

Работа длится 75 минут. Выходить можно только окончательно сдав работу. Если есть противопоказания, предупредите об этом заранее. На работе можно пользоваться шпаргалкой - самописный лист А4 (рекомендуется вынести таблицу эквивалентностей и тригонометрические формулы).

Пример варианта (в реальном варианте задач будет меньше, жирным шрифтом указаны разделы в задачнике Кудрявцева)

1. (Задача на асимптоты) **Гл.2, § 11, №№ 1-8, 15, 17-20.**

Найти вертикальную, горизонтальную и наклонную асимптоты для функции

$$a) \quad y = x\sqrt{\frac{x}{x+4}}, \quad b) \quad y = \frac{\sin x}{x^2 - x}.$$

2. (Задача на пределы функции на бесконечности)

**Гл.2, § 9, №№ 20-28, 43(1-3).**

Вычислить

$$a) \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{5x^6 - 1}{\sqrt{x^{12} + 5x^5 - 1}}, \quad b) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - \sqrt{4x^2 - 7x + 4})$$

3. (Задача на непрерывность функции и классификацию точек разрыва)

**Гл.2, § 11, №№ 1-8, 15, 17-20.**

Указать множество точек, в которых непрерывна функция, найти ее точки разрыва, установить их род.

$$a) \quad f(x) = \begin{cases} \cos x, & \text{если } -\frac{\pi}{2} \leq x < \frac{\pi}{4}; \\ 1, & \text{если } x = \frac{\pi}{4}; \\ x^2 - \frac{\pi^2}{16}, & \text{если } \frac{\pi}{4} < x \leq \pi. \end{cases}$$

$$b) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x \cos(x/2)}{\sin x}, & \text{если } x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right], \quad x \neq 0, \quad x \neq \pi; \\ a, & \text{если } x = 0; \\ b, & \text{если } x = \pi. \end{cases}$$

4. (Задачи на О-символику)

Пусть  $f(x) = 3 + 2x - x^2 + x^3 + o(x^3)$  при  $x \rightarrow 0$ . Представить  $f(-3x + 2x^2) = P_2(x) + o(x^2)$  при  $x \rightarrow 0$ , где  $P_2(x)$  - многочлен степени не выше второй.

5. (Задачи на подсчет предела функции в точке) **Гл.2, § 9, №№ 29-37, 42-43.**

$$\begin{aligned} a) \quad & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{2x^2 - x - 1}, & b) \quad & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6} \\ c) \quad & \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{2}{2x - x^2} + \frac{1}{x^2 - 3x + 2} \right), & d) \quad & \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{7 + 2x - x^2} - \sqrt{1 + x + x^2}}{2x - x^2} \\ e) \quad & \lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt[3]{9 + x} + x + 7}{\sqrt[3]{15 + 2x} + 1}, & f) \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2}{\sin 2x \sin x} - \frac{1}{\sin^2 x} \right), \\ g) \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) \sin\left(\frac{\pi}{6} + 2x\right) - 1}{\sin x}, & h) \quad & \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{\sqrt{2} \cos x - 1}, \\ i) \quad & \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\lg x - 1}{x - 10}, & j) \quad & \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{1 - \operatorname{ctg} \pi x}{\ln \operatorname{tg} \pi x}, \\ k) \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - e^{2x}}{\operatorname{tg} x}, & l) \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\sqrt{1 + \sin x^2} - 1}, \\ m) \quad & \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{-1/x^2}, & n) \quad & \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{\operatorname{tg}^2 x}. \end{aligned}$$

6. (Задача на подсчет производной) **Гл.3, §13, №№ 3-166.**

Вычислить производную функции

$$a) \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{2}x}, \quad b) \quad f(x) = 2x \ln(2x + \sqrt{4x^2 + 1}) - \sqrt{4x^2 + 1},$$

$$c) \quad f(x) = \operatorname{arctg} e^{x/2} - \ln \sqrt{\frac{e^x}{e^x + 1}}, \quad d) \quad f(x) = x + \operatorname{ctg} x \cdot \ln(1 + \sin x) - \ln \operatorname{tg}(x/2).$$

7. (Задачи на возрастание/убывание функции ) Гл.4, § 20, №№ 1-5, 8.

Найти промежутки возрастания/убывания функции

$$a) \quad f(x) = \sqrt{8x^2 - x^4}, \quad b) \quad f(x) = \operatorname{arctg} x - \ln x,$$

$$c) \quad f(x) = e^{\pi x} \cos(\pi x), \quad d) \quad f(x) = \frac{x^3}{3 - x^2}.$$

8. (Задачи на экстремумы) Гл.4, § 20, №№ 13,16-25.

Найти точки минимума и максимума функции

$$a) \quad f(x) = 2 \sin x + \cos 2x, \quad b) \quad f(x) = (x - 5)e^x,$$

$$c) \quad f(x) = (2x + 1)\sqrt[3]{(x - 2)^2}, \quad d) \quad f(x) = \frac{1}{x^3 - 2x^2 - x + 2}.$$

9. (Задачи на наибольшее/наименьшее значение) Гл.4, § 20, №№ 37-43.

Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке

$$a) \quad f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1, \quad x \in [-1; 2],$$

$$b) \quad f(x) = (x - 3)e^{|x+1|}, \quad x \in [-2; 4],$$

$$c) \quad f(x) = |x^2 + 2x - 3| + 1, 5 \ln x, \quad x \in [0, 5; 2].$$