

Lista 15, Capítulo 10 - Geometria Analítica e Álgebra Linear

Profa. Roseli

1. Verifique se as retas **r** e **s** são ortogonais; em caso afirmativo, se são também perpendiculares.

(a) $r: X = (1, 2, 3) + \lambda(1, 2, 1)$ $s: X = (2, 4, 4) + \lambda(-1, 1, -1)$

(b) $r: X = (0, 1, 0) + \lambda(3, 1, 4)$ $s: X = (-1, 1, 0) + \lambda(1, 0, 1)$

(c) $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z}{7}$ $s: X = (1, 3, 0) + \lambda(0, -7, 5)$

(d) $r: x + 3 = y = \frac{z}{3}$ $s: \frac{x-4}{2} = \frac{4-y}{-1} = -z$

(e) $r: \begin{cases} x = 2 + 3\lambda \\ y = -5 - 2\lambda \\ z = 1 - \lambda \end{cases}$ $s: \frac{x-4}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+4}{-5}$

2. Ache equações na forma simétrica (quando existir) da reta **t** perpendicular comum às retas reversas

(a) $r: \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = \lambda \\ z = -1 + \lambda \end{cases}$ e $s: \begin{cases} x + y = 2 \\ z = 0 \end{cases}$

(b) $r: x = y - 1 = z + 3$ e $s: 2x - y = y + z = 2x - z - 1$

3. Verifique se **r** é perpendicular a Π nos casos

(a) $r: X = (3, 1, 4) + \lambda(1, -1, 1)$ $\Pi: X = (1, 1, 1) + \lambda(0, 1, 0) + \mu(1, 1, 1)$

(b) $r: X = (3, 1, 4) + \lambda(-1, 0, 1)$ $\Pi: X = (1, 1, 1) + \lambda(0, 2, 0) + \mu(1, 1, 1)$

(c) $r: \begin{cases} x = 1 + 3\lambda \\ y = 1 - 3\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$ $\Pi: 6x - 6y + 2z - 1 = 0$

(d) $r: \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}$ $\Pi: x - y + z = 1$

(e) $r: \begin{cases} x - y - z = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$ $\Pi: 2x - 2y + 4z = 1$

4. Ache equações paramétricas da reta \mathbf{r} que passa por P e é perpendicular ao plano Π nos casos:

(a) $P = (1, -1, 0)$ $\Pi: X = (1, -1, 1) + \lambda(1, 0, 1) + \mu(1, 1, 1)$

(b) $P = (1, 3, 7)$ $\Pi: 2x - y + z = 6$

5. Ache uma equação geral do plano Π que passa por P e é perpendicular à reta \mathbf{r} nos seguintes casos:

(a) $P = (0, 1, -1)$ $\mathbf{r}: X = (0, 0, 0) + \lambda(1, -1, 1)$

(b) $P = (1, 1, -1)$ $\mathbf{r}: \begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 2x - 3y + z - 1 = 0 \end{cases}$

(c) $P = (0, 0, 0)$ \mathbf{r} passa por $A = (1, -1, 1)$ e $B = (-1, 1, -1)$

6. Ache o ponto Q, simétrico do ponto P em relação à reta \mathbf{r} nos seguintes casos:

(a) $P = (0, 2, 1)$ $\mathbf{r}: X = (1, 0, 0) + \lambda(0, 1, -1)$

(b) $P = (1, 1, -1)$ $\mathbf{r}: \frac{x+2}{3} = y = z$

(c) $P = (0, 0, -1)$ $\mathbf{r}: \begin{cases} x - y - z = 0 \\ 2x + 3y - 1 = 0 \end{cases}$

7. Ache o ponto Q, simétrico do ponto P em relação ao plano Π nos seguintes casos:

(a) $P = (1, 4, 2)$ $\Pi: x - y + z - 2 = 0$

(b) $P = (1, 1, 1)$ $\Pi: 4y - 2z + 3 = 0$

8. Determine a projeção ortogonal

(a) do ponto $P = (4, 0, 1)$ sobre o plano $\Pi: 3x - 4y + 2 = 0$

(b) da reta $\mathbf{r}: x + 1 = y + 2 = 3z - 3$ sobre o plano $\Pi: x - y + 2z = 0$

9. Dados os planos $\Pi_1: x - y + z + 1 = 0$ e $\Pi_2: x + y - z - 1 = 0$, determine o plano Π que contém $\Pi_1 \cap \Pi_2$ e é ortogonal ao vetor $(1, 1, -1)$.

