

**Universidade Estadual Paulista-”Júlio de Mesquita Filho”**  
**Departamento de Matemática-FEIS-UNESP**  
**2<sup>o</sup> Trabalho de Geometria Analítica e Álgebra Linear 2<sup>o</sup> Semestre - 2017**  
**Prof. Edson Donizete de Carvalho**

Nome:

RA:

- 1) No primeiro trabalho, pedimos para mostrar que o conjunto  $\beta = \{e_1, e_2, e_3\}$  é (LI) em  $\mathbb{R}^3$  se, e somente se, o conjunto  $\alpha = \{f_1, f_2, f_3\}$  é (LI) em  $\mathbb{R}^3$  onde

$$\begin{cases} f_1 = e_1 - e_2 \\ f_2 = e_3 \\ f_3 = e_2 + e_3 \end{cases}$$

Agora, considere  $\beta = \{e_1, e_2, e_3\}$  e  $\alpha = \{f_1, f_2, f_3\}$  bases de  $\mathbb{R}^3$ , onde  $e_1, e_2, e_3$  denotam os vetores da base canônica.

- (a) Determine a matriz mudança de base  $A = [T]_{\beta}^{\alpha}$ . (1,0 ponto)

- (b) Se  $[v]_{\beta} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ . Então, determine  $[v]_{\alpha}$ . (0, 5 pontos)

- (c) Determine a matriz mudança de base  $A = [T]_{\alpha}^{\beta}$ . (1,0 ponto)

- (d) Se  $[v]_{\alpha} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ . Então, determine  $[v]_{\beta}$ . (0, 5 pontos)

- (e) Mostre que Determine a  $A^{-1} = B$ . (1,0 ponto)

- (f) Determine uma expressão algébrica para a transformação linear  $T_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T_A(v) = Av$ . (1,0 ponto)

- (g) Determine uma expressão algébrica para a transformação linear  $T_B : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $T_B(v) = Bv$ . (1,0 ponto)

- (h) Seja  $T_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  e  $T_B : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  as transformações lineares dos itens anteriores. Mostre que  $T_A \circ T_B : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  é transformação linear identidade, isto é,  $T_A \circ T_B(x, y, z) = (x, y, z), \forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ . (1,0 ponto)

- (i) Mostre que a matriz associada a transformação linear  $T_A \circ T_B : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  é matriz identidade. (1,0 ponto)

- (j) Mostre que o conjunto  $V_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; T_A(x, y, z) = (x, y, z)\}$  é um subespaço vetorial de  $\mathbb{R}^3$ . (1,0 ponto)

- (l) Mostre que o conjunto  $V_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; T_A(x, y, z) = -(x, y, z)\}$  é um subespaço vetorial de  $\mathbb{R}^3$ . (1,0 ponto)

**Bom Trabalho!!**