

Программа 1-го коллоквиума по курсу “Математический анализ” ПИ+ДРИП  
ФКН ВШЭ.

1. Понятие высказывания и  $n$ -местного предиката. Логические операции. Кванторы. Построение отрицания к высказыванию с кванторами.
2. Доказательства методами математической индукции и от противного. Неравенство Бернулли.
3. Перестановки, размещения и сочетания. Бином Ньютона.
4. Понятие последовательности. Предел последовательности. Единственность предела. Ограниченные, бесконечно малые, бесконечно большие и отделимые от нуля последовательности. Связь между ними. Ограниченность сходящейся последовательности. Отделимость от нуля последовательности, сходящейся не к нулю.
5. Арифметические свойства предела последовательности.
6. Предельный переход в неравенствах. Теорема о зажатой последовательности.
7. Ограниченные подмножества действительных чисел. Аксиома непрерывности действительных чисел. Верхняя и нижняя грань. Точная верхняя и точная нижняя грань. Теорема о существовании точной верхней и нижней грани.
8. Теорема Вейерштрасса.
9. Число  $e$ . Постоянная Эйлера.
10. Подпоследовательность. Предельная точка последовательности. Частичный предел. Эквивалентность понятий частичного предела и предельной точки.
11. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
12. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши.
13. Понятие функции, числовой функции. График числовой функции. Инъекция, сюръекция, биекция.
14. Предел функции в точке: определения по Коши и по Гейне. Эквивалентность двух определений. Арифметика предела функции. Теорема о зажатой функции.
15. Сходимость стандартных последовательностей.

Найти пределы последовательностей.

(a)  $a_n = q^n$ ,  $q \in \mathbb{R}$ ; (d)  $a_n = \frac{n^2}{2^n}$ , + обобщить результат;

(b)  $a_n = \sqrt[n]{a}$ ,  $a > 0$ ; (e)  $a_n = \frac{2^n}{n!}$ , + обобщить результат;

(c)  $a_n = \sqrt[n]{n}$ ; (f)  $a_n = \left(1 + \frac{p}{n}\right)^n$ ,  $p \in \mathbb{Q}$

Пример билета на коллоквиум:

- (1) Число  $e$ . (2 балла)
- (2) Эквивалентность определений предела функции по Коши и по Гейне. (2 балла)
- (3) а) Доказать, что сумма ограниченной и б.б. есть б.б. (1 балл) б) Верно ли, что сумма б.б. и б.б. есть б.б.? Если да - доказать, если нет - привести контрпример и уточнить формулировку, чтобы она стала верной и доказать. (1 балл)

Регламент:

Вы приходите на коллоквиум согласно графику. Оставляете выключенный телефон в сумке, сумку оставляете при входе. Подходите к экзаменатору с 5-7 чистыми листами А4, пишущими принадлежностями и водой\шоколадкой\медикаментами. Берете билет. Пишете на Билете свою фамилию, садитесь готовиться.

Время на подготовку билета - 40 минут. Пишете билет подробно, опуская абзацы текста (не сочинение пишем), но записывая все формулы и логические переходы. Как будете готовы - поднимите руку.

После ответа по билету экзаменатор задаст 4 вопроса на формулировки из программы (суммарно можно получить 2 балла). На каждого студента выделено максимум 20 минут на ответ.

В случае, если студент получает 7 или 8 баллов за билет и формулировки, он может попросить доп.задачу. Доп.время на эту подготовку - 20 минут.

По окончании сдачи студент сдает все свои листы, билет и доп.задачу.