**Использование формулы Тейлора**

1. Найти такие числа $A$ и $B$, чтобы при $x \to 0$ было справедливо асимптотическое равенство
$$A \cdot e^x - \frac{b}{1-x} = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{6}x^3 + o(x^3).$$
2. С помощью Формулы Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа вычислить с точностью $10^{-3}$ значение $\ln 1,3$.
3. Найти
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+2\operatorname{tg} x} - e^x + x^2}{\arcsin x - \sin x}.$$
4. Найти
$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{\operatorname{arctg} x} - \frac{1}{1-x} + \frac{x^2}{2}}{\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) - 2x}.$$
5. Найти
$$\lim_{x\to 0} \left(\cos(xe^x) - \ln(1-x) - x\right)^{\operatorname{ctg} x^3}.$$
6. Найти
$$\lim_{x\to 2} \left(\sqrt{3-x} + \ln(x/2)\right)^{\frac{1}{\sin^2(x-2)}}.$$
7. Найти
$$\lim_{x\to +\infty} x^{7/4}\left(\sqrt[4]{x+1} + \sqrt[4]{x-1} - 2\sqrt[4]{x}\right).$$

**Домашнее задание**

1. Представить формулой Маклорена с $o(x^n)$ функцию $f(x) = \frac{x^2+3e^x}{e^{2x}}$. (Указание: функцию сначала надо преобразовать.)
2. Представить формулой Маклорена с $o(x^{2n})$ функцию $f(x) = \sin x \cdot \cos 2x$. (Указание: функцию сначала надо преобразовать.)
3. Представить формулой Маклорена с $o(x^3)$ функцию
$$f(x) = \sqrt{1+2x-x^2} - \sqrt[3]{1-3x+x^3}.$$
4. Представить формулой Маклорена с $o(x^5)$ функцию
$$f(x) = (1+x)^{\sin x}.$$
5. Найти такие числа $A$ и $B$, чтобы при $x \to 0$ было справедливо асимптотическое равенство
$$(A + B\cdot\cos x)\cdot \sin x = x + o(x^4).$$
6. С помощью Формулы Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа вычислить с точностью $10^{-3}$ значение $\cos 72^\circ$. (Указание: значение нужно преобразовать. $72^\circ$ от нуля долековато.)
7. Найти
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{1+3x+x^2} + \sin\ln(1-x) - e^{-7x^2/6}}{x - \operatorname{arctg} x}.$$
8. Найти
$$\lim_{x\to 0} \left(\frac{2e^{x-x^2} - 2}{2x - x^2}\right)^{\frac{\sin x}{x^3}}.$$
9. Найти
$$\lim_{x\to +\infty} \left(\frac{\sqrt{x^2-x}}{x} + \frac{1}{4}\sin\frac{2}{x}\right)^{x^2+\sin 3x}.$$
10. Найти
$$\lim_{x\to \pi/4} \frac{\ln\operatorname{ctg} x + 2x - \pi/2}{(1-\operatorname{tg} x)^2}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Представить формулой Маклорена с $o(x^n)$ фунцию

$$a)\quad f(x)=(x-1)e^{x/2},\qquad b)\quad f(x)=(x^2-x)e^{-x},$$

$$c)\quad f(x)=(2x+1)\sqrt{1-x},\qquad d)\quad f(x)=\ln(x^2+3x+2),$$

$$e)\quad f(x)=\frac{x}{\sqrt[3]{9-6x+x^2}},\qquad f)\quad f(x)=\ln\left(\frac{2x^2-5x+2}{2}\right)^{1/x}.$$

2. Представить формулой Маклорена с $o(x^{2n})$ функцию

$$a)\quad f(x)=x\sin^2 2x,\qquad b)\quad f(x)=\sin^3 x\cdot\cos x,$$

3. Представить формулой Тейлора в окрестности точки $x_0$ = с $o((x-x_0)^n)$ функцию

$$a)\quad f(x)=(x^2-1)e^{2x},\ x_0=-1,\qquad b)\quad f(x)=\ln(x^2-7x+12),\ x_0=1.$$

4. Представить формулой Тейлора в окрестности точки $x_0$ с $o((x-x_0)^{2n+1})$ функцию

$$a)\quad f(x)=\frac{x^2+x}{2x+1}\cos\pi x,\ x_0=-\frac{1}{2},\qquad b)\quad f(x)=\frac{x-2}{\sqrt[3]{x^2-4x+5}},\ x_0=2.$$

