

Wyznaczanie prędkości dźwięku

Natalia Bednarek

2022

Doświadczenie miało na celu wyznaczenie prędkości dźwięku w powietrzu. Składało się z dwóch części. W pierwszej szukana wartość wyznaczana była z różnicy czasu propagacji fali w zależności zmiany odległości między jej źródłem a odbiornikiem. W drugiej mierzono długość fali przy znanej częstotliwości. Do doświadczenia użyto generatora akustycznego, oscyloskopu, głośnika, mikrofonu oraz szyny z miarką. Otrzymane wartości prędkości to: $v = 350.00 \pm 0.75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v = 350.00 \pm 0.32 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v = 350.0 \pm 1.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v = 350.0 \pm 1.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v = 350.0 \pm 1.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Ich średnia wynosi $v = 350.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Zgadza się to z przewidywaniami dla fali dźwiękowej w powietrzu w temperaturze 22.6°C - $v = 345.0 \pm 1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

1 Wstęp teoretyczny

Celem doświadczenia jest wyznaczenie prędkości dźwięku w powietrzu. Fala dźwiękowa może być opisana równaniem falowym w postaci (1):

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (1)$$

Gdzie v - prędkość fazowa fali, p - ciśnienie gazu, t - czas.

Opisuje ono falę poprzeczną rozchodzącą się poprzez zmiany ciśnienia. Prędkość takiej fali zależy od ośrodka. Jeśli potraktujemy powietrze jako gaz doskonały możemy ją opisać równaniem (2). Ten wzór pozwoli wyznaczyć prędkość odniesienia dla temperatury panującej w sali.

$$v = \sqrt{\frac{\kappa R}{\mu} T} \quad (2)$$

Gdzie v - prędkość fali, T - temperatura, κ - stosunek ciepła właściwego gazu przy stałym ciśnieniu do ciepła właściwego przy stałej objętości, μ - masa molowa gazu, R - stała gazowa.

Prędkość kątowna i fazowa fali opisane są równaniami (3) i (4):

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (3)$$

$$v = \frac{\lambda}{T} \quad (4)$$

Gdzie ω - prędkość kątowna fali, T - okres fali, λ - długość fali.

Aby wyznaczyć prędkość fali w pierwszej części doświadczenia będziemy mierzyć jak zmienia czas propagacji fali między nadajnikiem i odbiornikiem podczas zmiany ich odległości. Opisuje to równanie (5), które wynika z równania (4).

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (5)$$

Gdzie Δs - zmiana odległości, Δt - zmiana czasu przelotu.

W kolejnej części mierzona będzie długość fali i jej częstotliwość. Potrzebne będzie przekształcenie wzoru (4):

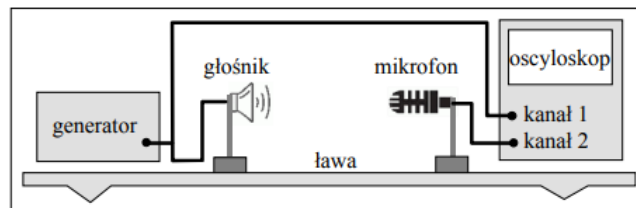
$$T = \frac{1}{f} \quad (6)$$

$$v = \lambda f \quad (7)$$

Gdzie f - częstotliwość fali.

2 Układ doświadczalny

W celu dokonania pomiarów skonstruowano układ przedstawiony na rys (1).



Rysunek 1: Układ pomiarowy wykorzystany w ćwiczeniu. [1]

