



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Campus Araranguá - ARA
Departamento de Energia e Sustentabilidade

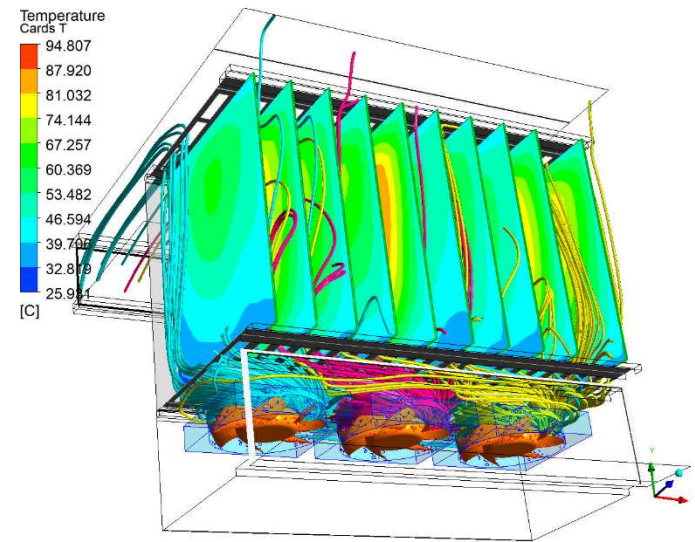
UNIDADE 8

ESCOAMENTO INTERNO

VISCOSO, INCOMPRESSÍVEL

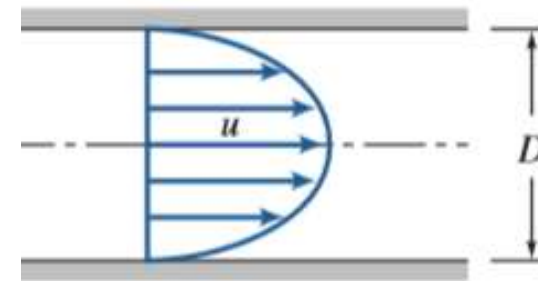
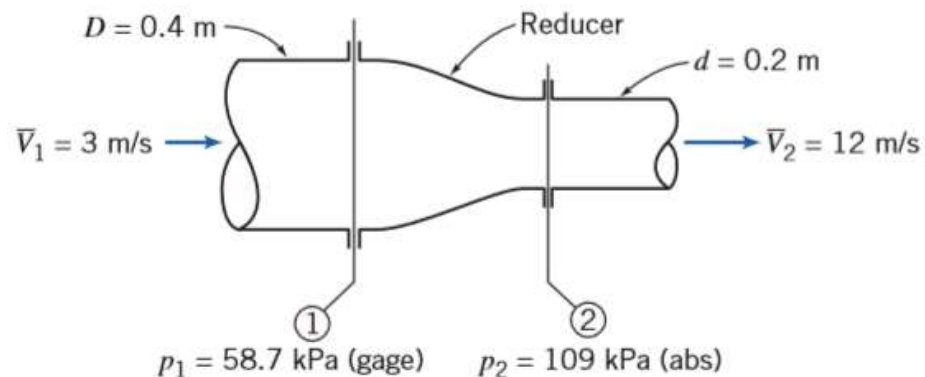
Introdução

- No último capítulo, estudamos a teoria do escoamento invíscido, em que os efeitos viscosos podem ser desprezados. Neste capítulo, analisaremos o escoamento interno, viscoso e incompressível, que é muito encontrado em aplicações comerciais/industriais.
- Ao final, teremos condições de calcular diferença de pressão, vazão ou dimensões dos dutos, dependendo do problema em questão.



Introdução

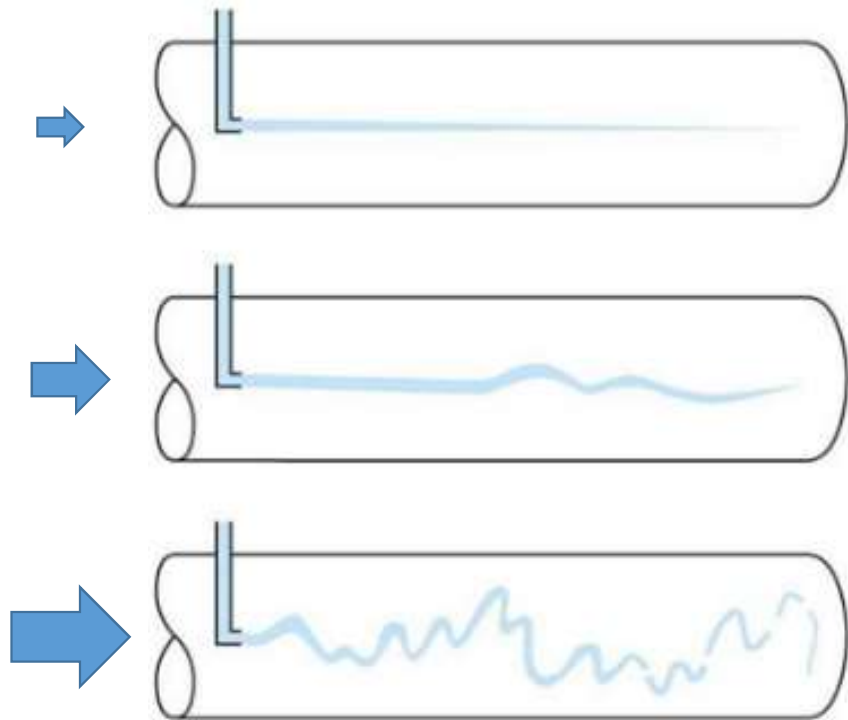
- Escoamento interno: limitado por superfícies sólidas, tais como dutos, bocais, válvulas.



- O escoamento interno pode ser laminar ou turbulento.

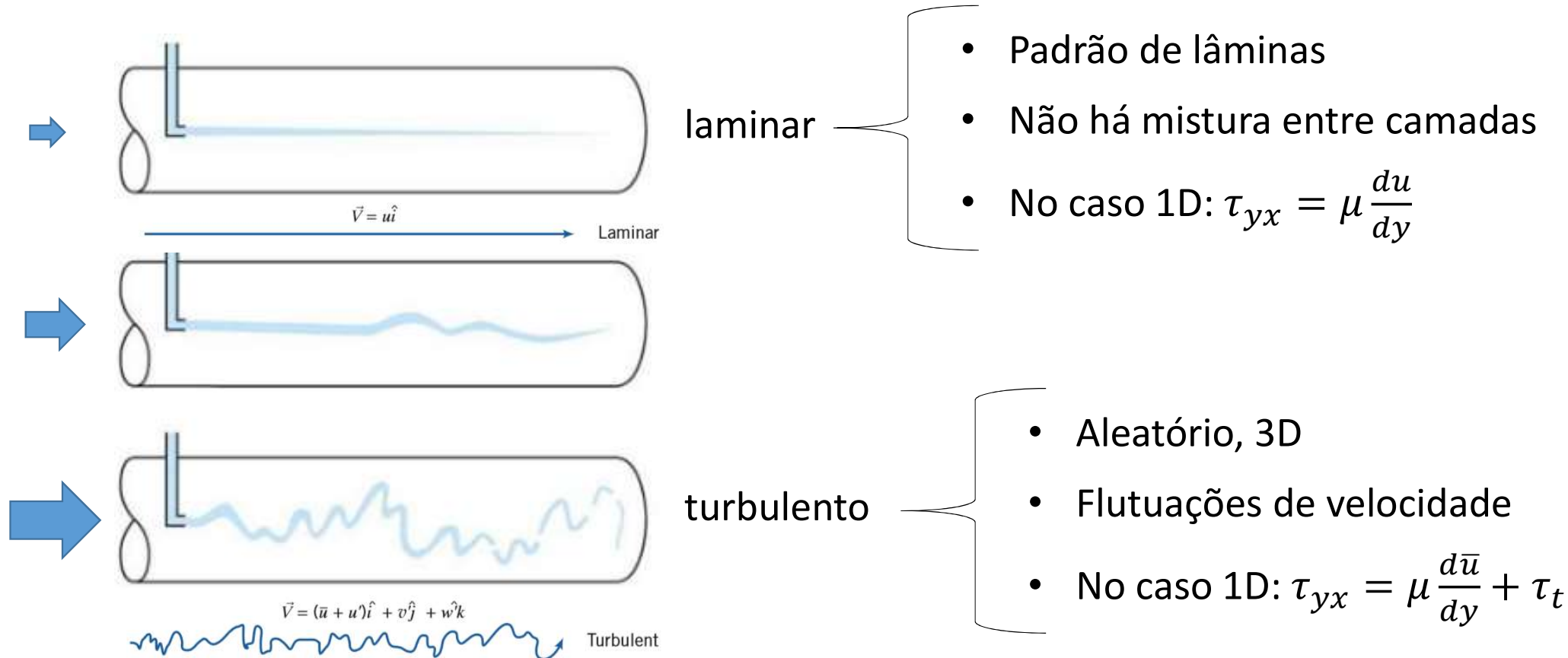
Introdução

Experimento de Reynolds



Introdução

Experimento de Reynolds



Introdução

- Para determinar o regime do escoamento (se é laminar ou turbulento), deve-se avaliar um parâmetro adimensional chamado **número de Reynolds**.

$$Re = \frac{\rho \bar{V} D}{\mu}$$

→ Forças de inércia
→ Forças viscosas

onde:

ρ : massa específica [kg/m^3]

\bar{V} : velocidade média [m/s]

D : diâmetro da tubulação [m]

μ : viscosidade absoluta [$Pa \cdot s$]

- Sob condições típicas, a transição do regime laminar para turbulento para escoamento em tubo ocorre em $Re \sim 2300$.

$Re < 2300$
laminar

$Re > 2300$
turbulento

Para o escoamento de água através de um tubo de $D = 25mm$, a transição ocorre quando V atinge $0,1 m/s$.

Introdução

Comprimento de entrada: Considere o escoamento laminar no tubo abaixo.

- Velocidade uniforme na entrada U_0 .
- Condição de não-escorregamento na parede.

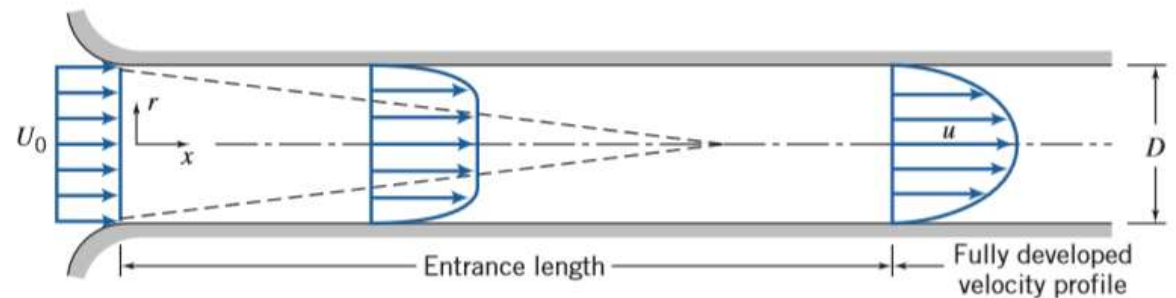


Fig. 8.1 Flow in the entrance region of a pipe.

- Como o escoamento é viscoso, há o desenvolvimento de uma camada limite (região do escoamento onde há taxa de deformação).
- À medida que o escoamento se desenvolve, a presença da parede vai sendo sentida pelo mesmo e a camada limite vai crescendo. A partir do ponto em que a camada limite atinge a região central do tubo, o escoamento é dito **completamente desenvolvido** e o perfil de velocidades não se altera mais. O comprimento de entrada é definido como a distância entre a entrada e a posição no interior do tubo em que o escoamento atinge seu completo desenvolvimento.

Introdução

Comprimento de entrada: Considere o escoamento laminar no tubo abaixo.

