Universidade Estadual Paulista-"Júlio de Mesquita Filho"
Departamento de Matemática-FEIS-UNESP
$1^{\underline{o}}$ **Trabalho Geometria Analítica e Álgebra Linear** $1^{\underline{o}}$ **Semestre - 2017**
Prof. Edson Donizete de Carvalho

Nome: **RA**:

Neste trabalho, fixaremos o sistema de cordenadas ortonormal $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ no espaço.

1) Sejam r e s retas no espaço e u_r e u_s vetores diretores de r e s, respectivamente. A medida agular entre r e s é dada por $\theta = ang(u_r, u_s)$ onde $\theta \in [0, \pi/2]$. Dadas as retas abaixo no espaço:

$$r : X = (1, 0, 0) + \lambda(1, 2, 1)|\lambda \in \mathbb{R},$$

$$s : X = (1, 0, 0) + \mu(0, 1, 1)|\mu \in \mathbb{R}.$$

(i) Calcule o produto escalar entre u_r e u_s. (1,0 ponto)

(ii) Calcule o produto vetorial entre u_r e u_s. (1,0 ponto)

(iii) Calcule o ângulo entre as retas r e s. (1,0 ponto)

(iv) Determine a equação vetorial ou paramétrica do plano π determinado pelas retas r e s.(1,5 pontos)

(v) Note pela figura acima que $\overrightarrow{OC}//\overrightarrow{u_s}$ e que $\overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{u_s}$. Logo, existe um escalar λ tal que $\overrightarrow{OC} = \lambda\overrightarrow{u_s}$ e $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{u_s} = 0$. Mostre que $\lambda = \frac{\overrightarrow{u_r}.\overrightarrow{u_s}}{\|\overrightarrow{u_s}\|^2}$. Na literatura, o vetor $\overrightarrow{OC}$ é chamado de projeção ortogonal de $\overrightarrow{u_r}$ na direção de $\overrightarrow{u_s}$ e denotado por $proj_{\overrightarrow{u_s}}^{\overrightarrow{u_r}} = (\frac{\overrightarrow{u_r}.\overrightarrow{u_s}}{\|\overrightarrow{u_s}\|^2})\overrightarrow{u_s}$. (1,5 pontos)

(vi) Nestes termos, determine a projeção ortogonal de $\overrightarrow{u_r}$ na direção de $\overrightarrow{u_s}$. (1,0 ponto)

2) Consideremos um plano π no espaço. Chamamos de vetor normal $\vec{n} = (a, b, c)$ a π a qualquer vetor não nulo ortogonal a π. Dado um ponto $A = (x_0, y_0, z_0) \in \pi$ e um ponto $X = (x, y, z)$ no espaço, temos que $X \in \pi \Leftrightarrow \overrightarrow{AX} \perp \vec{n}$, ou que equivale a $X \in \pi \Leftrightarrow (x - x_0)a + (y - y_0)b + (z - z_0)c = 0$, chamando $d = -ax_0 - by_0 - cz_0$. Ou seja, $X \in \pi \Leftrightarrow ax + by + cz + d = 0$ (Equação geral do plano).

Utilize o fato de que se $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são vetores diretores do plano π então $\vec{n}//\vec{u} \wedge \vec{v}$ para se obter a equação geral do plano π referente ao Exercício 1.(3,0 pontos)

Bom Trabalho!!