

Geometria Analítica e Álgebra Linear

Lista de Exercícios 4 de Álgebra Linear

Autovetores e autovalores

1. Determine os autovalores e autovetores dos operadores lineares:

(a) $T(x, y) = (x + y, x - y)$;

(b) $T(1, 0) = (0, -1)$ e $T(0, 1) = (1, 0)$;

(c) $T(1, 0, 0) = (2, 0, 0)$, $T(0, 1, 0) = (2, 1, 2)$ e $T(0, 0, 1) = (3, 2, 1)$;

(d) $T(1, 0, 0) = (0, 0, 0)$, $T(0, 1, 0) = (0, 0, 0)$ e $T(0, 0, 1) = (5, -1, 2)$.

2. Determine o polinômio característico, autovalores e autovetores das matrizes:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

3. Determine o polinômio característico, ache os autovalores e exiba uma base de autovetores para

a matriz $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Determinar em cada caso, se possível, uma matriz invertível M tal que $M^{-1} A M$ seja diagonal:

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 13 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 3 & -4 & 12 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 & 9 \\ 2 & 1 & 6 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

5. Para cada uma das matrizes a seguir, determine o polinômio característico e os autovalores:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 7 & -6 \\ -1 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Diagonalização

6. Estude a possibilidade de diagonalização de cada uma das matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -4 & -2 & -2 \\ -4 & -1 & -2 & -2 \\ 2 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

7. Determine uma matriz diagonal semelhante à matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -6 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$

Dezembro/2016