- Para o escoamento laminar, o comprimento de entrada, L , pode ser escrito como:

$$\frac{L}{D} \sim 0,06 \frac{\rho \bar{V} D}{\mu} \longrightarrow L \sim 0,06 Re D$$

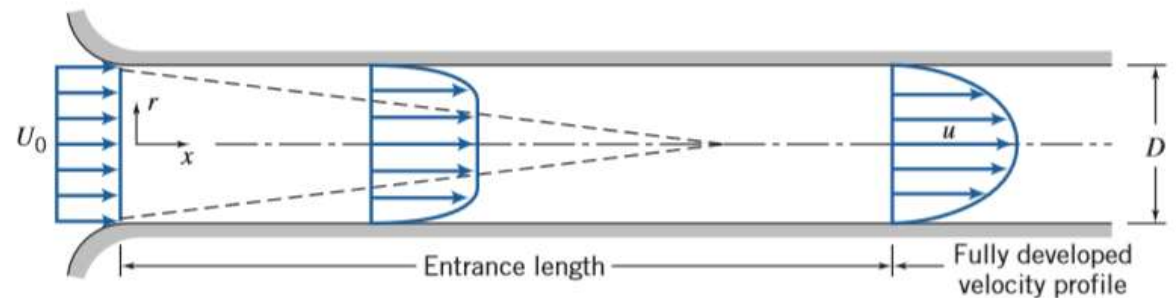
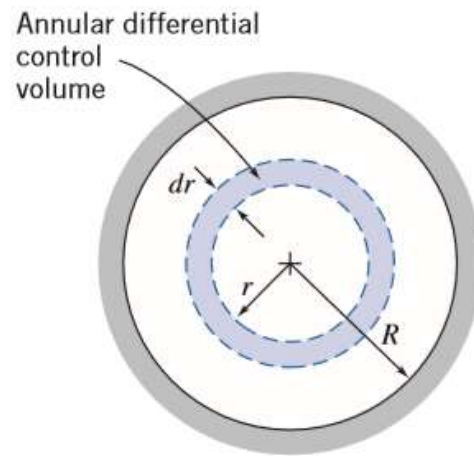


Fig. 8.1 Flow in the entrance region of a pipe.

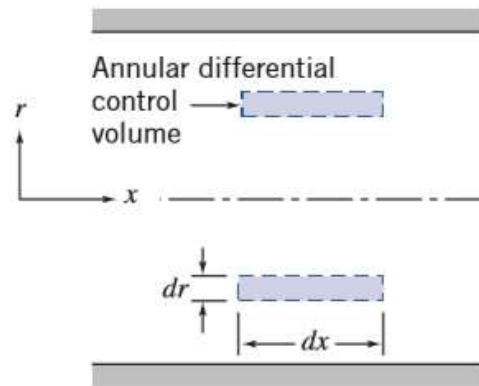
- Para o caso limite ($Re = 2300$), o comprimento de entrada será $L \sim 138D$
- Para o escoamento turbulento, o comprimento de entrada é geralmente menor, devido à mistura intensa entre camadas de fluido que acelera o desenvolvimento da camada limite ($< 80D$ - dados experimentais).

Escoamento Laminar CD em um Tubo

Considere o escoamento laminar:



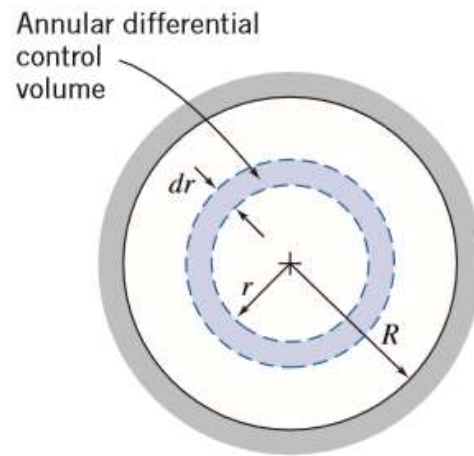
(a) End view of CV



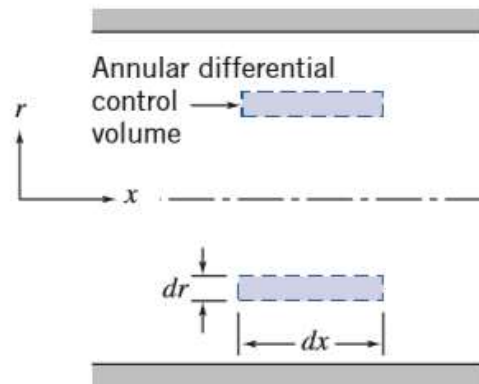
(b) Side view of CV

Escoamento Laminar CD em um Tubo

Considere o escoamento laminar:



(a) End view of CV



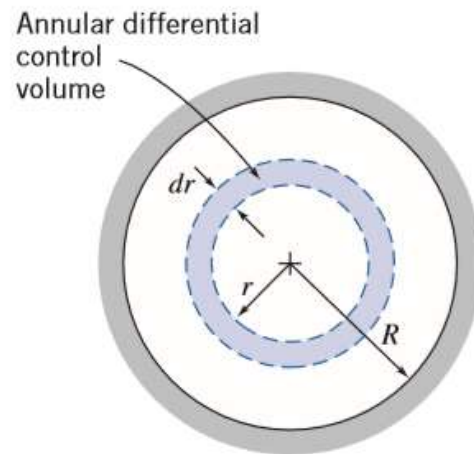
(b) Side view of CV

Quantidade de movimento em x:

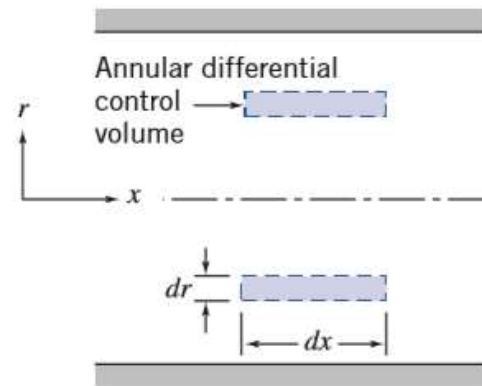
$$F_{sx} + F_{bx} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} u \rho dV + \int_{SC} u \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$$

Escoamento Laminar CD em um Tubo

Considere o escoamento laminar:



(a) End view of CV



(b) Side view of CV

Quantidade de movimento em x:

$$F_{sx} + F_{bx} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} u \rho dV + \int_{SC} u \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$$

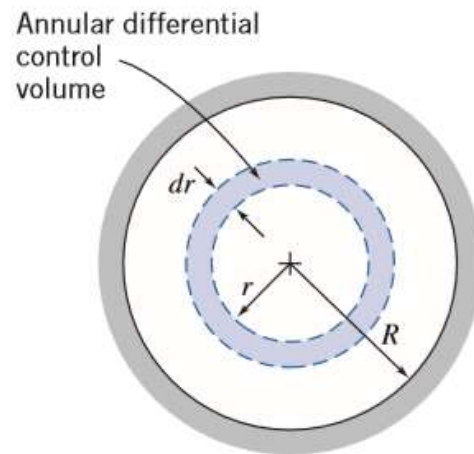
0 (Fbx=0) 0 (RP) 0

Como o escoamento é CD ao longo da mesma direção, a eq. fica:

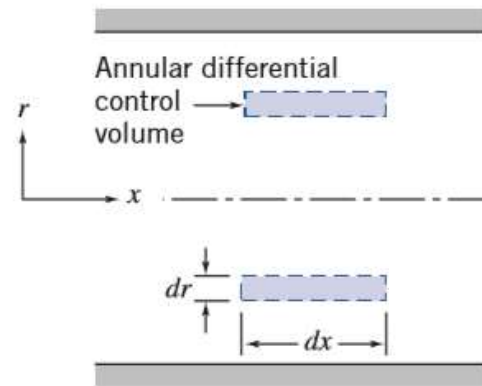
$$F_{sx} = 0$$

Escoamento Laminar CD em um Tubo

Considere o escoamento laminar:



(a) End view of CV



(b) Side view of CV

Quantidade de movimento em x:

$$F_{sx} + F_{bx} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} u \rho dV + \int_{SC} u \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$$

$\xrightarrow{0 \text{ (Fbx=0)}}$
 $\xrightarrow{0 \text{ (RP)}}$
 $\xrightarrow{0}$

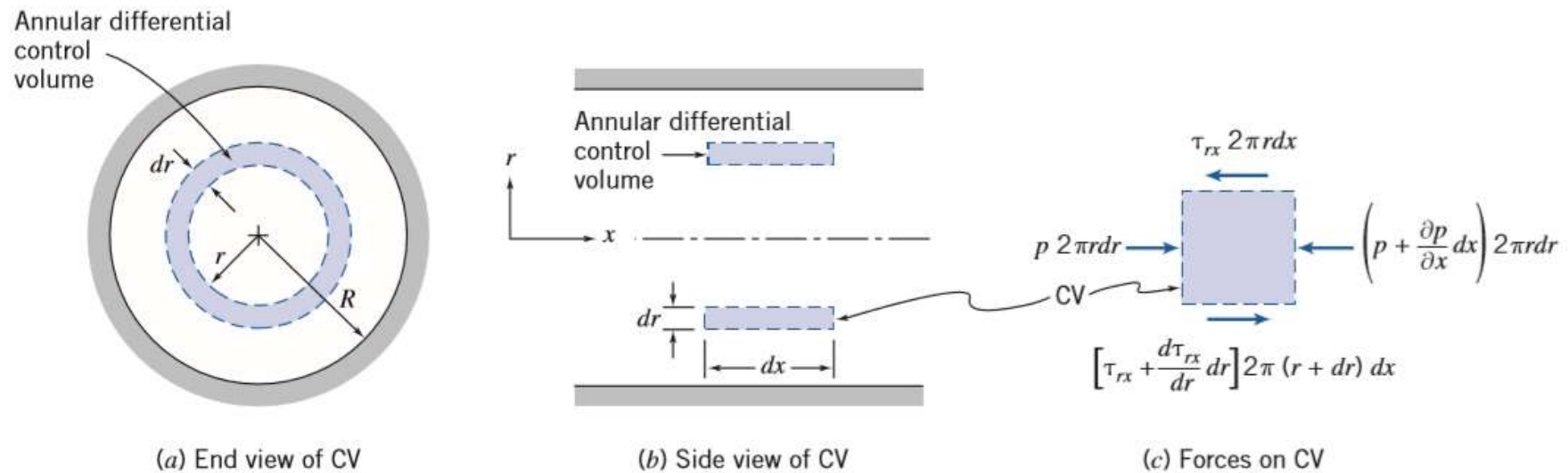
Como o escoamento é CD ao longo da mesma direção, a eq. fica:

$$F_{sx} = 0$$

Para determinar as forças que agem sobre o VC na direção x, devemos avaliar o volume de controle anelar traçado.

Escoamento Laminar CD em um Tubo

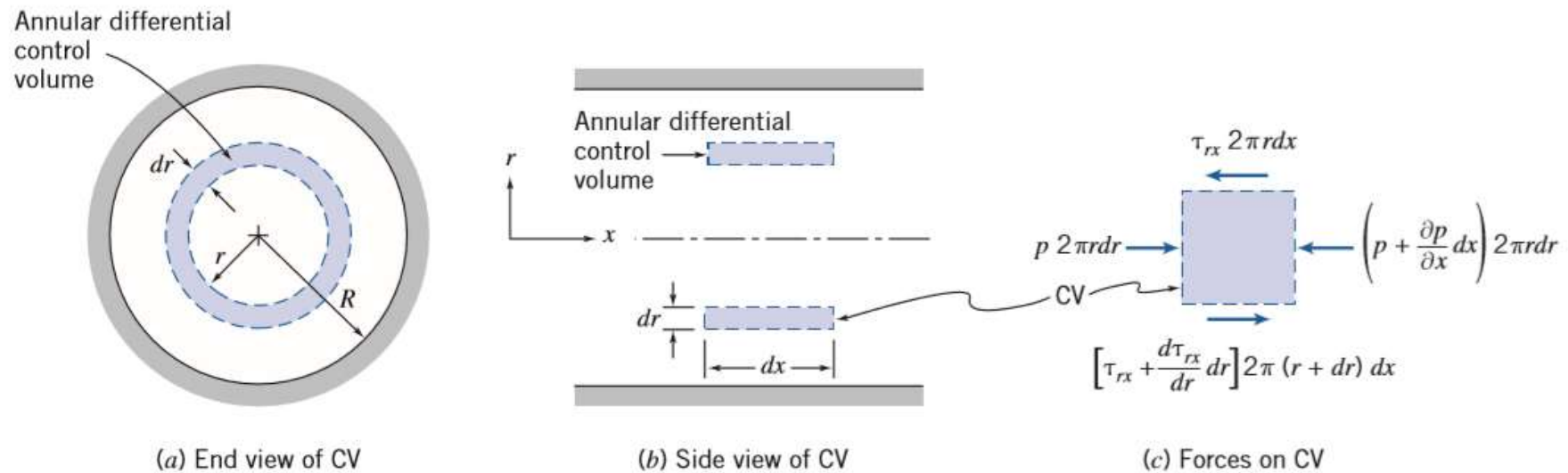
Considere o escoamento laminar:



Balanço de força em x:
$$-\frac{\partial p}{\partial x} 2\pi r dr dx + \tau_{rx} 2\pi dr dx + \frac{d\tau_{rx}}{dr} 2\pi r dr dx = 0$$

Escoamento Laminar CD em um Tubo

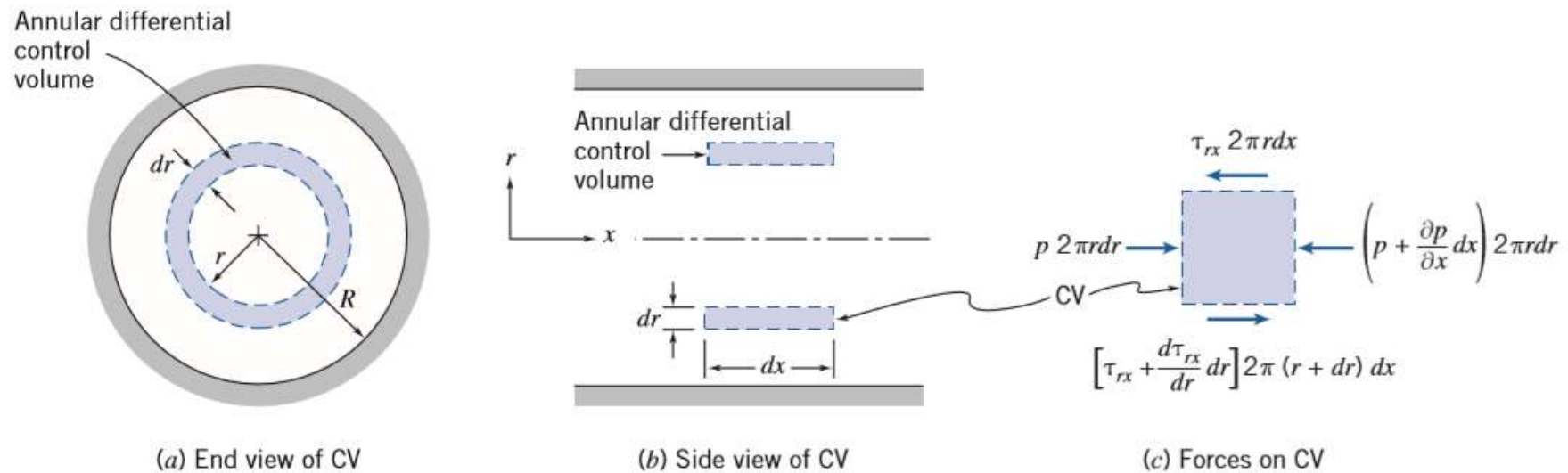
Considere o escoamento laminar:



Balanço de força em x:
$$-\frac{\partial p}{\partial x} 2\pi r dr dx + \tau_{rx} 2\pi dr dx + \frac{d\tau_{rx}}{dr} 2\pi r dr dx = 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\tau_{rx}}{r} + \frac{d\tau_{rx}}{dr}$$

Escoamento Laminar CD em um Tubo

Considere o escoamento laminar:

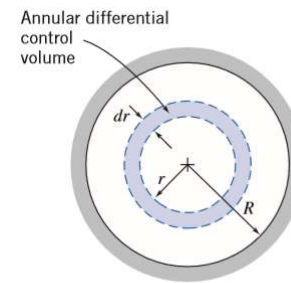


Balanço de força em x:
$$-\frac{\partial p}{\partial x} 2\pi r dr dx + \tau_{rx} 2\pi dr dx + \frac{d\tau_{rx}}{dr} 2\pi r dr dx = 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\tau_{rx}}{r} + \frac{d\tau_{rx}}{dr} = \frac{1}{r} \frac{d(r\tau_{rx})}{dr}$$

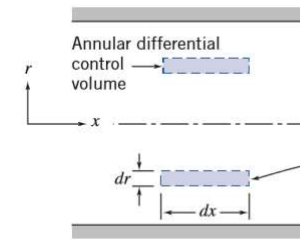
Escoamento Laminar CD em um Tubo

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{d(r\tau_{rx})}{dr}$$

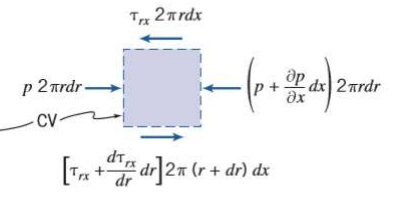
Como: $\frac{d(r\tau_{rx})}{dr} = f(r)$ e $\frac{\partial p}{\partial x} = f(x)$



(a) End view of CV



(b) Side view of CV

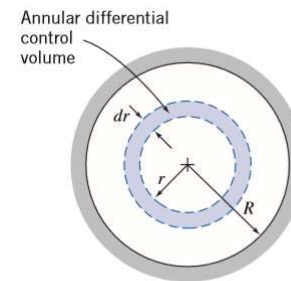


(c) Forces on CV

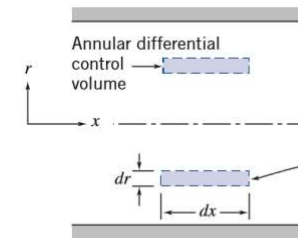
Escoamento Laminar CD em um Tubo

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{d(r\tau_{rx})}{dr}$$

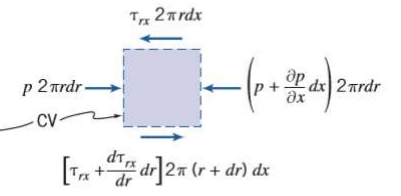
Como: $\frac{d(r\tau_{rx})}{dr} = f(r)$ e $\frac{\partial p}{\partial x} = f(x)$



(a) End view of CV



(b) Side view of CV



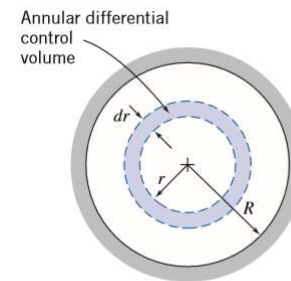
(c) Forces on CV

temos que $\frac{1}{r} \frac{d(r\tau_{rx})}{dr} = \frac{\partial p}{\partial x} = \text{constant}$

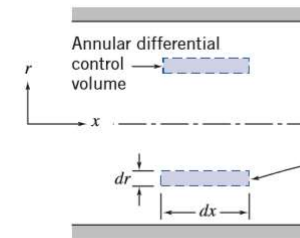
Escoamento Laminar CD em um Tubo

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{d(r\tau_{rx})}{dr}$$

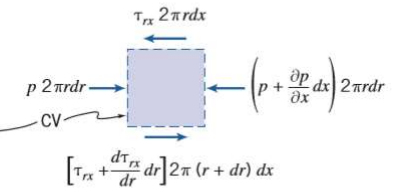
Como: $\frac{d(r\tau_{rx})}{dr} = f(r)$ e $\frac{\partial p}{\partial x} = f(x)$



(a) End view of CV



(b) Side view of CV



(c) Forces on CV

temos que $\frac{1}{r} \frac{d(r\tau_{rx})}{dr} = \frac{\partial p}{\partial x} = \text{constant}$

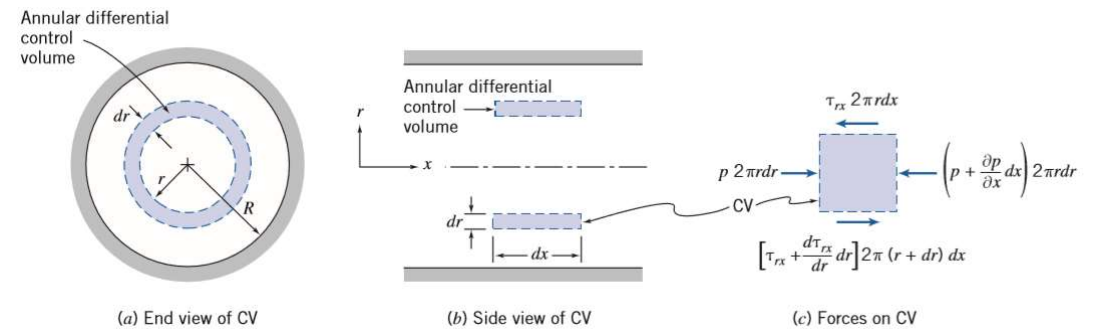
Portanto:

$$\frac{d(r\tau_{rx})}{dr} = r \frac{\partial p}{\partial x} \quad \xrightarrow{\text{Integrando}} \quad r\tau_{rx} = \frac{r^2}{2} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) + c_1 \quad \longrightarrow \quad \tau_{rx} = \frac{r}{2} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{c_1}{r}$$

Escoamento Laminar CD em um Tubo

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{d(r\tau_{rx})}{dr}$$

Como: $\frac{d(r\tau_{rx})}{dr} = f(r)$ e $\frac{\partial p}{\partial x} = f(x)$



temos que $\frac{1}{r} \frac{d(r\tau_{rx})}{dr} = \frac{\partial p}{\partial x} = \text{constant}$

$$\mu \frac{du}{dr} = \frac{r}{2} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{c_1}{r}$$

Portanto:

$$\frac{d(r\tau_{rx})}{dr} = r \frac{\partial p}{\partial x} \quad \xrightarrow{\text{Integrando}} \quad r\tau_{rx} = \frac{r^2}{2} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) + c_1 \quad \longrightarrow \quad \tau_{rx} = \frac{r}{2} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{c_1}{r}$$

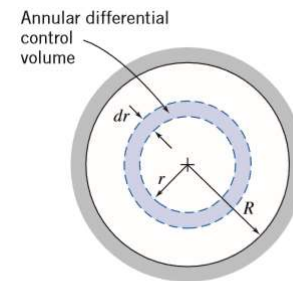
Como $\tau_{rx} = \mu \frac{du}{dr}$

Escoamento Laminar CD em um Tubo

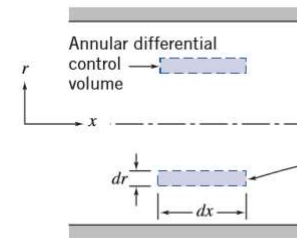
Integrando novamente,

$$\mu \frac{du}{dr} = \frac{r}{2} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{c_1}{r}$$

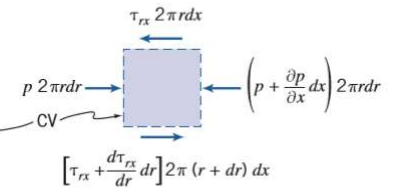
temos
$$u = \frac{r^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{c_1}{\mu} \ln r + c_2$$



(a) End view of CV



(b) Side view of CV



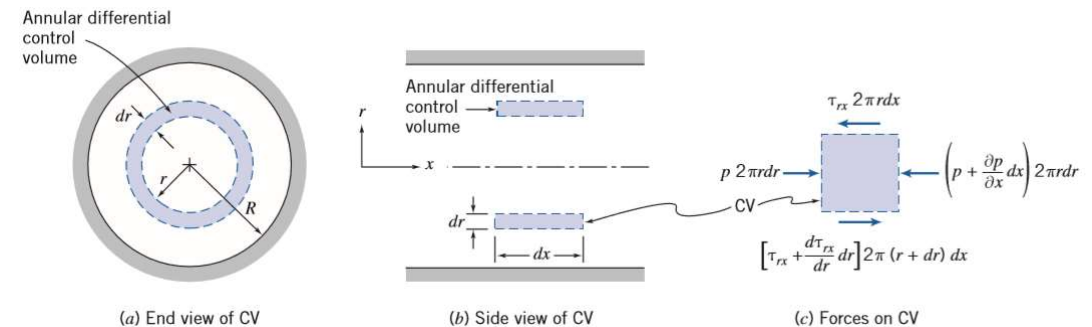
(c) Forces on CV

Escoamento Laminar CD em um Tubo

Integrando novamente,

$$\mu \frac{du}{dr} = \frac{r}{2} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{c_1}{r}$$

temos
$$u = \frac{r^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{c_1}{\mu} \ln r + c_2$$



- Uma condição de contorno é clara: $\mathbf{u}(\mathbf{r} = \mathbf{R}) = \mathbf{0}$ (não-escorregamento na parede).
- A condição de contorno que falta vem de uma consideração física. Sabemos que em $r = 0$, a velocidade é finita. Para que isso aconteça, a constante c_1 deve ser 0.

