

N 1

$$S = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 3 & -2 & -7 \\ 5 & 3 & 7 & -6 & -4 \\ 8 & 0 & -5 & 6 & -13 \\ 4 & -2 & -7 & 5 & -7 \end{pmatrix} \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{matrix}$$

Графегем мүнгүй S к анынчамалык  
бүгүй S<sup>1</sup>:

$$S \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 4 & 10 & -7 & 0 \\ 1 & 5 & 14 & -11 & 3 \\ 4 & 2 & 2 & 1 & -6 \\ 4 & -2 & -7 & 5 & -7 \end{pmatrix} \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{matrix} \longrightarrow$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 0 & -6 & -18 & 15 & -6 \\ 1 & 5 & 14 & -11 & 3 \\ 0 & -18 & -54 & 45 & -18 \\ 0 & -22 & -63 & 49 & -19 \end{pmatrix} \begin{matrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{matrix} \longrightarrow$$

$$\xrightarrow{\quad} \left( \begin{array}{ccccc} 1 & 5 & 74 & -11 & 3 \\ 0 & -6 & -18 & 15 & -6 \\ 0 & -18 & -54 & 45 & -78 \\ 0 & -22 & -63 & 99 & -19 \end{array} \right) \begin{matrix} S_2 \\ S_1 \\ S_3 \\ S_4 \end{matrix} \xrightarrow{\quad}$$

$$\xrightarrow{\quad} \left( \begin{array}{ccccc} 1 & 5 & 74 & -11 & 3 \\ 0 & -6 & -18 & 15 & -6 \\ 0 & -22 & -63 & 99 & -19 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \begin{matrix} S_2 \\ S_1 \\ S_4 \\ S_3 \end{matrix} \xrightarrow{\quad}$$

$$\xrightarrow{\quad} \left( \begin{array}{ccccc} 1 & 5 & 74 & -11 & 3 \\ 0 & -2 & -6 & 5 & -2 \\ 0 & -22 & -63 & 99 & -19 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \begin{matrix} S_2 \\ S_1 \\ S_4 \\ S_3 \end{matrix} \xrightarrow{\quad}$$

$$\xrightarrow{\quad} \left( \begin{array}{ccccc} 1 & 5 & 74 & -11 & 3 \\ 0 & -2 & -6 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 3 & -6 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \begin{matrix} S_2 \\ S_1 \\ S_4 \\ S_3 \end{matrix} = S'$$

Приведём  $n$ -ую систему к  
однородному ступенчатому виду:

$$\left( \begin{array}{ccccc} 2 & -5 & 3 & 2 & 1 \\ 5 & -8 & 5 & 4 & 3 \\ 1 & -7 & 4 & 2 & 0 \\ 4 & -1 & 1 & 2 & 3 \end{array} \right) \xrightarrow{\quad} \left( \begin{array}{ccccc} 0 & 9 & -5 & -2 & 1 \\ 1 & -7 & 4 & 2 & 0 \\ 1 & -7 & 4 & 2 & 0 \\ 4 & -1 & 1 & 2 & 3 \end{array} \right)$$

$$\rightarrow \left( \begin{array}{ccccc} 1 & -7 & 9 & 2 & 0 \\ 0 & 9 & -5 & -2 & 1 \\ 9 & -1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \rightarrow$$

$$\rightarrow \left( \begin{array}{ccccc} 1 & -7 & 9 & 2 & 0 \\ 0 & 9 & -5 & -2 & 1 \\ 0 & 27 & -15 & -6 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \rightarrow$$

$$\rightarrow \left( \begin{array}{ccccc} 1 & -7 & 9 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{5}{9} & -\frac{2}{9} & \frac{1}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \rightarrow$$

$$\rightarrow \left( \begin{array}{ccccc} 1 & 0 & \frac{1}{9} & \frac{4}{9} & \frac{7}{9} \\ 0 & 1 & -\frac{5}{9} & -\frac{2}{9} & \frac{1}{9} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

Значит, что  $R_2 = 2$  у получившейся квадратичной многочлене  $\Phi(p)$  должен содержать  $5 - 2 = 3$  л.н.з. корней.