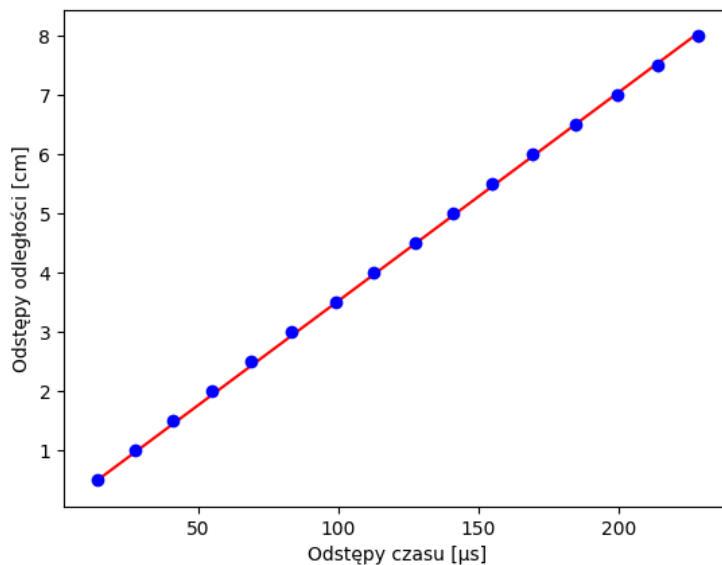
Układ składał się z generatora akustycznego podłączonego do nadajnika (głośnika) oraz odbiornika (mikrofonu) podłączonego do oscyloskopu. Oscyloskop oraz generator również są połączone. Nadajnik oraz odbiornik umieszczone są na ławie z miarką. Pozwala to dokładniej mierzyć odległość między nimi.

W pierwszej części pomiarów oscyloskop ustawiony jest w tryb YT. Ustawiamy nadajnik i odbiornik w danej odległości i nastawiamy generator na częstotliwość 40kHz. Za pomocą wskaźników na oscyloskopie zaznaczamy pierwszy grzbiet fali. Następnie przesuwamy mikrofon o 0.5cm i odczytujemy o ile przesunęła się fala na oscyloskopie. Kontynuujemy pomiary aż do odległości 8cm. Powtarzamy dla częstotliwości 48kHz.

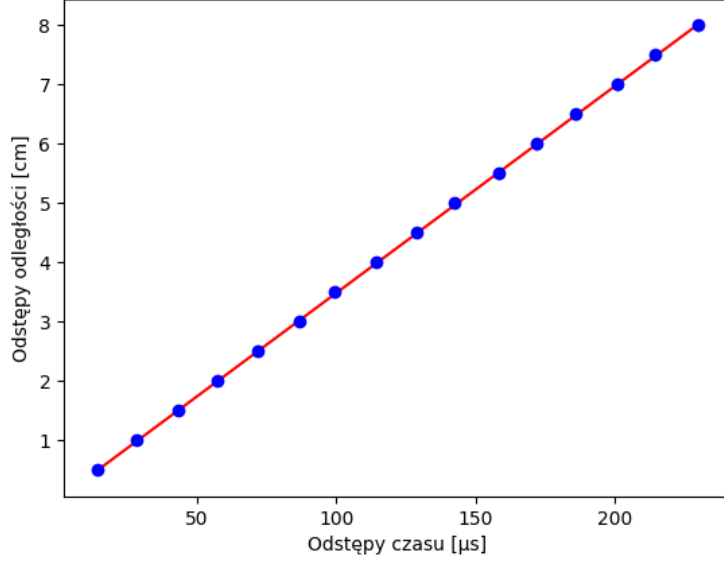
W kolejnej części oscyloskop ustawiony był w tryb XY. Nastawiamy generator na częstotliwość 40kHz. Do jednego z jego kanałów oscyloskopu dołączony jest sygnał bezpośrednio z generatora, a do drugiego z mikrofonu. Kiedy fazy fali pochodzących z generatora i mikrofonu się pokrywają figura na ekranie przyjmuje kształt linii. Odległość między nadajnikiem i odbiornikiem jest odległością odniesienia. Przesuwamy mikrofon, aż do znalezienia kolejnej takiej pozycji, w której na oscyloskopie pojawi się tak samo jak wcześniej zorientowana linia. Różnica między tymi położeniami to długość fali. Znajdujemy kolejne takie położenia. Następnie ponawiamy pomiary dla częstotliwości 45kHz i 48kHz.