Escoamento Laminar CD em um Tubo

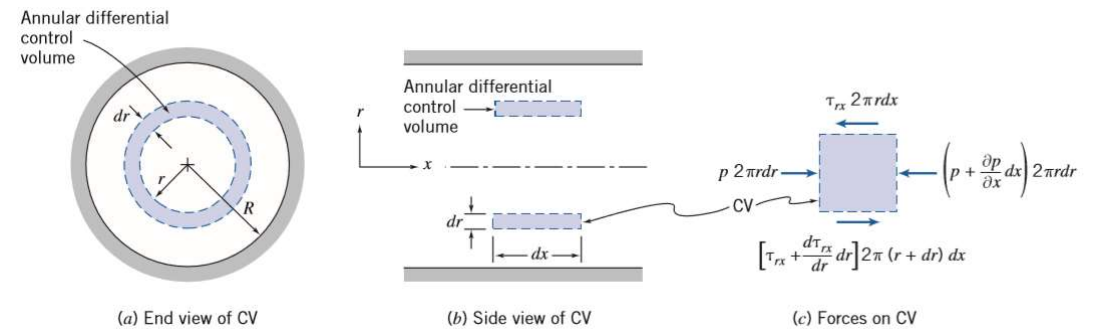
Substituindo a condição de não-escorregamento:

$$u = \frac{r^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) + c_2$$



$$0 = \frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) + c_2$$

$$c_2 = -\frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)$$



Escoamento Laminar CD em um Tubo

Substituindo a condição de não-escorregamento:

$$u = \frac{r^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) + c_2$$

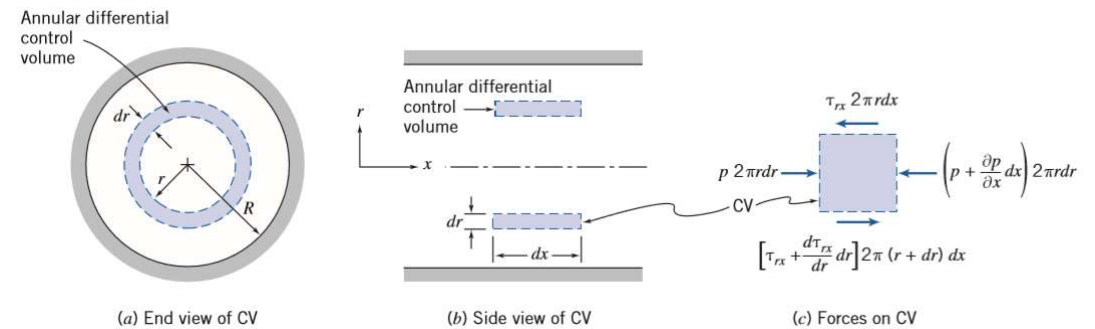


$$0 = \frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) + c_2$$

$$c_2 = -\frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)$$

Finalmente:

$$u = \frac{r^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) - \frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{1}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) (r^2 - R^2)$$



Escoamento Laminar CD em um Tubo

Substituindo a condição de não-escorregamento:

$$u = \frac{r^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) + c_2$$



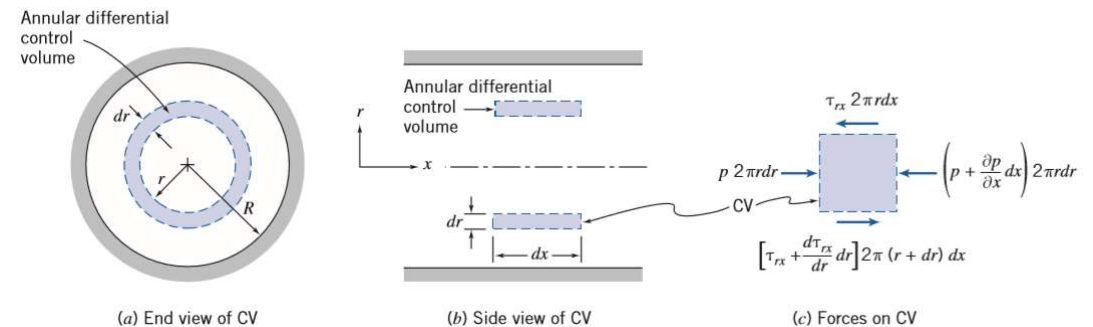
$$0 = \frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) + c_2$$

$$c_2 = -\frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)$$

Finalmente:

$$u = \frac{r^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) - \frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{1}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) (r^2 - R^2)$$

$$u = -\frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$



Escoamento Laminar CD em um Tubo

Substituindo a condição de não-eskorregamento:

$$u = \frac{r^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) + c_2$$



$$0 = \frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) + c_2$$

$$c_2 = -\frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)$$

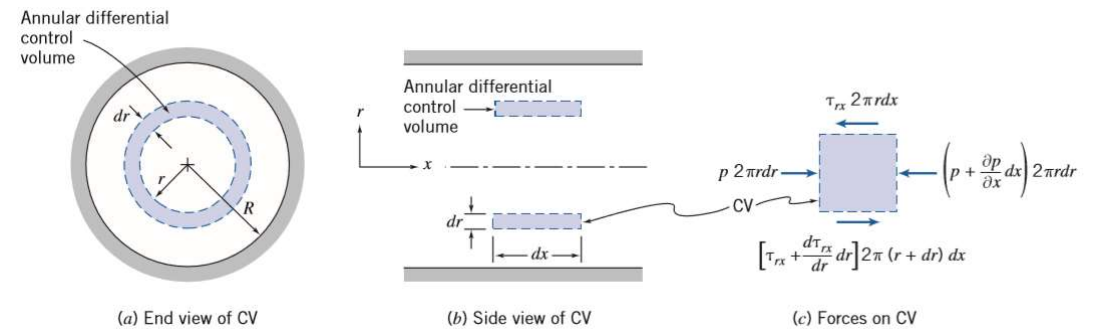
Finalmente:

$$u = \frac{r^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) - \frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{1}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) (r^2 - R^2)$$

$$u = -\frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

como $\frac{\partial p}{\partial x} = cte$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{p_2 - p_1}{L}$$



Escoamento Laminar CD em um Tubo

Uma vez que o perfil de velocidades está determinado, podemos obter propriedades do escoamento.

- **Tensão cisalhante:** $\tau_{rx} = \mu \frac{du}{dr} = \frac{r}{2} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)$

$$u = -\frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

- **Vazão volumétrica:** $Q = \int_A \vec{V} \cdot d\vec{A} = \int_0^R u 2\pi r dr = \int_0^R \frac{1}{4\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) (r^2 - R^2) 2\pi r dr \quad Q = -\frac{\pi R^4}{8\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)$

$$Q = -\frac{\pi R^4}{8\mu} \left[\frac{-\Delta p}{L} \right] = \frac{\pi \Delta p R^4}{8\mu L} = \frac{\pi \Delta p D^4}{128\mu L}$$

- **Velocidade média:** $\bar{V} = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi R^2} = -\frac{R^2}{8\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)$

Escoamento Laminar CD em um Tubo

Exemplo: Um viscosímetro simples e preciso pode ser feito com um tubo capilar. Se a vazão volumétrica e a queda de pressão forem medidas, e a geometria do tubo for conhecida, a viscosidade de um fluido newtoniano poderá ser calculada. Um teste de um certo líquido num viscosímetro capilar forneceu os seguintes dados:

- $Q = 880 \text{ mm}^3/\text{s}$
- $D = 0,50 \text{ mm}$
- $L = 1 \text{ m}$
- Queda de pressão = $1,0 \text{ MPa}$

$$Q = \frac{\pi \Delta p D^4}{128 \mu L}$$

Determine a viscosidade do líquido.

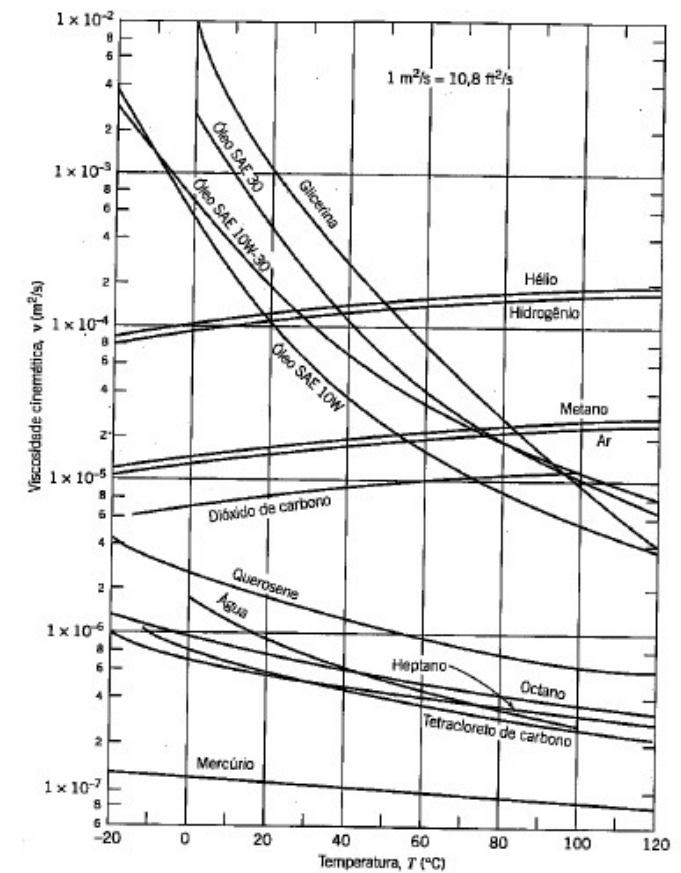
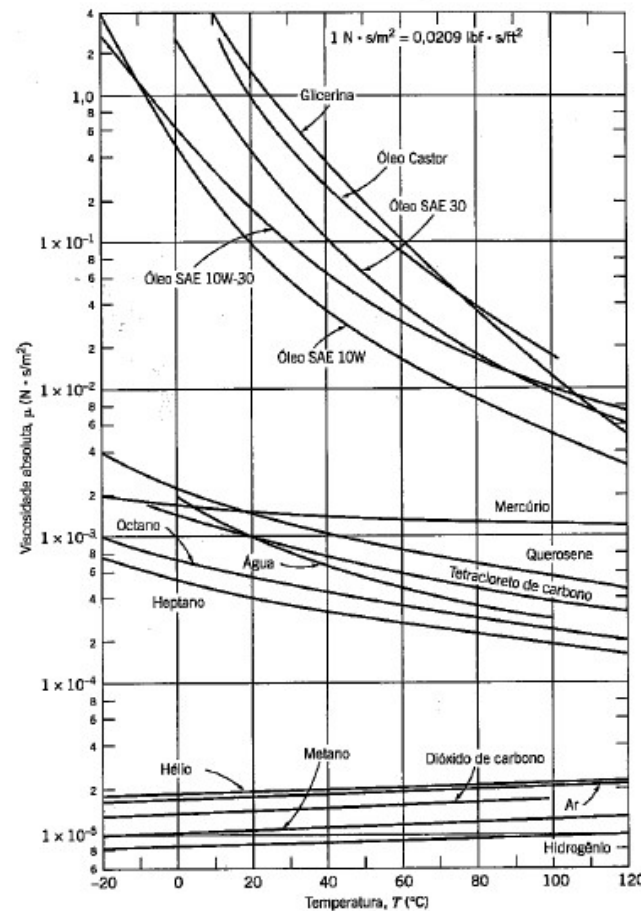
Escoamento Laminar CD em um Tubo

Exemplo: Considere um escoamento a 40°C em um tubo de 6 mm de diâmetro. Determine a máxima vazão (e o correspondente gradiente de pressão) para os quais o regime laminar é esperado. Avalie para água e óleo SAE 10W.

