

Q/z no guessure ♥ 3 d

$$\begin{aligned} a) \quad A &= \{\emptyset\} \\ B &= \{\{\emptyset\}\} \\ C &= \{\{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset\}\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad A &= \{\{\emptyset\}\} \\ B &= \{\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\} \\ C &= \{\{\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}\} \end{aligned}$$

N2

Зададим  $\varphi(x)$  :

$$\varphi(x) = (\text{НОД}_7(x, 2) = 2) \vee (\exists y \in \mathbb{N} ((y \leq x) \wedge \neg (\text{НОД}_7(y, x) = y)) \Rightarrow \sin y < \frac{9}{10}))$$

Получим множество  $\text{bug} : \{x \in \mathbb{N} \mid \varphi(x)\}$

Запишем это в формальном виде:

$$\forall x, \forall y (x \in S \Leftrightarrow x = \{y\})$$

Пусть  $y = S \Rightarrow x = \{S\} \Rightarrow \{S\} \in S$   
 По определению,  $S \in \{S\}$ .

Итак, имеем бесконечную цепочку вида:

$$S \in \{S\} \in S \in \{S\} \in S \dots$$

Получим противоречие с аксиомой основания

№3

Докажем вначале внаименовательное утверждение:

$$B \in \bigcup_{i=1}^n A_i \Rightarrow \exists i \in \overline{1, n} : B \in A_i$$

□ Пт: मानस  $i$  - केत.  $B \in \bigcup_{i=1}^n A_i \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow B \in A_1 \vee B \in A_2 \vee \dots \vee B \in A_n (*)$$

Если मानस  $i \in \overline{1, n}$ , то  $(*)$  заведомо верно  $\Rightarrow B \in \bigcup_{i=1}^n A_i$  - верно. Пауриши противоречие  $\Rightarrow$  मानस  $i \in \overline{1, n}$   $\square$

Пусть указанное в задании возможно, тогда:

$$P(X) \in \bigcup_{i=1}^n A_i \Rightarrow \exists i \in \overline{1, n} : P(X) \in A_i$$

Но  $A_i \in X$ , а  $X \in P(X)$ . Умно:

$P(X) \in A_i \in X \in P(X)$  - пауриши целочислу, нарушающую аксиому основания  $\Rightarrow$   $\Rightarrow$  मानस невозможность.

№5

$$(A \setminus B) \cup B = A \Leftrightarrow B \subseteq A$$

$$(A \setminus B) \cup B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\} \cup B = \{x \mid x \in A \wedge \neg(x \notin B) \vee x \in B\}$$

Тогда левую часть можно записать в виде выражения:  $x \in A \wedge \neg(x \notin B) \vee x \in B \equiv x \in A (*)$

Правая часть в логическом выражении:

$$x \in B \Rightarrow x \in A \quad (**)$$

Рассмотрим разные случаи:

- $x \notin B$ :  $(**)$  истинно при  $x \in A$  и  $x \notin A$   
 $(*) \Leftrightarrow x \in A \equiv x \in A \leftarrow$  более истинно при  $x \in A$  и  $x \notin A$

$$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow (**)$$

- $x \in B$ :  $(**)$  истинно при  $x \in A$  и ложно при  $x \notin A$

$$(*) \Leftrightarrow x \in A \wedge 0 \vee 1 \equiv x \in A \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 \equiv x \in A \leftarrow \text{истинно при } x \in A \text{ и ложно при } x \notin A$$

$$\Rightarrow (*) \Leftrightarrow (**) \quad \blacksquare$$

$$5) A \subseteq B \cap C \Leftrightarrow A \subseteq B \text{ и } A \subseteq C$$

□ Запишем правую и левую часть в виде логических выражений

$$\text{Левая часть: } x \in A \Rightarrow (x \in B \wedge x \in C) \quad (!)$$

$$\Leftrightarrow x \in A \vee (x \in B \wedge x \in C) \quad (*)$$

$$\text{Правая часть: } (x \in A \Rightarrow x \in B) \wedge (x \in A \Rightarrow x \in C) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x \notin A \vee x \in B) \wedge (x \notin A \vee x \in C) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x \in B \wedge x \in C) \vee x \in A \quad (**)$$

$(*) = (**) \Rightarrow$  исходное утверждение верно

(!): мы поставили скобки именно так из-за приоритета операций над импликациями

$$1) A \subseteq B \vee C \Leftrightarrow A \cap \bar{B} \subseteq C$$

□ Запишем правую и левую часть в виде логических выражений относительно  $x$ :

Левая часть:  $x \in A \Rightarrow (x \in B \vee x \in C) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x \in A \vee x \in B \vee x \in C \quad (*)$$

Правая часть:  $(x \in A \wedge x \notin B) \Rightarrow x \in C \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x \notin A \vee x \in B \vee x \in C \quad (**)$$

$(*) = (**) \Rightarrow$  исходное утверждение верно.  $\square$