mathcal{B}) \cup \mathcal{B} = \{x \mid x \in \mathcal{A} \wedge x \notin \mathcal{B}\} \cup \mathcal{B} =$$

$$= \{x \mid x \in \mathcal{A} \wedge x \in \mathcal{B} \vee x \in \mathcal{B}\}$$

При этом левую часть можно записать в виде  
выражения:  $x \in \mathcal{A} \wedge x \in \mathcal{B} \vee x \in \mathcal{B} \equiv x \in \mathcal{A} \quad (*)$

Проверка ведома б) для логического выражения:

$$x \in \beta \Rightarrow x \in \alpha^{-1} (**)$$

Рассмотрим различные случаи:

•  $x \notin \beta$ :  $(**)$  истинно при  $x \in \alpha$  и  $x \notin \alpha$

$(*) \Leftrightarrow x \in \alpha \equiv x \in \alpha \Leftarrow$  более логично при  $x \in \alpha$  и  $x \notin \alpha$

$$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow (**)$$

•  $x \in \beta$ :  $(**)$  истинно при  $x \in \alpha$  и ложно при  $x \notin \alpha$

$$(*) \Leftrightarrow x \in \alpha \wedge D \vee I \equiv x \in \alpha \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow I \equiv x \in \alpha \Leftarrow$  логично при  $x \in \alpha$  и ложно при  $x \notin \alpha$

$$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow (**)$$
 ■

5)  $\alpha \subseteq \beta \wedge C \Leftrightarrow \alpha \subseteq \beta \wedge \alpha \subseteq C$

□ доказано справа и слева ведома б) для логических выражений

Левая часть:  $x \in \alpha \Rightarrow (x \in \beta \wedge x \in C) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x \in \alpha \vee (x \in \beta \wedge x \in C) (*)$$

Правая часть:  $(x \in \alpha \Rightarrow x \in \beta) \wedge (x \in \alpha \Rightarrow x \in C) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow (x \notin \alpha \vee x \in \beta) \wedge (x \notin \alpha \vee x \in C) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x \in \beta \wedge x \in C) \vee x \notin A \quad (**)$$

$(*) = (**)$   $\Rightarrow$  исходное утверждение верно

(!): мы начали с того что мы можем вычесть из  $A$  множество операции над множествами  $\cap$

$$I) A \subseteq B \cup C \Leftrightarrow A \cap \bar{B} \subseteq C$$

□ Докажем "правую" часть: левую часть доказываем относительно  $x$ :  
так как:  $x \in A \Rightarrow (x \in B \vee x \in C) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x \notin A \vee x \in B \vee x \in C \quad (*)$$

Причем:  $(x \in A \wedge x \notin B) \Rightarrow x \in C \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x \notin A \vee x \in B \vee x \in C \quad (**)$$

$(*) = (**)$   $\Rightarrow$  исходное утверждение верно.  $\blacksquare$