

Список вопросов с доказательством для подготовки к экзамену по курсу «Алгебра»,  
2-й модуль 2025/2026-го учебного года.  
Версия 1. 3 декабря 2025 г.

**2-ой модуль**

1. Сформулируйте и докажите критерий существования ненулевых решений однородной квадратной СЛАУ (как следствие теоремы о существовании ФСР).
2. Сформулируйте теорему о структуре общего решения неоднородной системы линейных алгебраических уравнений и докажите её (теорема о структуре общего решения однородной системы линейных алгебраических уравнений предполагается известной).
3. Выпишите формулу Муавра и докажите её.
4. Выпишите формулу для нахождения комплексных корней  $n$ -ой степени из комплексного числа и приведите её вывод.
5. Выпишите формулу для вычисления скалярного произведения векторов, заданных своими координатами в произвольном базисе трехмерного пространства, и приведите её вывод.
6. Выпишите формулу для вычисления векторного произведения в правом ортонормированном базисе трехмерного пространства и приведите её вывод.
7. Сформулируйте и докажите утверждение о связи смешанного произведения и объема.
8. Докажите теорему о том, что любое линейное уравнение на координаты точки в трехмерном пространстве задает плоскость и что любая плоскость определяется линейным уравнением.