Conservação da Quantidade de Movimento Linear

A 2ª Lei de Newton para um sistema que se move em relação a um sistema de coordenadas inercial é dada por:

$$\vec{F} = \left.\frac{d\vec{P}}{dt}\right)_{\text{system}} \qquad \vec{P}_{\text{system}} = \int_{M(\text{system})} \vec{V}\, dm = \int_{\forall(\text{system})} \vec{V}\, \rho\, d\forall$$

Inspecionando o TTR, percebemos que:

$$\left.\frac{dN}{dt}\right)_{\text{system}} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\text{CV}} \eta\, \rho\, d\forall + \int_{\text{CS}} \eta\, \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$$

$$N = \vec{P} \qquad \eta = \vec{V}$$

Portanto:

$$\left.\frac{d\vec{P}}{dt}\right)_{\text{system}} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\text{CV}} \vec{V}\, \rho\, d\forall + \int_{\text{CS}} \vec{V} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$$

Conservação da Quantidade de Movimento Linear

Sabendo que F é a força resultante que atua sobre o sistema, a qual é dada pela combinação das forças de corpo e de superfície, e que a força sobre o sistema equivale à força sobre o ∀C, podemos reescrever a equação:

$$\vec{F} = \vec{F}_S + \vec{F}_B = \frac{\partial}{\partial t}\int_{CV} \vec{V}\,\rho d\forall + \int_{CS} \vec{V}\,\rho\vec{V}\cdot d\vec{A}$$

Conservação da Quantidade de Movimento Linear

Sabendo que F é a força resultante que atua <u>sobre</u> o sistema, a qual é dada pela combinação das forças de corpo e de superfície, e que a força sobre o sistema equivale à força <u>sobre o ∀C</u>, podemos reescrever a equação:

$$\vec{F} = \vec{F}_S + \vec{F}_B = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\mathrm{CV}} \vec{V}\,\rho d\forall + \int_{\mathrm{CS}} \vec{V}\,\rho\vec{V}\cdot d\vec{A}$$

atrito
pressão

gravidade

Conservação da Quantidade de Movimento Linear

Sabendo que F é a força resultante que atua sobre o sistema, a qual é dada pela combinação das forças de corpo e de superfície, e que a força sobre o sistema equivale à força sobre o ∀C, podemos reescrever a equação:

$$\vec{F} = \vec{F}_S + \vec{F}_B = \frac{\partial}{\partial t}\int_{\mathrm{CV}} \vec{V}\,\rho d\forall + \int_{\mathrm{CS}} \vec{V}\,\rho \vec{V}\cdot d\vec{A}$$

atrito
pressão

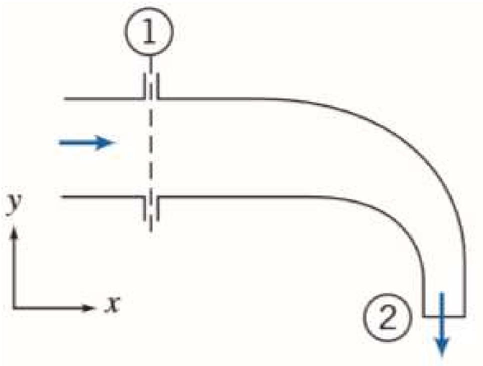
gravidade

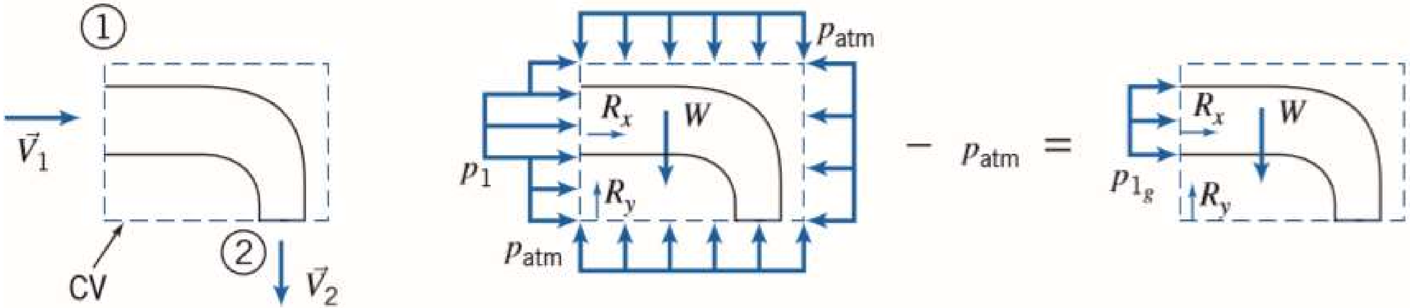
Interpretação física: A soma de todas as forças que atuam sobre um ∀C não submetido à aceleração, corresponde à soma da taxa de variação da quantidade de movimento no interior do ∀C com o fluxo líquido de quantidade de movimento através das fronteiras do ∀C.

