

Входное тестирование по математике'25

Онлайн тур, первая часть

Тест выполняется онлайн и состоит из трёх частей, которые становятся доступны последовательно одна за другой. На выполнение заданий каждой из трёх частей даётся 30 минут, по окончании которых сдача заданий из данной части становится невозможной. Между частями предусмотрен небольшой перерыв от 2 до 5 минут. Ссылка на каждую следующую часть теста находится в конце предыдущей части + ссылки на все части есть в письме-приглашении.

Выполнять задания можно в любом порядке – внутри данной части теста задачи НЕ упорядочены по сложности и имеют одинаковый вес. Суммарный вес задач каждой из частей одинаков (например, вес одной задачи первой части в 5 раз меньше веса задачи третьей части).

ВАЖНО! В случае нецелого ответа, его следует указать в виде десятичной дроби с **двумя** знаками после десятичного разделителя. В качестве разделителя следует использовать **точку** (а не запятую)! Например, ответ 1.23 будет принят, а ответ 1,23 приведёт несданной задаче (ручную перепроверку в случае невнимательности не обещаем ввиду чётко прописанного правила и большого количества участников).

Использовать округление следует откидыванием третьей и последующих цифр после запятой. Например, 12.245 должно быть округлено до 12.24, а -12.899 – до -12.89.

Вычислительную электронику использовать запрещено.

Некоторые стандартные константы: $\pi = 3.1415\dots \approx 3.1416$ $\sqrt{2} = 1.4142\dots \approx 1.4142$
 $\sqrt{3} = 1.7320\dots \approx 1.7321$ $\sqrt{5} = 2.2360\dots \approx 2.2361$ $\sqrt{17} = 4.1231\dots \approx 4.1231$

Mathematics Entrance Testing'25

Online round, part one

The test is conducted online and consists of three parts, which become available sequentially one after another. You have 30 minutes to complete the tasks in each of the three parts, after which submitting answers for that part becomes impossible. There is a short break of 2 to 5 minutes between the parts. The link to the next part of the test is located at the end of the previous part + all links are included in the invitation email.

You can solve the tasks in any order – within each part of the test, the problems are NOT ordered by difficulty and have the same weight. The total weight of the tasks in each part is the same (for example, the weight of one task in the first part is 5 times less than the weight of a task in the third part).

IMPORTANT! In the case of a non-integer answer, it should be given as a decimal fraction with **two** digits after the decimal separator. Use a **period** as the separator (not a comma)! For example, the answer 1.23 will be accepted, but the answer 1,23 will result in a non-submitted problem (we do not promise manual rechecks in cases of carelessness due to clearly stated rules and the large number of participants).

Rounding should be done by dropping the third and subsequent digits after the decimal point. For example, 12.245 should be rounded to 12.24, and -12.899 should be rounded to -12.89.

The use of computational electronics is prohibited.

Some standard constants: $\pi = 3.1415\dots \approx 3.1416$ $\sqrt{2} = 1.4142\dots \approx 1.4142$
 $\sqrt{3} = 1.7320\dots \approx 1.7321$ $\sqrt{5} = 2.2360\dots \approx 2.2361$ $\sqrt{17} = 4.1231\dots \approx 4.1231$

1. Вычислите $\tan 15^\circ$.

Compute $\tan 15^\circ$.

0.27

2. Для какого значения a выполнено $\frac{1}{\log_2 a} + \frac{1}{\log_3 a} + \frac{1}{\log_4 a} = 1$?

What is the value of a for which $\frac{1}{\log_2 a} + \frac{1}{\log_3 a} + \frac{1}{\log_4 a} = 1$?

24

3. В коробке лежат красные и синие шары. Если взять наугад два шара без возвращения, вероятность того, что оба будут красными, равна $\frac{1}{5}$. Всего шаров 15. Сколько среди них красных?

A box contains red and blue balls. If two balls are drawn at random without replacement, the probability that both are red is $\frac{1}{5}$. There are 15 balls in total. How many of them are red?