Escoamento Laminar CD em um Tubo

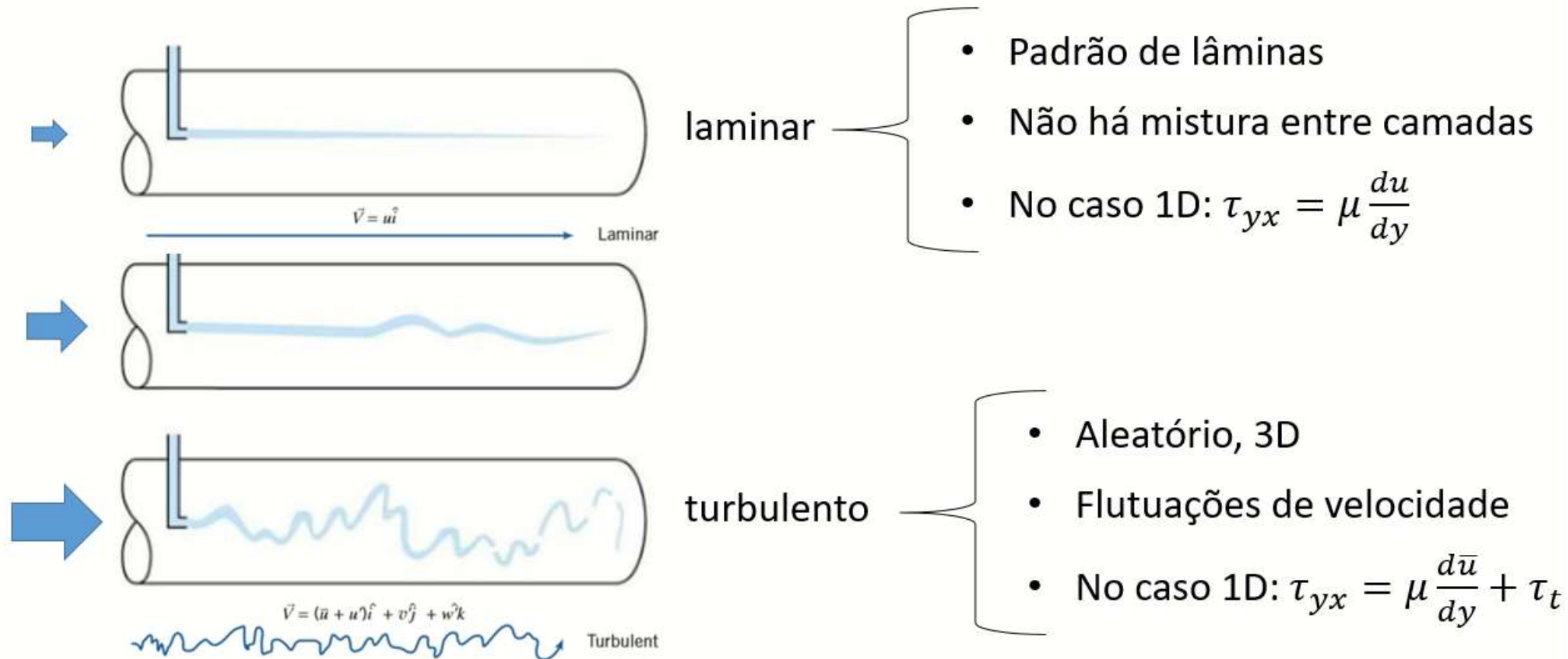
Tabela A.8 Propriedades da Água (Unidades SI)

Temperatura, T (°C)	Massa Específica, ρ (kg/m ³)	Viscosidade Dinâmica, μ (N · s/m ²)	Viscosidade Cinemática, ν (m ² /s)
0	1000	1,76E-03	1,76E-06
5	1000	1,51E-03	1,51E-06
10	1000	1,30E-03	1,30E-06
15	999	1,14E-03	1,14E-06
20	998	1,01E-03	1,01E-06
25	997	8,93E-04	8,96E-07
30	996	8,00E-04	8,03E-07
35	994	7,21E-04	7,25E-07
40	992	6,53E-04	6,59E-07
45	990	5,95E-04	6,02E-07
50	988	5,46E-04	5,52E-07
55	986	5,02E-04	5,09E-07
60	983	4,64E-04	4,72E-07
65	980	4,31E-04	4,40E-07
70	978	4,01E-04	4,10E-07
75	975	3,75E-04	3,85E-07
80	972	3,52E-04	3,62E-07
85	969	3,31E-04	3,41E-07
90	965	3,12E-04	3,23E-07
95	962	2,95E-04	3,06E-07
100	958	2,79E-04	2,92E-07



Escoamento Laminar x Escoamento Turbulento

Experimento de Reynolds



Distribuição da Tensão de Cisalhamento

- No escoamento plenamente desenvolvido em tubos horizontais (seja laminar ou turbulento), a tensão de cisalhamento pode ser escrita como:

$$\tau_{rx} = \frac{r}{2} \frac{\partial p}{\partial x}$$

Distribuição da Tensão de Cisalhamento

- No escoamento plenamente desenvolvido em tubos horizontais (seja laminar ou turbulento), a tensão de cisalhamento pode ser escrita como:

$$\tau_{rx} = \mu \frac{du}{dr}$$

↓

laminar $\tau_{rx} = \frac{r}{2} \frac{\partial p}{\partial x}$

$$u = -\frac{R^2}{4\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

Distribuição da Tensão de Cisalhamento

- No escoamento plenamente desenvolvido em tubos horizontais (seja laminar ou turbulento), a tensão de cisalhamento pode ser escrita como:

laminar

$$\tau_{rx} = \mu \frac{du}{dr}$$
$$\tau_{rx} = \frac{r}{2} \frac{\partial p}{\partial x}$$

turbulento

$$\tau = \tau_{lam} + \tau_t = \mu \frac{d\bar{u}}{dr} - \rho \overline{u'v'}$$

$$u = -\frac{R^2}{4\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

Conclusão: Não é possível integrar a equação e obter uma simples relação para velocidade.

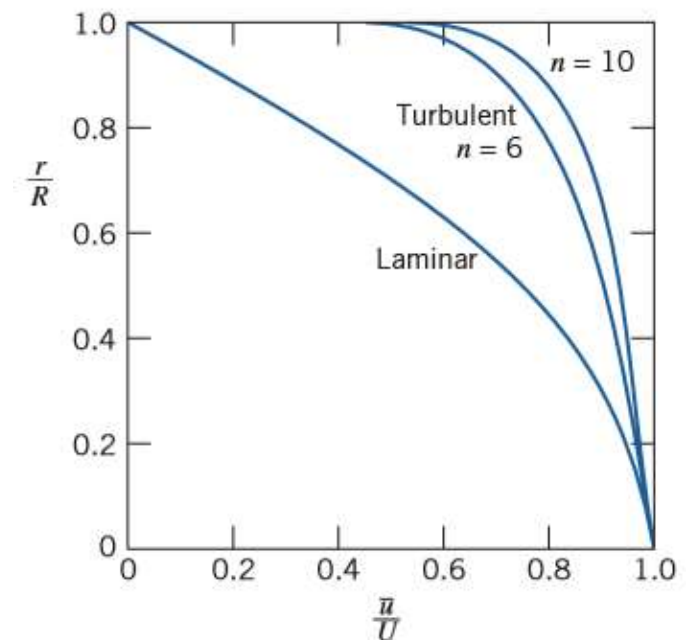
Perfil de Velocidades Turbulento

- O perfil de velocidades do escoamento turbulento PD através de um tubo liso pode ser representado por uma relação empírica baseada na lei de potência:

$$\frac{\bar{u}}{U} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/n} \quad n = -1,7 + 1,8 \log Re_U$$

$$Re_U = \frac{\rho U D}{\mu}$$

onde \bar{u} é o perfil de velocidade média do escoamento e U é a velocidade média na linha de centro. Um valor muito utilizado é $n = 7$ em problemas práticos.



Equação da Conservação da Energia

- Para obtermos uma relação que permita avaliar o efeito do atrito sobre o escoamento, devemos partir da eq. da **Conservação da Energia**.
- A equação da conservação da energia aplicada a um sistema fornece:

$$Q - W = dE \qquad \dot{Q} - \dot{W} = \frac{dE}{dt} \qquad E = \int_{\forall} e \rho d\forall \qquad e = u + \frac{V^2}{2} + gz$$

- Em um volume de controle:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} e \rho d\forall + \int_{SC} e \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$$

Equação da Conservação da Energia

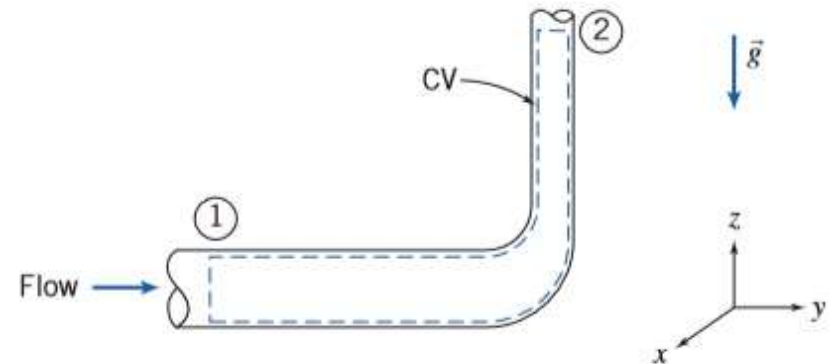
- Considere o escoamento através de um tubo (cotovelo redutor).

Pode-se mostrar que a equação da energia para esse escoamento é:

$$\cancel{\dot{Q}} - \cancel{\dot{W}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \cancel{e} \rho dV + \int_{SC} \cancel{e} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \longrightarrow \dot{Q} = \int_{SC} (e + p/\rho) \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad e = u + \frac{V^2}{2} + gz$$

considerando

- Reg. permanente
- Esc. incompressível
- $W = 0$ (exceto W_{esc})



Equação da Conservação da Energia

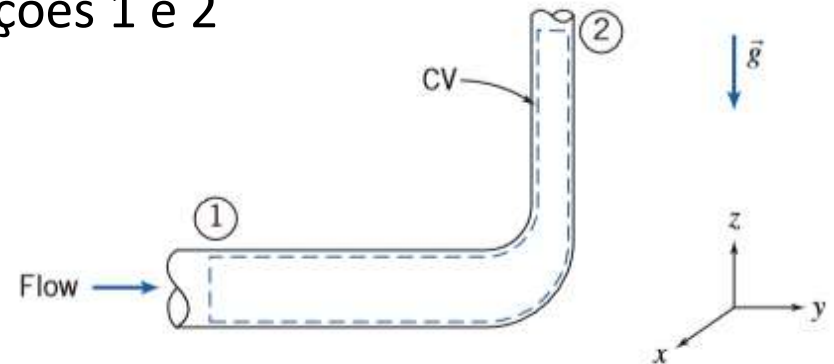
- Considere o escoamento através de um tubo (cotovelo redutor).

Pode-se mostrar que a equação da energia para esse escoamento é:

$$\dot{Q} = \int_{SC} (e + p/\rho) \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad e = u + \frac{V^2}{2} + gz$$

Se u (energia interna) e p são uniformes nas seções 1 e 2

$$\begin{aligned} \dot{Q} = & \dot{m}(u_2 - u_1) + \dot{m} \left(\frac{p_2}{\rho} - \frac{p_1}{\rho} \right) + \dot{m}g(z_2 - z_1) + \\ & + \int_{A_2} \frac{V_2^2}{2} \rho V_2 dA_2 - \int_{A_1} \frac{V_1^2}{2} \rho V_1 dA_1 \end{aligned}$$



Coeficiente de Energia Cinética (α)

- O coeficiente de energia cinética é definido de forma que:

$$\int_A \frac{V^2}{2} \rho V dA = \alpha \int_A \frac{\bar{V}^2}{2} \rho V dA = \alpha \dot{m} \frac{\bar{V}^2}{2} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{\int_A \rho V^3 dA}{\dot{m} \bar{V}^2}$$

- Escoamento laminar: $V = -\frac{R^2}{4\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$ $\bar{V} = -\frac{R^2}{8\mu} \frac{\partial p}{\partial x}$ $\Rightarrow \alpha = 2$

- Escoamento turbulento: $\frac{\bar{u}}{U} = \left(1 - \frac{r}{R} \right)^{1/n}$ $\frac{\bar{V}}{U} = \frac{2n^2}{(n+1)(2n+1)}$ $\Rightarrow \alpha = \left(\frac{U}{\bar{V}} \right)^3 \frac{2n^2}{(n+3)(2n+3)}$

Coeficiente de Energia Cinética (α)

- O coeficiente de energia cinética é definido de forma que:

$$\int_A \frac{V^2}{2} \rho V dA = \alpha \int_A \frac{\bar{V}^2}{2} \rho V dA = \alpha \dot{m} \frac{\bar{V}^2}{2} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \frac{\int_A \rho V^3 dA}{\dot{m} \bar{V}^2}$$

- Escoamento laminar: $V = -\frac{R^2}{4\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$ $\bar{V} = -\frac{R^2}{8\mu} \frac{\partial p}{\partial x}$ \Rightarrow $\boxed{\alpha = 2}$