5. Представить формулой Маклорена с $o(x^3)$ функцию

$$a)\quad f(x)=\sqrt[3]{1-3x\cos 2x},\qquad b)\quad f(x)=e^{\sin x},$$

$$c)\quad f(x)=\sqrt[3]{1+3\sin x},\qquad d)\quad f(x)=\ln(1+\arcsin x).$$

6. Представить формулой Маклорена с $o(x^4)$ функцию

$$a)\quad f(x)=e^{\frac{x}{\sin x}},\qquad b)\quad f(x)=\frac{x}{e^x-1},$$

$$c)\quad f(x)=\sqrt{\cos x},\qquad d)\quad f(x)=\frac{x}{\arcsin x}.$$

7. Представить формулой Маклорена с $o(x^5)$ функцию

$$a)\quad f(x)=\ln(1+x+x^2+x^3),\qquad b)\quad f(x)=\frac{1}{\cos x},$$

$$c)\quad f(x)=e^{\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}},\qquad d)\quad f(x)=\ln\frac{\sin x}{x},$$

$$f)\quad f(x)=\frac{1}{-\ln^2(1+x)}.$$

8. (Том 1, гл.4, §18, №41) Найти такие числа $A$ и $B$, чтобы при $x\to 0$ было справедливо асимптотическое равенство

$$a)\ A\cdot\arcsin x+B\cdot\operatorname{arctg} x=\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{8}x^5+0(x^6);$$

$$b)\ \operatorname{tg} x=\frac{x+Ax^3}{1+Bx^2}+o(x^6).$$

9. (Том 1, гл.4, §18, №42) С помощью Формулы Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа вычислить с точностью $10^{-3}$ значение

$$a)\ \sqrt{127};\qquad b)\ \sqrt[4]{83};\qquad c)\ \sqrt[5]{250};\qquad d)\ \sqrt[3]{e};\qquad e)\ \sin 85^\circ;\qquad f)\ \operatorname{arctg} 0,8.$$

10. (Том 1, гл.4, §19, №8(1), 9(3)) Найти

$$a)\ \lim_{x\to 0}\frac{e^{\operatorname{tg} x}-\sqrt{1+2x}-x(x+x^2)}{x-\operatorname{arctg} x},\qquad b)\ \lim_{x\to 0}\frac{\cos x-\sqrt{1-2x}-x}{x^2\operatorname{tg} x-e^{-x^3}+1}.$$

11. (Том 1, гл.4, §19, №10(3), 16(1)) Найти

$$a)\ \lim_{x\to 0}\frac{x^2e^{2x}+\ln(1-x^2)}{x\cos x-\sin x},\qquad b)\ \lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1-2x}+e^{\operatorname{tg} x}-2}{\sin x/x-\cos x-x^2/3}.$$

12. (Том 1, гл.4, §19, №14(7), 12(1)) Найти

$$a)\ \lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2x+\cos 2x}-e^{\operatorname{tg} x}+2x^2}{2\sin x-2\ln(1+x)-x^2},\qquad b)\ \lim_{x\to 0}\frac{e^x+\ln(1-\sin x)-1}{\sqrt[3]{8-x^4}-2}.$$

13. (Том 1, гл.4, §19, №25(1), 30(1)) Найти

$$a)\ \lim_{x\to 0}\left(\frac{\operatorname{arctg} x}{e^x-1-x^2/2}\right)^{1/x^2},\qquad b)\ \lim_{x\to 0}\left(\sqrt[3]{1+2x+x^3}-\frac{2x}{2x+3}\right)^{1/x^3}.$$

14. (Том 1, гл.4, §19, №32(2), 41(2)) Найти

$$a)\ \lim_{x\to 0}\left(\cos x-x+e^{\operatorname{arctg} x}-1\right)^{1/\sin^3 x},\qquad b)\ \lim_{x\to 0}\left(\cos x+x^2\sqrt{x+1/4}\right)^{\frac{x+e}{\arcsin x^3}}.$$

15. (Том 1, гл.4, §19, №46(4), 54(2)) Найти

$$a)\ \lim_{x\to+\infty} e^{-x^2/2}\left(\frac{\sqrt{x^2+2x}-\sqrt{x^2-2x}}{2}\right)^{x^4}, \qquad b)\ \lim_{x\to\pi/2}\frac{1-e^{\pi x-2x^2}}{\cos x}.$$