В  $S^1$  таких корней не  $\Rightarrow$  сколько же корней проверить для каждого из них решений.

$$\begin{aligned}
 S' \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{9} & -\frac{5}{9} & 0 & 0 \\ \frac{4}{9} & -\frac{2}{9} & 0 & 0 \\ \frac{7}{9} & \frac{1}{9} & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \\
 = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 14 & -11 & 3 \\ 0 & -2 & -6 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 3 & -6 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{9} & -\frac{5}{9} & 0 & 0 \\ \frac{4}{9} & -\frac{2}{9} & 0 & 0 \\ \frac{7}{9} & \frac{1}{9} & 0 & 0 \end{pmatrix} &= \\
 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} &
 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  Надеюсь, понятно,

составленные из  $S_1, S_2, S_4$  образуют  
функциональную систему решений.

12

Заданную систему в виде расширенной матрицы:

$$\left( \begin{array}{cccc|c} 5 & -3 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & -2 & 3 & 7 & 1 \\ 8 & -6 & -7 & -5 & 9 \\ 7 & -3 & 7 & 17 & \lambda \end{array} \right) (*)$$

Приведём (\*) к ступенчатому виду:

$$\begin{aligned} (*) &\rightarrow \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & -3 & 2 \\ 4 & -2 & 3 & 7 & 1 \\ 0 & -2 & -7 & -19 & 7 \\ 3 & -1 & 4 & 10 & \lambda - 1 \end{array} \right) \longrightarrow \\ &\rightarrow \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & -3 & 2 \\ 0 & 2 & 7 & 19 & -7 \\ 0 & -2 & -7 & -19 & 7 \\ 0 & 2 & 7 & 19 & \lambda - 7 \end{array} \right) \longrightarrow \\ &\rightarrow \left( \begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & -1 & -3 & 2 \\ 0 & 2 & 7 & 19 & -7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \end{aligned}$$

Заметим, что исходная система имеет бесконечно много решений при  $\lambda = 0$ , так как неопределённость Кронекера-Капелли  $\Rightarrow$  решения общие, а не линейно зависимые.

матричной системе задачи  
максимума и минимума линейные.

Задачами, имеющими линейные  
равнения, называются

частными решениями  
СЛАУ (при  $\lambda = 0$ ). Тогда  $\tilde{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$  является

единственным решением

однородной системы (записанной  
в виде ненулевых строк).

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -3 \\ 0 & 2 & 7 & 19 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & \frac{7}{2} & \frac{19}{2} \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{5}{2} & \frac{13}{2} \\ 0 & 1 & \frac{7}{2} & \frac{19}{2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= -\frac{5}{2}x_3 - \frac{13}{2}x_4 \\ x_2 &= -\frac{7}{2}x_3 - \frac{19}{2}x_4 \end{aligned}$$

$$\text{Пусть } x_3 = s; \quad x_4 = t$$

$$\begin{aligned} x_1 &= -\frac{5}{2}s - \frac{13}{2}t \\ x_2 &= -\frac{7}{2}s - \frac{19}{2}t \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{5}{2}s - \frac{13}{2}t \\ -\frac{7}{2}s - \frac{19}{2}t \\ s \\ t \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} \\ -\frac{7}{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -\frac{13}{2} \\ -\frac{19}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Найд, вс море о структуре  
сингл решения ненул. СЛАУ, исходная  
СЛАУ имеет лин. комб решений

$$\text{Инд: } \tilde{x} + s \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} \\ -\frac{7}{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -\frac{73}{2} \\ -\frac{79}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Умнож:

Исходная СЛАУ не имеет решений  
так как  $\lambda \neq 0$ .

При  $\lambda = 0$  одна лин. комб. лин. ненул. решений

$$\text{Инд: } \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} \\ -\frac{7}{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -\frac{73}{2} \\ -\frac{79}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$s, t \in \mathbb{R}$