

Д/з № задаче №8

№1

Предположим, что она имеет решение.
тогда $\exists \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ (не все равны нулю):

$$\lambda_1 \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda_3 \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2\lambda_1 \\ -3\lambda_1 \\ \lambda_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3\lambda_2 \\ -\lambda_2 \\ 5\lambda_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \lambda_3 \\ -4\lambda_3 \\ 3\lambda_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2\lambda_1 + 3\lambda_2 + \lambda_3 = 0 \\ -3\lambda_1 - \lambda_2 - 4\lambda_3 = 0 \quad (*) \\ \lambda_1 + 5\lambda_2 + 3\lambda_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} (I) \left(\begin{array}{ccc} 2 & 3 & 1 \\ -3 & -1 & 5 \\ 1 & 5 & 3 \end{array} \right) \xrightarrow{(I)-2 \cdot (III)} \left(\begin{array}{ccc} 0 & -7 & -5 \\ 0 & 14 & 5 \\ 1 & 5 & 3 \end{array} \right) \xrightarrow{(II) \leftrightarrow (I)} \\ (II) \xrightarrow{(II)+3 \cdot (III)} \left(\begin{array}{ccc} 1 & 5 & 3 \\ 0 & -7 & -5 \\ 0 & 14 & 5 \end{array} \right) \end{array}$$

$$\xrightarrow{(II) \leftrightarrow (I)} \left(\begin{array}{ccc} 1 & 5 & 3 \\ 0 & -7 & -5 \\ 0 & 14 & 5 \end{array} \right) \xrightarrow{(III)+2 \cdot (II)} \left(\begin{array}{ccc} 1 & 5 & 3 \\ 0 & -7 & -5 \\ 0 & 0 & -5 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{(I):(-7); (III):(-5)} \left(\begin{array}{ccc} 1 & \frac{5}{7} & \frac{3}{-5} \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

Значит, что тогда СЛАУ (*) имеет
одно ненулевое решение \Rightarrow система линейных
уравнений независима

N2

Запишем векторы в виде строк
матрицы (столбцы):

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} (*)$$

Приведём (*) к (упрощенному) ступенчатому виду
элементарными преобразованиями:

$$(*) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & -2 & -3 \\ 0 & -2 & -4 & -6 \\ 0 & -3 & -6 & -9 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Запишем, что $b_1, b_2 - 1 \times 3 \Rightarrow d_1, d_2 -$
- 3 раза скомбинировали

изменяется, что при этом ранг определителя матрицы не меняется. В нашей стартовой матрице (приведенной к канонической форму) первые 2 строки $\lambda \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow d_1, d_2$ - база системы строк

N4

a) Пусть $b = \lambda_1 d_1 + \lambda_2 d_2 + \lambda_3 d_3$



$$\left\{ \begin{array}{l} 4\lambda_1 + 7\lambda_2 + 4\lambda_3 = 5 \\ 4\lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_3 = 9 \\ 3\lambda_1 + \lambda_2 + 6\lambda_3 = \lambda \end{array} \right.$$



$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 7 & 4 & 5 \\ 4 & 2 & 1 & 9 \\ 3 & 1 & 6 & \lambda \end{array} \right) (*)$$

Приведём л -ую к ступенчатому виду Элементарными преобразованиями:

$$(*) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 7 & 4 & 5 \\ 0 & -5 & -3 & 4 \\ 0 & -\frac{17}{4} & 3 & \lambda - \frac{15}{4} \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 7 & 4 & 5 \\ 0 & -5 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & \frac{111}{20} & \frac{20\lambda - 143}{20} \end{array} \right)$$

$$\rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 7 & 4 & 5 \\ 0 & -5 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 111 & 20\lambda - 143 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 7 & 4 & 5 \\ 0 & -5 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{20\lambda - 143}{111} \end{array} \right)$$

$$\text{При } \lambda = \frac{20\lambda - 743}{117}, \text{ а } \lambda_1, \lambda_2$$

вырожденное реш $\lambda_3 \Rightarrow \lambda \in$

5) Пусть $b = \alpha_1 \alpha_1 + \alpha_2 \alpha_2 + \alpha_3 \alpha_3$

запишем сразу в матричном виде:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 5 & 7 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 6 & 3 & 9 & 5 \end{array} \right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 5 & 7 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{array} \right) (*)$$

Заметим, что последняя строка $(*)$ эквивалентна уравнению $0 = -1 \Leftarrow$ ложь
тако $\Rightarrow \nexists \lambda \in \mathbb{R}$, при котором
8 л. б. через $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$.

$$\lambda \in \emptyset$$

Нем, не существует.

Доказательство:

запишем наши стационарные вида
матрицы и выделим в ней базисный
минор. Заметим, что его порядок ≤ 12
 $\Rightarrow \exists$ стационарные, не включенные в базисный
минор. По определению базисного минора
такой из таких стационарных является
л.к. стационарных, содержащих в базисный
минор. Их порядок без стационарных не
составляет с краткостью, неизвестными

абенома производит аналогу, не имеющую
1 биологический мир, как производимый
аналог с Коздравицким - , и
не остающиеся аналоги (это будут
оставшиеся аналоги, не имеющие в
биологический мир) с Коздро .) мы
получим нетривиальный штейнук
комбинаторно , потому что \Rightarrow изначальная
степень аналогов 1. 3..