7

4. Последовательность задана формулой $a_n = 3n^2 - 4n$. Найдите сумму

$$\sum_{k=1}^{30} a_k.$$

The sequence is given by the formula $a_n = 3n^2 - 4n$. Find the sum

$$\sum_{k=1}^{30} a_k.$$

26505

5. Пусть точки A и A' – две противоположные вершины некоторого куба (центрально симметричные друг другу относительно его центра). Пусть точки B' , C' и D' – вершины этого куба смежные с A' (соединённые с A' ребром этого куба). Пусть также точки P и Q – середины рёбер $A'B'$ и $A'C'$. Найдите косинус угла между прямыми AA' и PQ .

Let A and A' be two opposite vertices of a cube (centrally symmetric to each other with respect to its center). Let B' , C' and D' be the vertices adjacent to A' (connected to A' by an edge of the cube). Let P and Q be the midpoints of the edges $A'B'$ and $A'C'$, respectively. Find the cosine of the angle between the lines AA' and PQ .

0

6. Даны четыре различных действительных числа x_1, x_2, x_3 и x_4 . Известно, что их среднее арифметическое равно 4.25, а среднее квадратичное равно 5.5. Найдите сумму попарных произведений этих чисел:

$$\sum_{1 \leq i < j \leq 4} x_i x_j.$$

Four distinct real numbers x_1, x_2, x_3 , and x_4 are given. Their arithmetic mean is 4.25, and their quadratic mean is 5.5. Find the sum of all pairwise products of these numbers:

$$\sum_{1 \leq i < j \leq 4} x_i x_j.$$

7. Прямоугольный участок имеет размеры 30×50 метров. Вокруг него делают дорожку одинаковой ширины, площадь которой составляет четверть площади всего участка. Найдите ширину дорожки (в метрах).

A rectangular garden has dimensions 30×50 meters. A path of uniform width is built around it, with an area equal to one quarter of the total area of the garden. Find the width of the path (in meters).

2.5

8. Найдите количество целых значений x из интервала $[-20, 20]$, для которых выполняется неравенство

$$\frac{x^2 - 9}{x^2 - 4x + 3} > 1 + \frac{1}{x-1}.$$

Find the number of integer values x in the interval $[-20, 20]$ for which holds the inequality

$$\frac{x^2 - 9}{x^2 - 4x + 3} > 1 + \frac{1}{x-1}.$$

18

9. Вычислите произведение корней уравнения (в вещественных x):

$$\sqrt{5} \cdot 0.2^{\frac{1}{2x}} - 0.04^{1-x} = 0$$

Compute the product of the roots of the equation (in real x):

$$\sqrt{5} \cdot 0.2^{\frac{1}{2x}} - 0.04^{1-x} = 0$$

0.25

10. Найдите значение производной функции $f(t) = \ln(t^2 + 6t + 6)$ в точке $t = -1$.

Find the value of the derivative of the function $f(t) = \ln(t^2 + 6t + 6)$ at the point $t = -1$.

4

11. Сколько различных слов длины 6 можно составить из букв A, B, C , если буква A встречается ровно два раза, а буква B – хотя бы один раз?

How many different 6-letter words can be made from the letters A, B, C if the letter A occurs exactly twice and the letter B occurs at least once?

225

12. При каком положительном значении параметра p система

$$\begin{cases} x + y + z = p, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 15 \end{cases}$$

имеет ровно одно решение в вещественных числах (x, y, z) ?

For what positive value of the parameter p does the system

$$\begin{cases} x + y + z = p, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 15 \end{cases}$$

иметь ровно одно решение в вещественных числах (x, y, z) ?

6.7

13. Найдите наименьшее натуральное n , для которого $2^n \equiv 1 \pmod{29}$.

Find the smallest positive integer n such that $2^n \equiv 1 \pmod{29}$.

28

14. В (личном) турнире приняли участие 8 участников. Каждый сыграл с каждым ровно одну игру. При этом победа оценивалась в 1 очко, ничья – в 0.5, а поражение – в 0 очков. Какое максимальное количество очков мог набрать игрок, который не стал чемпионом?

In a round-robin tournament (for individuals) 8 participants took part. Each played one game with every other participant. A win scores 1 point, a draw scores 0.5 points, and a loss scores 0 points. What is the maximum number of points a player could have scored without becoming the champion?

6

15. Найдите минимальное значение выражения

$$\sqrt{\frac{x^2 - 5x + 6}{x + 1}}$$

Find the minimum value of

$$\sqrt{\frac{x^2 - 5x + 6}{x + 1}}$$

0