

Работа длится 75 минут. Выходить можно только сдав работу. Если есть противопоказания, скажите об этом дежурному в аудитории. На обложке работы напишите свои Фамилию и Имя, номер группы, вариант. Нарисуйте табличку на 10 задач. Для черновиков можно выдрать два двойных листа из середины.

## Вариант I

1. Докажите методом математической индукции

$$a) \quad 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + (n-1)n = \frac{(n-1)n(n+1)}{3};$$

$$b) \quad 7^n + 12n + 17 \text{ кратно } 18.$$

2. Сумма коэффициентов второго и третьего слагаемых разложения  $\left(\sqrt[5]{x^2} - \frac{1}{2\sqrt[6]{x}}\right)^n$  равна 25,5. Написать член, не содержащий  $x$ .

3. Доказать неограниченность последовательности по определению

$$a) \quad a_n = 2n^2 - n - 1;$$

$$b) \quad b_n = \frac{n! + n - 3^n}{n^2 + 7n}.$$

4. Доказать сходимость по определению

$$a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{2n^2 + 3n + 1} = \frac{1}{2};$$

$$b) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(n^2 + 2n - 1)}{n^3 - 3n + 2} = 0;$$

5. Вычислить предел последовательности, используя арифметику предела, стандартные сходимости и свойства б.б., б.м. и ограниченных.

$$a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 + 2n - 1}{2n - 7} - \frac{2n^2 + 1}{4n - 1} \right),$$

$$b) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n + \sqrt{n + \sqrt{n}}} - \sqrt{n} \right),$$

$$c) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{4n} + \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^n}{3\sqrt[n]{4} - 2}.$$

6. Подсчет предела с помощью теоремы о зажатой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{2n^3 - 7n + 3}{2n + 11}}.$$