- Escoamento turbulento: $\frac{\bar{u}}{U} = \left(1 - \frac{r}{R} \right)^{1/n}$ $\frac{\bar{V}}{U} = \frac{2n^2}{(n+1)(2n+1)}$ \Rightarrow $\alpha = \left(\frac{U}{\bar{V}} \right)^3 \frac{2n^2}{(n+3)(2n+3)}$
 $n = 6$ $n = 10$ $\boxed{\alpha = 1}$
 $\alpha = 1,08$ $\alpha = 1,03$

Perda de Carga

Rescrevendo a eq. da energia:

$$\dot{Q} = \dot{m}(u_2 - u_1) + \dot{m} \left(\frac{p_2}{\rho} - \frac{p_1}{\rho} \right) + \dot{m}g(z_2 - z_1) + \alpha_2 \frac{\bar{V}_2^2}{2} \dot{m} - \alpha_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2} \dot{m}$$

Dividindo por \dot{m} :

$$q = u_2 - u_1 + \frac{p_2}{\rho} - \frac{p_1}{\rho} + gz_2 - gz_1 + \alpha_2 \frac{\bar{V}_2^2}{2} - \alpha_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2}$$

ou seja:

$$\left(\frac{p_1}{\rho} + \alpha_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2} + gz_1 \right) - \left(\frac{p_2}{\rho} + \alpha_2 \frac{\bar{V}_2^2}{2} + gz_2 \right) = (u_2 - u_1) - q$$

Perda de Carga

Rescrevendo a eq. da energia:

$$\dot{Q} = \dot{m}(u_2 - u_1) + \dot{m} \left(\frac{p_2}{\rho} - \frac{p_1}{\rho} \right) + \dot{m}g(z_2 - z_1) + \alpha_2 \frac{\bar{V}_2^2}{2} \dot{m} - \alpha_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2} \dot{m}$$

Dividindo por \dot{m} :

$$q = u_2 - u_1 + \frac{p_2}{\rho} - \frac{p_1}{\rho} + gz_2 - gz_1 + \alpha_2 \frac{\bar{V}_2^2}{2} - \alpha_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2}$$

ou seja:

$$\left(\frac{p_1}{\rho} + \alpha_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2} + gz_1 \right) - \left(\frac{p_2}{\rho} + \alpha_2 \frac{\bar{V}_2^2}{2} + gz_2 \right) = (u_2 - u_1) - q$$

Perda por atrito
(conversão
em calor)

Perda de Carga

Rescrevendo a eq. da energia:

$$\dot{Q} = \dot{m}(u_2 - u_1) + \dot{m} \left(\frac{p_2}{\rho} - \frac{p_1}{\rho} \right) + \dot{m}g(z_2 - z_1) + \alpha_2 \frac{\bar{V}_2^2}{2} \dot{m} - \alpha_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2} \dot{m}$$

Dividindo por \dot{m} :

$$q = u_2 - u_1 + \frac{p_2}{\rho} - \frac{p_1}{\rho} + gz_2 - gz_1 + \alpha_2 \frac{\bar{V}_2^2}{2} - \alpha_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2}$$

ou seja:

$$\left(\frac{p_1}{\rho} + \alpha_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2} + gz_1 \right) - \left(\frac{p_2}{\rho} + \alpha_2 \frac{\bar{V}_2^2}{2} + gz_2 \right) = \overset{\text{PERDA DE CARGA TOTAL}}{h_{l,T}} \quad \text{Unidade SI} = [\text{J/kg}]$$

Perda de Carga

Rescrevendo a eq. da energia:

$$\dot{Q} = \dot{m}(u_2 - u_1) + \dot{m} \left(\frac{p_2}{\rho} - \frac{p_1}{\rho} \right) + \dot{m}g(z_2 - z_1) + \alpha_2 \frac{\bar{V}_2^2}{2} \dot{m} - \alpha_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2} \dot{m}$$

Dividindo por \dot{m} :

$$q = u_2 - u_1 + \frac{p_2}{\rho} - \frac{p_1}{\rho} + gz_2 - gz_1 + \alpha_2 \frac{\bar{V}_2^2}{2} - \alpha_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2}$$

ou seja:

PERDA DE CARGA TOTAL (Altura de carga)

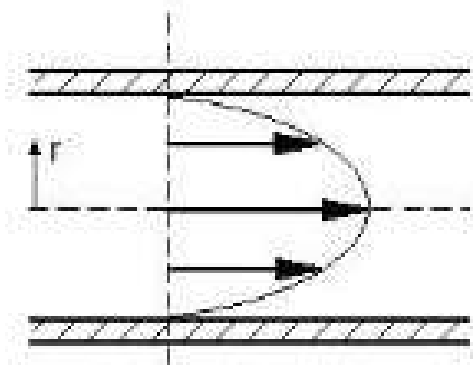
$$\left(\frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2g} + z_1 \right) - \left(\frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{\bar{V}_2^2}{2g} + z_2 \right) = \frac{h_{l,T}}{g} = \textcircled{H_{l,T}} \quad \text{Unidade SI} = [\text{m}]$$

Perda de Carga

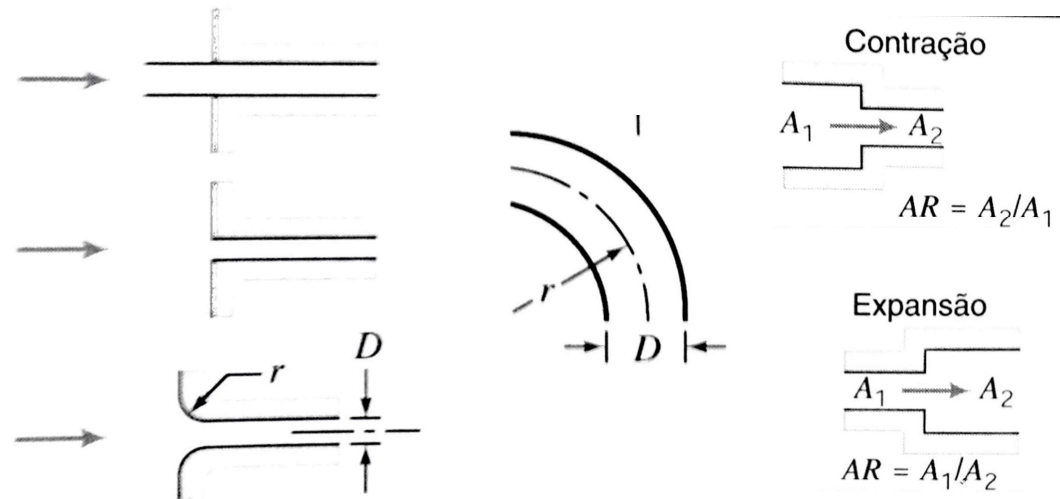
Perda de carga total:

$$h_{l,T} = h_l + h_{l,m}$$

h_l → Perda distribuída



$h_{l,m}$ → Perda localizada



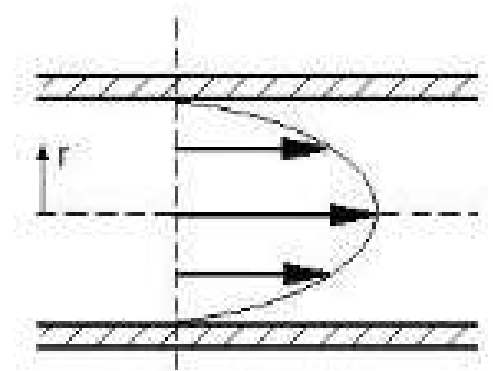
Perdas Distribuídas (h_l)

Para um escoamento PD num tubo de área constante e horizontal:

$$h_{l,m} = 0 \quad \alpha_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2} = \alpha_2 \frac{\bar{V}_2^2}{2}$$

Logo, a equação da energia se torna:

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} = \frac{\Delta p}{\rho} = h_l$$



A perda de carga distribuída pode ser representada por uma perda de pressão.

Perdas Distribuídas (h_l)

Escoamento laminar

A queda de pressão no escoamento laminar pode ser calculada analiticamente:

$$Q = -\frac{\pi R^4}{8\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \longrightarrow \Delta p = \frac{128\mu L Q}{\pi D^4} = 32 \frac{L}{D} \frac{\mu \bar{V}}{D}$$

como

$$\frac{\Delta p}{\rho} = h_l$$

$$h_l = 32 \frac{L}{D} \frac{\mu \bar{V}}{\rho D}$$

Manipulando...



$$h_l = \left(\frac{64}{Re} \right) \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2}$$

Perdas Distribuídas (h_l)

Escoamento turbulento

Não é possível avaliar a queda de pressão analiticamente. São deduzidas relações semi-empíricas (combinação de dados experimentais com análise dimensional)

$$\Delta p = \Delta p(D, L, \bar{V}, \rho, \mu, e)$$

Análise dimensional



$$\frac{\Delta p}{\rho} = h_l = f \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2}$$

fator de atrito

Perdas Distribuídas (h_l)

Escoamento turbulento

Não é possível avaliar a queda de pressão analiticamente. São deduzidas relações semi-empíricas (combinação de dados experimentais com análise dimensional)

$$\Delta p = \Delta p(D, L, \bar{V}, \rho, \mu, e)$$

Análise dimensional



$$\frac{\Delta p}{\rho} = h_l = f \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2}$$



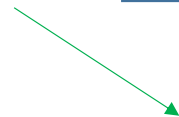
fator de atrito

sendo

$$f = \phi\left(Re, \frac{e}{D}\right)$$



Experimento!

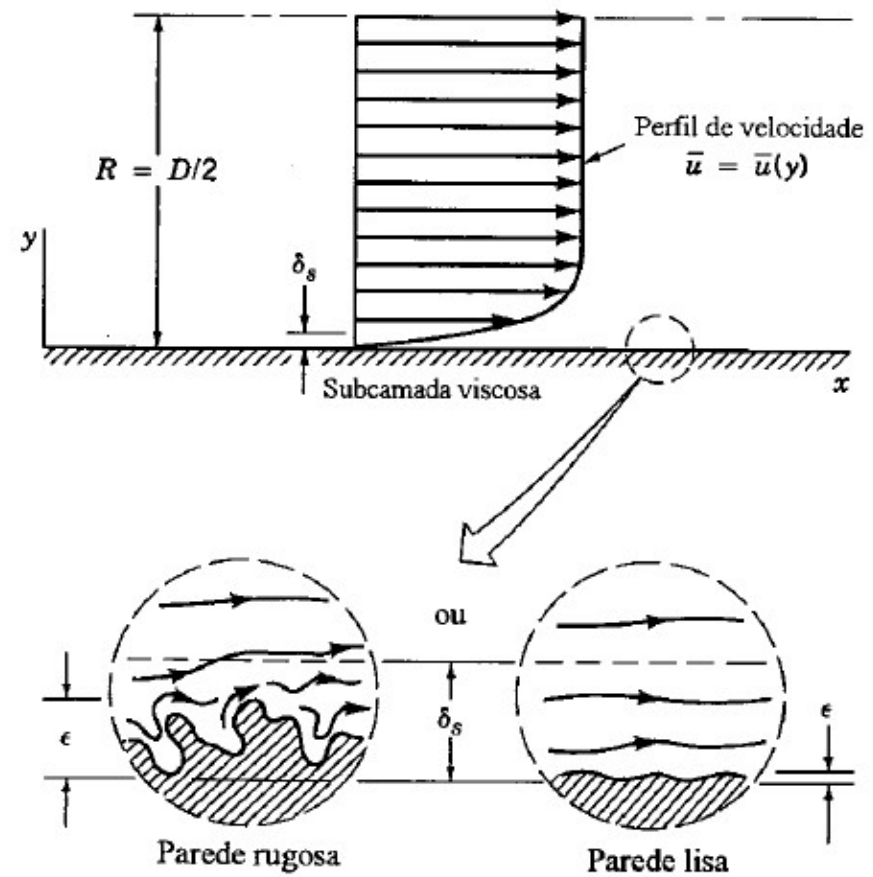


rugosidade: e

rugosidade relativa: e/D

Perdas Distribuídas (h_l)

