Подсчет предела последовательности

1. Вычислить пределы последовательностей, используя арифметку предела, свойства б.б. и б.м. и результаты задачи 6 предыдущего листка.

(a)
$$a_n = \frac{4n - n^2 + 1}{3n^2 - 7n + 3}$$

(b)
$$a_n = \frac{(n+1)^4 - (n-1)^4}{(n^2+1)^2 - (n^2-1)^2};$$

(c)
$$a_n = \frac{n^2}{n+1} - \frac{n^3}{n^2+1};$$

(d)
$$a_n = \sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2-1};$$

(e)
$$a_n = \frac{\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}}{\sqrt{n^2+1} - n - 1};$$

(f)
$$a_n = \frac{\sqrt[n]{n^3} + \sqrt[n]{7}}{3\sqrt[n]{n^2} + \sqrt[n]{3n}};$$

(g)
$$a_n = \frac{n^3 + 3n}{n + 3^{n+1}};$$

(h)
$$a_n = \frac{4^n + n^2 \cdot 2^n - 1}{n^4 + (n!)^2}.$$

2. Найти пределы последовательностей, используя теорему о зажатой последовательности

$$(a)\ a_n = \left(\frac{2n+3}{n^2}\right)^n. \qquad (b)\ a_n = \sqrt[n]{\frac{5n+1}{n+5}}$$

Домашнее задание

1. Найти предел последовательности

$$(a)\ n = \frac{3n^2 + 2n - 1}{3 - n - 4n^2}, \qquad (b)\ a_n = n - \frac{3}{\frac{3}{n} - \frac{3}{n^2} + \frac{1}{n^3}}$$

$$(c)\ a_n = \frac{2n - \sqrt{4n^2 - 1}}{\sqrt{n^2+3} - n}, \qquad (d)\ a_n = \sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n-1},$$

$$(e)\ a_n = \frac{10^n + n!}{2^n + (n+1)!} \qquad (f)\ a_n = \frac{\sqrt[n]{8} - 1}{\sqrt[n]{16} - 1}$$

$$(g)\ a_n = \sqrt[n]{n^3 + 3n} \qquad (h)\ a_n = \left(\frac{2n-1}{5n+1}\right)^{n^2}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Найти предел последовательности

$$(a)\ a_n = \frac{(n^2+3n+4)^3-(n^2+3n-4)^3}{(n^2+5n+6)^3-(n^2+5n-6)^3} \quad (b)\ a_n = \frac{(2+n)^{100}-n^{100}-200n^{99}}{n^{98}-10n^2+1}$$

$$(c)\ a_n = \sqrt{(n+2)(n+1)}-\sqrt{n(n-1)}, \qquad (d)\ \sqrt[3]{n^3+n^2+2002}-n,$$

$$(e)\ a_n = \frac{1}{n(\sqrt{n^2-1}-1)}, \qquad (f)\ a_n = \frac{\sqrt{n^2+1}-n}{\sqrt{n^3+1}-n\sqrt{n}},$$

$$(g)\ a_n = \frac{n\cdot 3^n+1}{n!+1}, \qquad (h)\ a_n = \frac{2^{\frac{n}{2}}+(n+1)!}{n(3^n+n!)},$$