10. Ache o vértice B do triângulo retângulo ABC sabendo que

- ◇ $A = (1, 1, 1)$ e a cota de C é maior do que a de A;
- ◇ a hipotenusa AC mede $\sqrt{3}$ uc e é ortogonal ao plano $x + y - z - 10 = 0$;
- ◇ o lado AB é ortogonal ao plano $2x - y - z = 0$.

11. Verifique se os planos dados são perpendiculares nos casos:

- (a) $\Pi_1: X = (1, -3, 4) + \lambda(1, 0, 3) + \mu(0, 1, 3)$ $\Pi_2: X = (0, 0, 0) + \lambda(1, 1, 6) + \mu(1, -1, 0)$
(b) $\Pi_1: X = (1, 1, 1) + \lambda(-1, 0, -1) + \mu(4, 1, 1)$ $\Pi_2: X = (3, 1, 1) + \lambda(1, -3, -1) + \mu(3, 1, 0)$
(c) $\Pi_1: X = (4, 3, 1) + \lambda(-1, 0, -1) + \mu(3, 1, 0)$ $\Pi_2: y - 3z = 0$
(d) $\Pi_1: x + y - z - 2 = 0$ $\Pi_2: 4x - 2y + 2z = 0$

12. Ache uma equação geral do plano Π que passa por $P = (2, 1, 0)$ e é perpendicular aos planos $\Pi_1: x + 2y - 3z + 4 = 0$ e $\Pi_2: 8x - 4y + 16z - 1 = 0$.

13. Dados os planos $\Pi_1: x - y + z + 1 = 0$, $\Pi_2: x + y - z - 1 = 0$ e $\Pi_3: x + y + 2z - 2 = 0$, ache uma equação do plano Π que contém $\Pi_1 \cap \Pi_2$ e é perpendicular a Π_3 .

RESPOSTAS

1. (a) sim (b) não (c) sim (d) sim (e) não

2. (a) $t : \frac{x-2}{1} = \frac{y-0}{1} = \frac{z-0}{-2}$

(b) $t : X = (\frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}) + \lambda (0, 1, -1), \quad \lambda \in \mathbb{R}$

3. (a) não (b) sim (c) sim (d) não (e) sim

4. (a) $r : \begin{matrix} x = 1 - \lambda \\ y = -1 \\ z = \lambda \end{matrix}, \quad \lambda \in \mathbb{R}$

(b) $r : \begin{matrix} x = 1 + 2\lambda \\ y = 3 - \lambda \\ z = 7 + \lambda \end{matrix}, \quad \lambda \in \mathbb{R}$

5. (a) $\Pi : x - y + z + 2 = 0$

(b) $\Pi : x + y + z - 2 = 0$

(c) $\Pi : x - y + z = 0$

6. (a) $Q = (2, -1, -2)$ (b) $Q = (-\frac{1}{11}, \frac{7}{11}, \frac{29}{11})$ (c) $Q = (-\frac{8}{19}, \frac{18}{19}, -\frac{7}{19})$

7. (a) $Q = (3, 2, 4)$ (b) $Q = (1, -1, 2)$

8. (a) $(\frac{58}{25}, \frac{56}{25}, 1)$

(b) $X = (-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, 0) + \lambda (8, 10, 1)$

9. $\Pi : x + y - z - 1 = 0$

10. $B = (\frac{1}{3}, \frac{4}{3}, \frac{4}{3})$

11. (a) não (b) sim (c) sim (d) sim

12. $\Pi : x - 2y - z = 0$

13. $x + y - z - 1 = 0$