Conservação da Quantidade de Movimento Linear

Aspectos importantes na aplicação da equação:

- Esboçar o ∀C, observando suas fronteiras e designar os sentidos apropriados do sistema de coordenadas

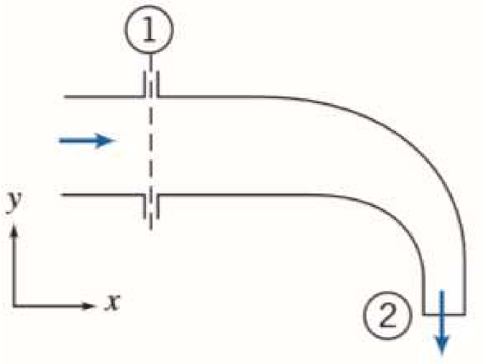


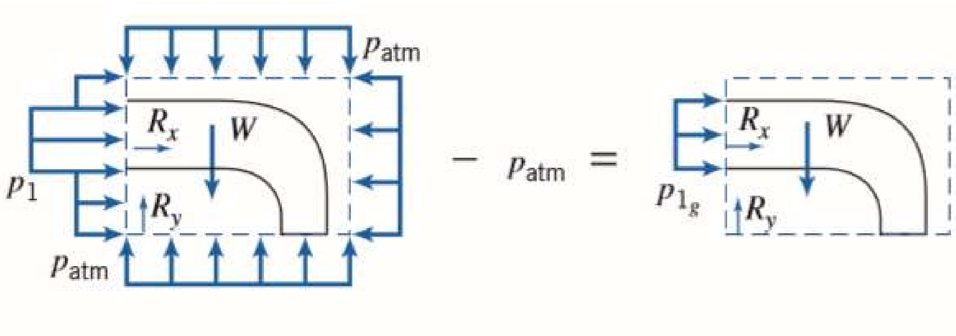


Conservação da Quantidade de Movimento Linear

Aspectos importantes na aplicação da equação:

- Esboçar o ∀C, observando suas fronteiras e designar os sentidos apropriados do sistema de coordenadas

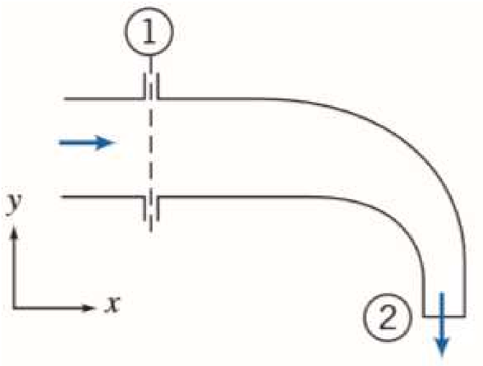


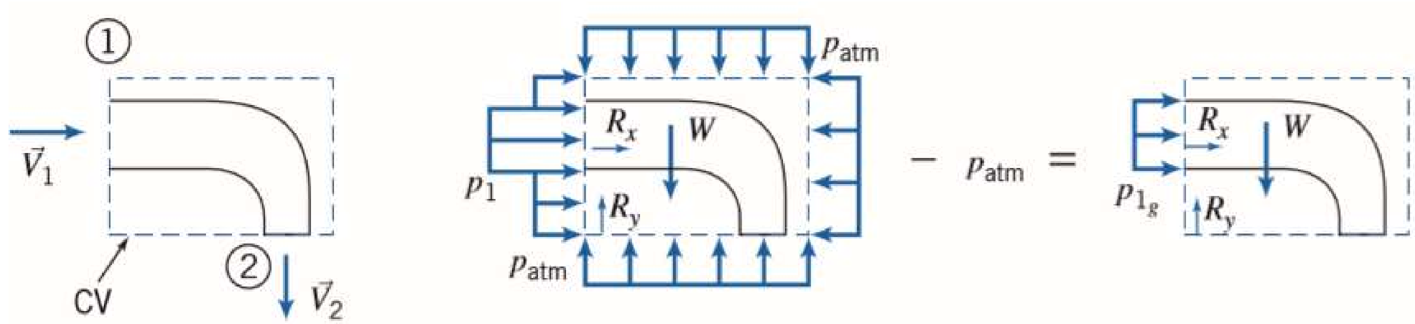


Conservação da Quantidade de Movimento Linear

Aspectos importantes na aplicação da equação:

- Esboçar o ∀C, observando suas fronteiras e designar os sentidos apropriados do sistema de coordenadas





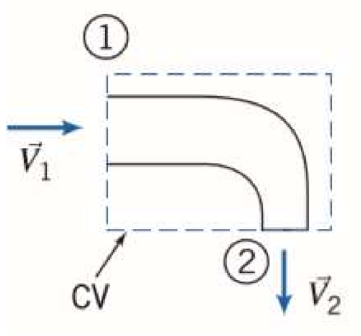
- Note que as forças de superfície serão $F_S = \int p dA$ e as forças de corpo serão $F_B = \int B \rho d\forall$

Força de corpo por unidade de massa (B = g, para gravidade)

Conservação da Quantidade de Movimento Linear

Aspectos importantes na aplicação da equação:

- As velocidades são medidas em relação ao ∀C.



- O fluxo de quantidade de movimento $\vec{V}\rho\vec{V}\cdot d\vec{A}$ é um vetor.

- O sinal do produto escalar $\rho\vec{V}\cdot d\vec{A}$ depende do sentido de $\vec{V}$ em relação a $d\vec{A}$. O sinal das componentes de $\vec{V}$ depende do sistema de coordenadas escolhido.

Conservação da Quantidade de Movimento Linear

Aspectos importantes na aplicação da equação:

- A equação da conservação da quantidade de movimento pode ser escrita na forma de suas componentes escalares. Para um sistema de coordenadas cartesiano:

$$\vec{F} = \vec{F}_S + \vec{F}_B = \frac{\partial}{\partial t}\int_{CV} \vec{V}\,\rho d\forall + \int_{CS} \vec{V}\,\rho \vec{V}\cdot d\vec{A}$$

$$F_x = F_{S_x} + F_{B_x} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{CV} u\,\rho\, d\forall + \int_{CS} u\,\rho \vec{V}\cdot d\vec{A}$$

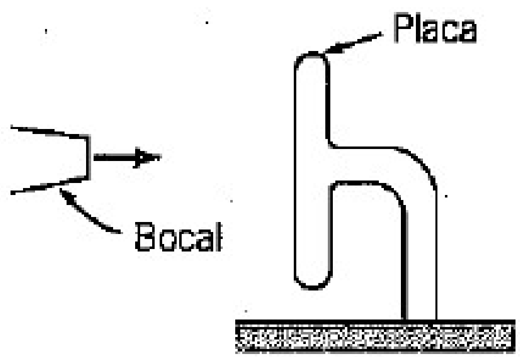
$$F_y = F_{S_y} + F_{B_y} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{CV} v\,\rho\, d\forall + \int_{CS} v\,\rho \vec{V}\cdot d\vec{A}$$

$$F_z = F_{S_z} + F_{B_z} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{CV} w\,\rho\, d\forall + \int_{CS} w\,\rho \vec{V}\cdot d\vec{A}$$

- Os sentidos positivos das componentes u, v, w e de Fx, Fy e Fz, são estabelecidos conforme o sistema de coordenadas adotado.

Conservação da Quantidade de Movimento Linear

Exemplo: Água sai de um bocal estacionário e atinge uma placa plana, conforme mostrado. A água deixa o bocal a 15 m/s; a área do bocal é 0,01 m². Admitindo que a água é dirigida normal à placa e que escoa totalmente ao longo da placa, determine a força horizontal sobre o suporte.



Conservação da Quantidade de Movimento Linear

Exemplo: Água escoa em regime permanente através de um cotovelo de 180°, conforme mostrado. Na entrada do cotovelo, a pressão manométrica é 96 kPa. A água é descarregada para a atmosfera. Admita que as propriedades são uniformes nas seções de entrada e de saída; $A1 = 2600\ mm^2$, $A2 = 650\ mm^2$ e $V1 = 3{,}05\ m/s$. Determine a componente horizontal da força necessária para manter o cotovelo no lugar.