Escoamento turbulento



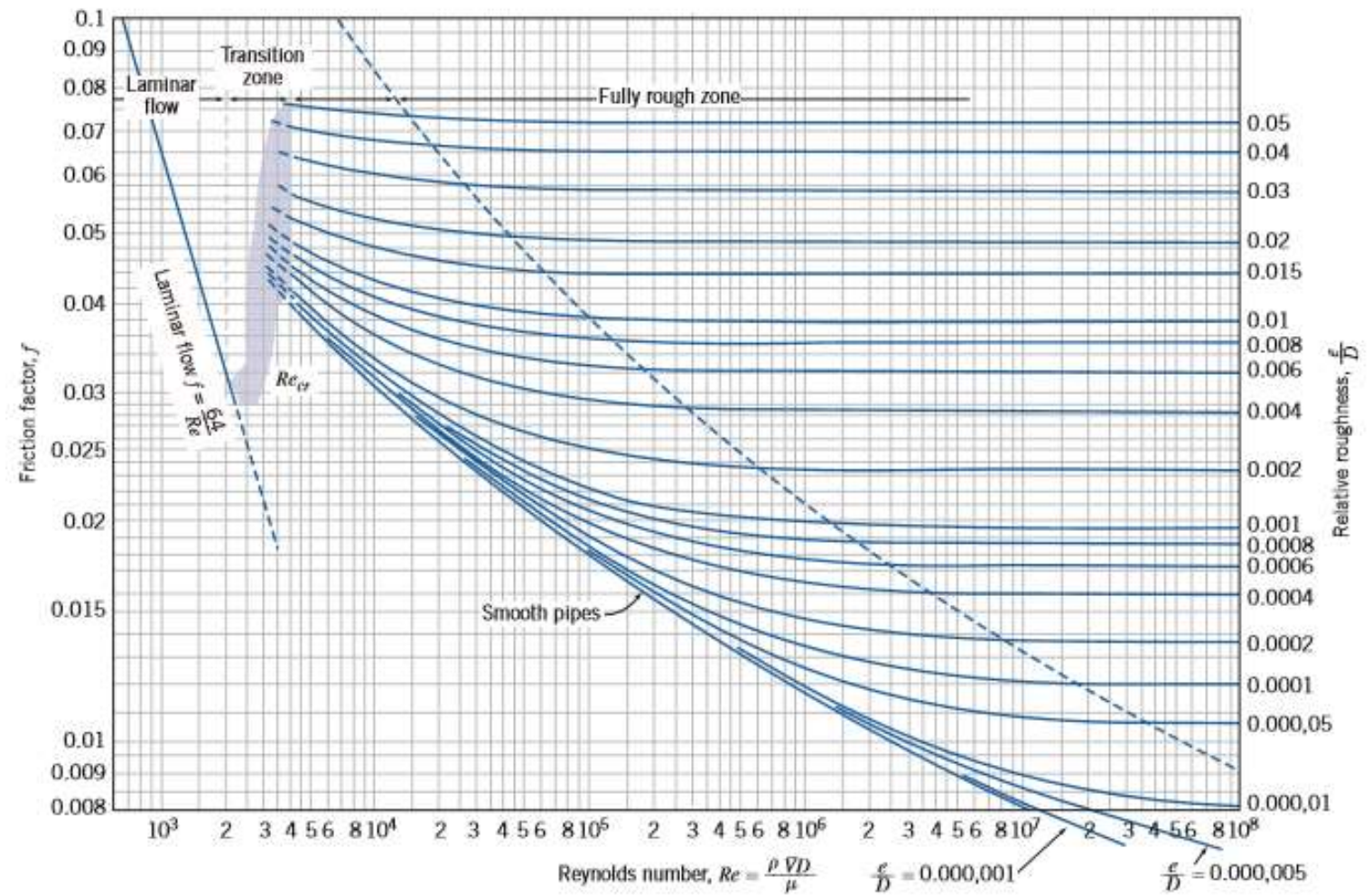
Perdas Distribuídas (h_l)

Escoamento turbulento

Rugosidade (e): depende do material e do processo de fabricação.

Tubo	Rugosidade, e	
	Pés	Milímetros
Aço rebitado	0,003–0,03	0,9–9
Concreto	0,001–0,01	0,3–3
Madeira	0,0006–0,003	0,2–0,9
Ferro fundido	0,00085	0,26
Ferro galvanizado	0,0005	0,15
Ferro fundido asfaltado	0,0004	0,12
Aço comercial ou ferro forjado	0,00015	0,046
Trefilado	0,000005	0,0015

Determinação do fator de atrito, f (Diagrama de Moody)



Determinação do fator de atrito, f (Diagrama de Moody)

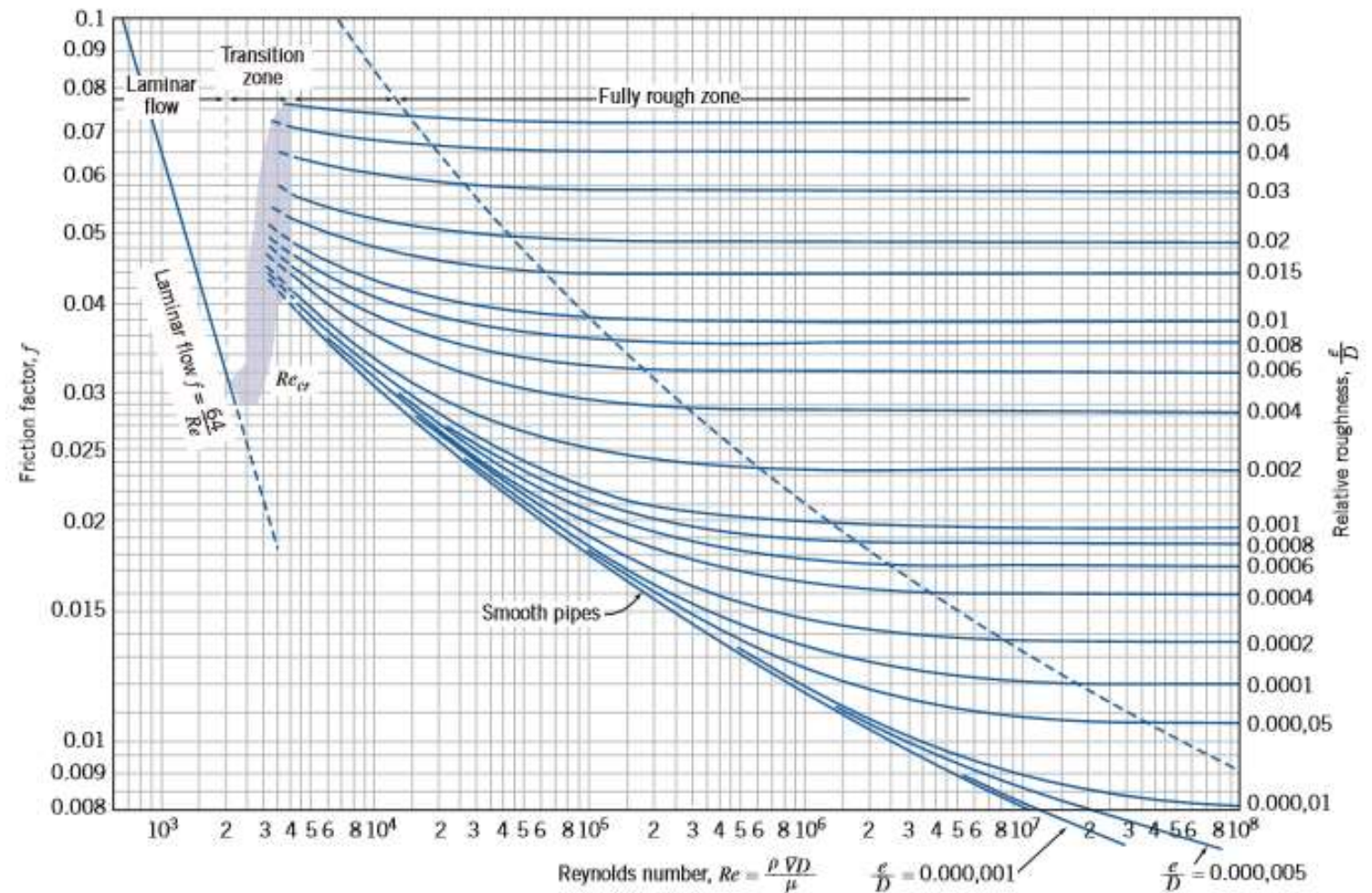
Laminar

$$h_l = \left(\frac{64}{Re} \right) \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2}$$

$$f = \frac{64}{Re}$$

Turbulento

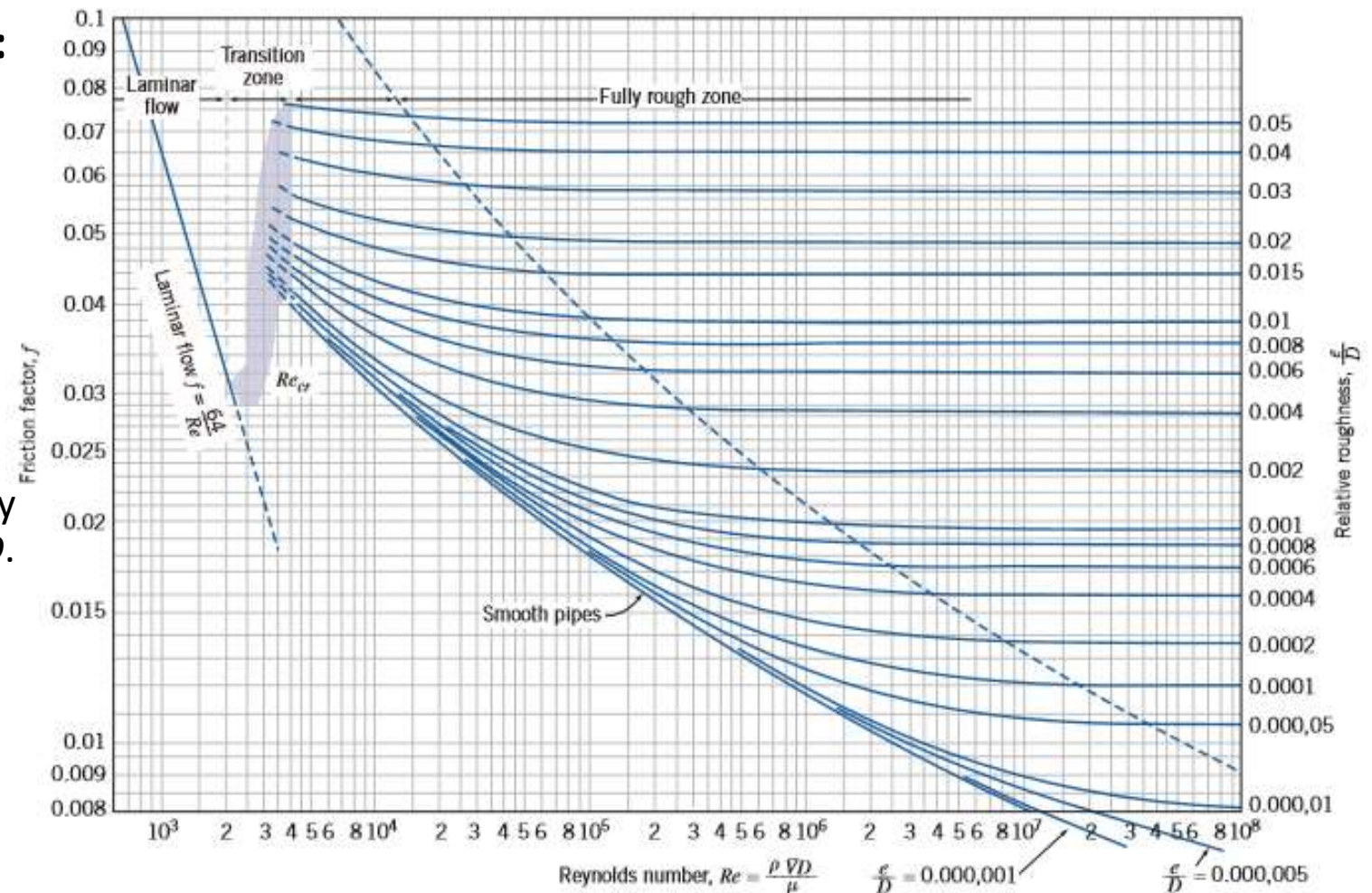
$$h_l = f \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2}$$



Determinação do fator de atrito, f (Diagrama de Moody)

Determinação de h_f :

- i. Calcular Re
- ii. Obter e
- iii. Obter f do diagrama de Moody a partir de Re e e/D .
- iv. Calcular h_f via expressões apresentadas



Perdas Localizadas ($h_{l,m}$)

- Essas perdas são decorrentes da passagem do escoamento por acessórios, curvas e mudanças súbitas de área.
- São relativamente pequenas quando comparadas com as perdas distribuídas em longas tubulações.
- Podem ser expressas como:

$$h_{l,m} = K \frac{\bar{V}^2}{2}$$

coeficiente de perda (experimento)

ou

$$h_{l,m} = f \frac{L_e}{D} \frac{\bar{V}^2}{2}$$

comprimento equivalente

Perdas Localizadas (h_{lm})

- Válvulas, curvas, cotovelos e tê



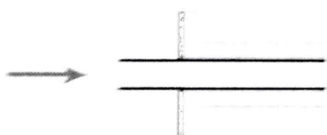

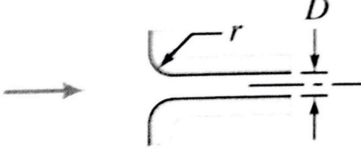
$$h_{l,m} = f \frac{L_e}{D} \frac{\bar{V}^2}{2}$$

Tipo de Acessório	Comprimento Equivalente, ^a L_e/D
Válvulas (completamente abertas)	
Válvula gaveta	8
Válvula globo	340
Válvula angular	150
Válvula de esfera	3
Válvula de retenção: tipo globo	600
: tipo angular	55
Válvula de pé com crivo : disco guiado	420
: disco articulado	75
Cotovelo padrão: 90°	30
: 45°	16
Curva de retorno (180°), configuração curta	50
Tê padrão : escoamento principal	20
: escoamento lateral	60

^a Baseado em $h_{lm} = f \frac{L_e}{D} \frac{\bar{V}^2}{2}$.

