

Lista 17, Capítulo 12 - Geometria Analítica e Álgebra Linear

Profa. Roseli

Considere fixado um sistema ortogonal de coordenadas cartesianas.

1. Calcule a distância entre os pontos P e Q nos casos

(a) $P = (0, -1, 0)$ $Q = (-1, 1, 0)$

(b) $P = (-1, -3, 4)$ $Q = (1, 2, -8)$

2. Calcule a distância do ponto P à reta r nos casos

(a) $P = (0, -1, 0)$ $r: \begin{matrix} x = 2z - 1 \\ y = z + 1 \end{matrix}$

(b) $P = (1, 0, 1)$ $r: X = (0, 0, 0) + \lambda(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3})$

(c) $P = (1, -1, 4)$ $r: \frac{x-2}{4} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{-2}$

(d) $P = (-2, 0, 1)$ $r: \begin{matrix} x = 3\lambda + 1 \\ y = 2\lambda - 2 \\ z = \lambda \end{matrix}$

3. Calcule a distância entre as retas paralelas dadas

(a) $r: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{\frac{1}{2}} = z$ $s: X = (0, 0, 2) + \lambda(-2, \frac{1}{2}, 1)$

(b) $r: x = \frac{y-3}{2} = z - 2$ $s: x - 3 = \frac{y+1}{2} = z - 2$

4. Calcule a distância do ponto P ao plano Π nos casos

(a) $P = (0, 0, -6)$ $\Pi: x - 2y - 2z - 6 = 0$

(b) $P = (1, 1, \frac{15}{6})$ $\Pi: 4x - 6y + 12z + 21 = 0$

(c) $P = (9, 2, -2)$ $\Pi: X = (0, -5, 0) + \lambda(0, \frac{5}{12}, 1) + \mu(1, 0, 0)$

(d) $P = (0, 0, 0)$ $\Pi: 2x - y + 2z - 3 = 0$

5. Calcule a distância entre os planos paralelos:

(a) $\Pi_1: 2x - y + 2z + 9 = 0$

$\Pi_2: 4x - 2y + 4z - 21 = 0$

(b) $\Pi_1: \begin{cases} x = 2 - \lambda - \mu \\ y = \mu \\ z = \lambda \end{cases}$

$\Pi_2: x + y + z = \frac{5}{2}$

(c) $\Pi_1: x + y + z = 0$

$\Pi_2: x + y + z + 2 = 0$

6. Calcule a distância entre as retas

(a) $r: \begin{cases} x = z - 1 \\ y = 3z - 2 \end{cases}$

$s: \begin{cases} 3x - 2z + 3 = 0 \\ y - z - 2 = 0 \end{cases}$

(b) $r: \frac{x+4}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z+5}{-2}$

$s: \begin{cases} x = 21 + 6\lambda \\ y = -5 - 4\lambda \\ z = 2 - \lambda \end{cases}$

(c) $r: \begin{cases} x = 2 - \lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = -\lambda \end{cases}$

$s: \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y - 1 = 0 \end{cases}$

7. Ache os pontos de $r: \begin{cases} x + y = 2 \\ x = y + z \end{cases}$ que distam 3 uc do ponto $A = (0, 2, 1)$.

8. Ache os pontos de $r: x - 1 = 2y = z$ que equidistam dos pontos $A = (1, 1, 0)$ e $B = (0, 1, 1)$.

9. Ache os pontos de $r: \begin{cases} x + y = 2 \\ x = y + z \end{cases}$ que distam $\frac{14}{3}$ de $s: x = y = z + 1$.

10. Ache os pontos de $r: x - 1 = 2y = z$ que equidistam das retas $s: \begin{cases} x = 2 \\ z = 0 \end{cases}$ e $t: x = y = 0$.

11. Obtenha uma equação vetorial da reta r paralela a $s: \begin{cases} 2x - z = 3 \\ y = 2 \end{cases}$, concorrente com

a reta $t: X = (-1, 1, 1) + \lambda(0, -1, 2)$ e que dista 1 uc do ponto $P = (1, 2, 1)$.

12. Um quadrado ABCD tem a diagonal BD contida na reta $r: \begin{cases} x = 1 \\ y = z \end{cases}$. Sabendo que $A = (0, 0, 0)$, determine os vértices B, C e D.

13. Ache os pontos da reta $r: \begin{cases} x + y = 2 \\ x = y + z \end{cases}$ que distam $\sqrt{6}$ uc de $\Pi: x - 2y - z = 1$.

14. Ache os pontos da reta $r: x - 1 = 2y = z$ que equidistam dos planos
 $\Pi_1: 2x - 3y - 4z - 3 = 0$ e $\Pi_2: 4x - 3y - 2z + 3 = 0$.
15. Dê uma equação geral do plano Π que contém a reta $r: X = (1, 0, 1) + \lambda(1, 1, -1)$ e
dista $\sqrt{2}$ uc do ponto $P = (1, 1, -1)$.
16. Dê uma equação geral do plano Π que passa pelos pontos $P = (1, 1, -1)$ e $Q = (2, 1, 1)$ e
que dista 1 uc da reta $r: X = (1, 0, 2) + \lambda(1, 0, 2)$.
17. Dê uma equação geral do plano Π que passa pelos pontos $A = (1, 1, 1)$ e $B = (0, 2, 1)$ e
equidista dos pontos $C = (2, 3, 0)$ e $D = (0, 1, 2)$.

RESPOSTAS

1. (a) $\sqrt{5}$ u.c. (b) $\sqrt{173}$ u.c.
2. (a) $\sqrt{5}$ u.c. (b) $\frac{\sqrt{34}}{7}$ u.c. (c) $\sqrt[3]{\frac{270}{29}}$ u.c. (d) $\sqrt[3]{\frac{90}{7}}$ u.c.
3. (a) $\sqrt[3]{\frac{41}{21}}$ u.c. (b) $5\sqrt[3]{\frac{5}{6}}$ u.c.
4. (a) 2 u.c. (b) $\frac{51}{14}$ u.c. (c) $\frac{94}{13}$ u.c. (d) 1 u.c.
5. $\frac{1}{2}$ u.c. (b) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ u.c. (c) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ u.c.
6. (a) $\frac{2\sqrt{46}}{23}$ u.c. (b) 13 u.c. (c) $\frac{7\sqrt{26}}{26}$ u.c.
7. $P = (2, 0, 2)$ ou $Q = (0, 2, -2)$
8. $P = (-1, -1, -1)$
9. $P = (2, 0, 2)$ ou $Q = (0, 2, -2)$
10. $P = (1, 0, 0)$ ou $Q = (\frac{19}{3}, \frac{8}{3}, \frac{16}{3})$
11. $r : X = (-1, 3, -3) + \lambda(1, 0, 2), \lambda \in \mathbb{R}$ ou $r : X = (-1, \frac{17}{9}, -\frac{7}{9}) + \lambda(1, 0, 2) \lambda \in \mathbb{R}$
12. $(1, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}), (1, \frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}), (2, 0, 0)$
13. $P = (-3, 5, -8)$ e $Q = (9, -7, 16)$
14. $P = (3, 1, 2)$ ou $Q = (-1, -1, -2)$
15. $\Pi : x + z - 2 = 0$
16. $\Pi : y - 1 = 0$ ou $\Pi : 6x - 2y - 3z - 7 = 0$
17. $\Pi : z - 1 = 0$ ou $\Pi : x + y + 2z - 4 = 0$