Perdas Localizadas ($h_{l,m}$)

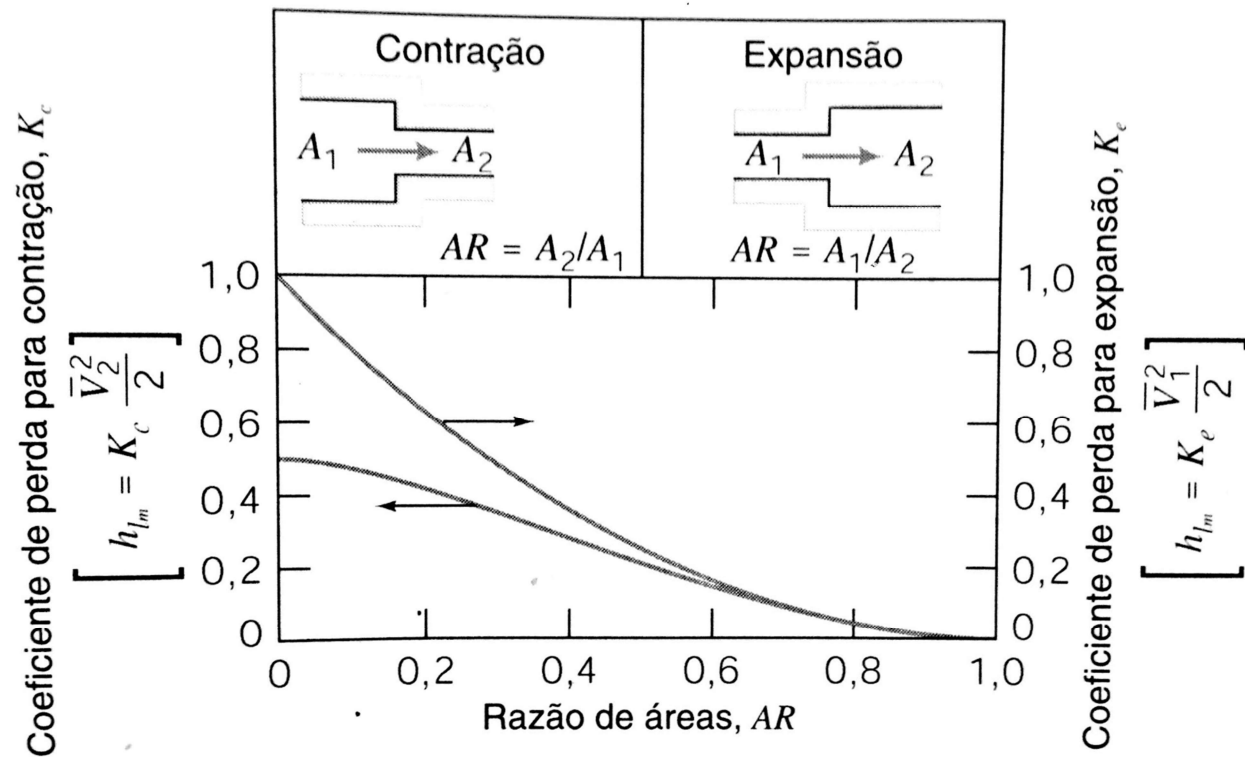
- Entradas

Tipo de Entrada		Coeficiente de Perda Localizada, K^a			
Reentrante		0,78			
Borda viva		0,5			
Arredondado		r/D	0,02	0,06	$\geq 0,15$
		K	0,28	0,15	0,04

$$h_{l,m} = K \frac{\bar{V}^2}{2}$$

Perdas Localizadas (h_{lm})

- Contrações e Expansões



$$h_{l,m} = K \frac{\bar{V}^2}{2}$$

Solução de Problemas

- A equação da energia é utilizada para resolver os problemas de escoamento interno viscoso e incompressível:

$$\left(\frac{p_1}{\rho} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2} + gz_1 \right) - \left(\frac{p_2}{\rho} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \right) = f \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2} + K \frac{\bar{V}^2}{2}$$

Geralmente, os problemas relacionam quatro variáveis: $\Delta p, D, L, Q$

- L, Q e D conhecidos, Δp desconhecido
- $\Delta p, Q$ e D conhecidos, L desconhecido
- $\Delta p, L$ e D conhecidos, Q desconhecido
- $\Delta p, L$ e Q conhecidos, D desconhecido

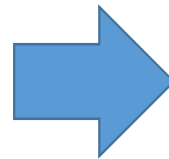
Solução de Problemas

- A equação da energia é utilizada para resolver os problemas de escoamento interno viscoso e incompressível:

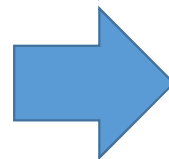
$$\left(\frac{p_1}{\rho} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2} + gz_1 \right) - \left(\frac{p_2}{\rho} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2} + gz_2 \right) = f \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2} + K \frac{\bar{V}^2}{2}$$

Geralmente, os problemas relacionam quatro variáveis: $\Delta p, D, L, Q$

- i.* L, Q e D conhecidos, Δp desconhecido
- ii.* $\Delta p, Q$ e D conhecidos, L desconhecido
- iii.* $\Delta p, L$ e D conhecidos, Q desconhecido
- iv.* $\Delta p, L$ e Q conhecidos, D desconhecido



Solução direta

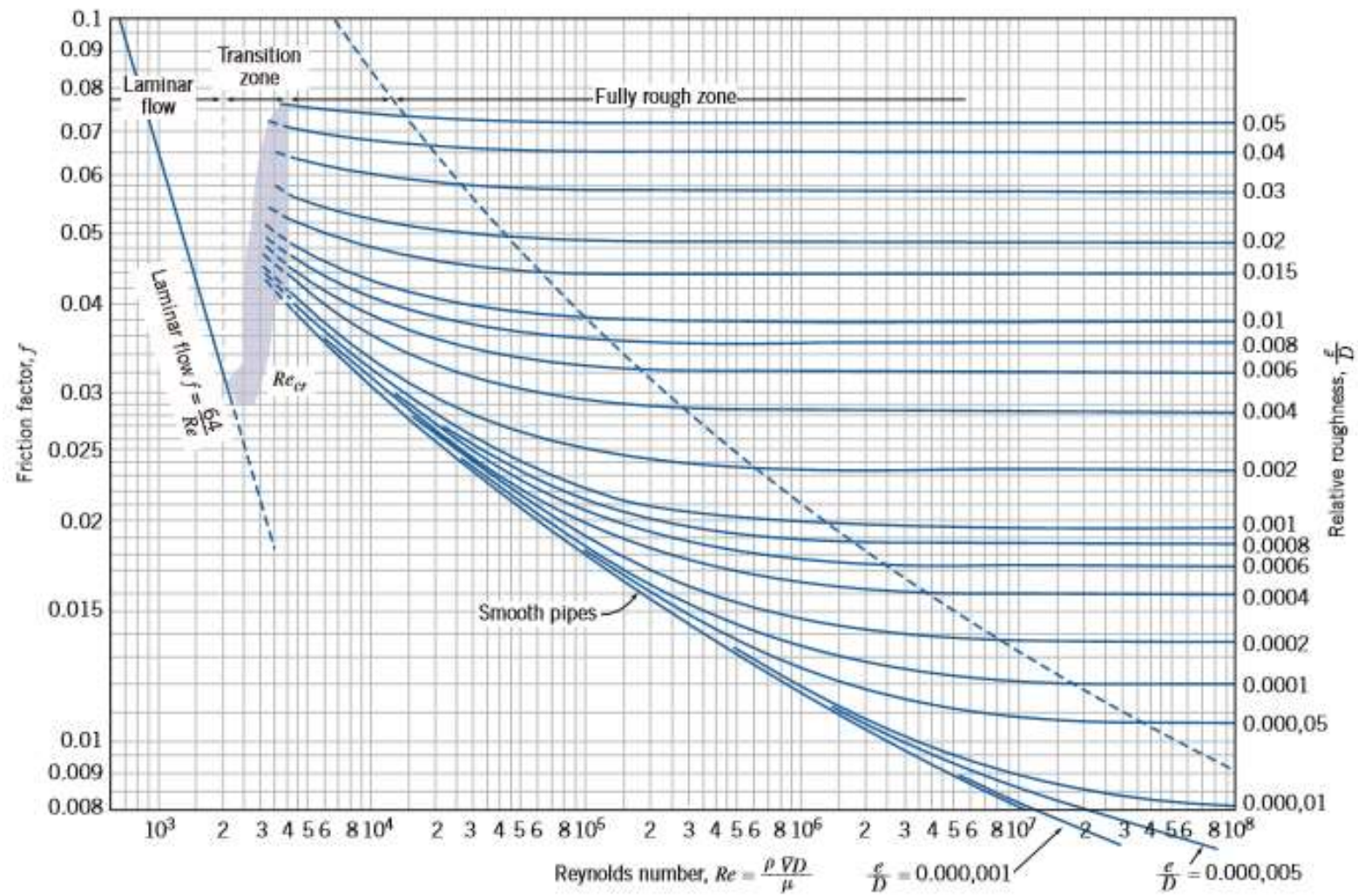


Solução iterativa

Solução de Problemas

Exemplo: O sistema de resfriamento do processador de um computador é composto por uma tubulação de diâmetro $D = 12,7 \text{ mm}$ e comprimento $L = 3 \text{ m}$, por onde escoar água a uma vazão volumétrica de $3,5 \text{ L/min}$. A fim de selecionar a bomba necessária para promover essa vazão, você deve determinar qual é a queda de pressão na tubulação. Assuma que o tubo é de aço comercial e adote $\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ e $\mu_{\text{agua}} = 10^{-3} \text{ Pa.s}$.

Tubo	Rugosidade, <i>e</i>	
	Pés	Milímetros
Aço rebitado	0,003–0,03	0,9–9
Concreto	0,001–0,01	0,3–3
Madeira	0,0006–0,003	0,2–0,9
Ferro fundido	0,00085	0,26
Ferro galvanizado	0,0005	0,15
Ferro fundido asfaltado	0,0004	0,12
Aço comercial ou ferro forjado	0,00015	0,046
Trefilado	0,000005	0,0015



Standard Sizes for Carbon Steel, Alloy Steel, and Stainless Steel Pipe

Nominal Pipe Size (in.)	Inside Diameter (in.)	Nominal Pipe Size (in.)	Inside Diameter (in.)
$\frac{1}{8}$	0.269	$2\frac{1}{2}$	2.469
$\frac{1}{4}$	0.364	3	3.068
$\frac{3}{8}$	0.493	4	4.026
$\frac{1}{2}$	0.622	5	5.047
$\frac{3}{4}$	0.824	6	6.065
1	1.049	8	7.981
$1\frac{1}{2}$	1.610	10	10.020
2	2.067	12	12.000

Solução de Problemas

Exemplo: Selecione uma tubulação para o sistema de resfriamento do processador de um computador, sabendo que o comprimento da tubulação deve ser de $L = 3 \text{ m}$, a vazão volumétrica de água, de $3,5 \text{ L/min}$ e a diferença de pressão a ser promovida pela bomba, de 1000 Pa . Assuma que o tubo é de aço comercial e adote $\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ e $\mu_{\text{agua}} = 10^{-3} \text{ Pa.s}$.