3 Analiza wyników

W celu wyznaczenia prędkości dźwięku w powietrzu w pierwszej części pomiarów skorzystano z zależności (5). Dane zebrane w tej części przedstawiono w sekcji Suplement w tabeli 1. Za niepewność pomiaru odległości uznaję dokładność miarki, czyli $u(s) = 1\text{mm}$. Analogicznie za niepewność pomiaru czasu czasu uznaję $u(t) = 1\mu\text{s}$. Prędkość fali jest współczynnikiem kierunkowym funkcji $\Delta s = v \cdot \Delta t$. Dla każdej częstotliwości wykonano po dwie serie pomiarowe, do dopasowania prostej wykorzystano średnią z wykonanych pomiarów, wtedy niepewność czasu wynosi $u(t) = 1/\sqrt{2}\mu\text{s} = 0.7\mu\text{s}$. Dopasowaną prostą dla częstotliwości 40 kHz przedstawiono na rys (2), a dla częstotliwości 48 kHz na rys (3). Niepewność pomiarów są na tyle małe, że nie widać ich na wykresach.



Rysunek 2: Zależność między zmianą odległości, a zmianą czasu propagacji fali o częstotliwości 40 kHz. Niebieskimi punktami zaznaczono zmierzone wartości, a czerwoną linią dopasowaną prostą.



Rysunek 3: Zależność między zmianą odległości, a zmianą czasu propagacji fali o częstotliwości 48 kHz. Niebieskimi punktami zaznaczono zmierzone wartości, a czerwoną linią dopasowaną prostą.

Współczynnik kierunkowy prostej dla częstotliwości 40 kHz wynosi $v = 0.035 \pm 0.000075 \frac{\text{cm}}{\mu\text{s}} = 350.00 \pm 0.75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, a dla 48 kHz $v = 0.035 \pm 0.000032 \frac{\text{cm}}{\mu\text{s}} = 350.00 \pm 0.32 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

W kolejnej części badań mierzono odległość pomiędzy kolejnymi grzbietami fali. W tym celu mierzono długość 25 fali. Pomiaru tej części przedstawiono w sekcji Suplement w tabeli 2. W tej części w celu wyznaczenia prędkości dźwięku w powietrzu skorzystam z wzoru (7). Długość fali najlepiej wyznaczyć poprzez podzielenie wyznaczonej długości dwudziestu pięciu fali przez 25. Dla częstotliwości 40 kHz i 48 kHz serię pomiarów wykonano dwa razy. Dla jednej serii pomiarów niepewność pomiaru odległości wynosi $u(s) = 1\text{mm}$, a dla średniej z dwóch serii $u(s) = 0.7\text{mm}$. Niepewność pomiaru częstotliwości jest na tyle mała w porównaniu do długości, że częstotliwość uznawana jest za dokładną.

Zaczęto od odjęcia odległości początkowej od odległości końcowej i podzieleniu przez ilość zmierzonych długości fali. Obliczone długości fali wraz z ich niepewnościami w zależności od częstotliwości przedstawiono w sekcji Suplement w tabeli 3.

Policzone prędkości dźwięku odpowiednia dla 40 kHz, 45 kHz, 48 kHz wynoszą $v = 350.0 \pm 1.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v = 350.0 \pm 1.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v = 350.0 \pm 1.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Ostatnią prędkość liczę ze wzoru (2), wiedząc, że temperatura w sali wynosiła 22.6°C i jej niepewność $u(T) = 0.1^\circ\text{C}$. Wynik wynosi $v = 345.0 \pm 1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Jest to wartość, do której będę odnosić resztę wyników.

4 Podsumowanie

Otrzymane wyniki prędkości dźwięku w powietrzu wynoszą $v = 350.00 \pm 0.75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v = 350.00 \pm 0.32 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v = 350.0 \pm 1.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v = 350.0 \pm 1.8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v = 350.0 \pm 1.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Ich średnia wynosi $v = 350.0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Zgadza się to z przewidywaniami teoretycznymi ($v = 345.0 \pm 1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$).

Dopasowane funkcje zgadzają się z przewidywaniami teoretycznymi, a niepewności wyników końcowych nie są zbyt duże i wynoszą od 0.09% do 0.5%. Największy wpływ na nie miała niepewność odczytu odległości. W dodatku temperatura delikatnie wahała się podczas pomiarów, przez co prędkość odniesienia modła się delikatnie zmieniać. Odchylenia wynikają również z tego, że powietrze nie jest gazem doskonałym.

Literatura

- [1] Wyznaczanie prędkości dźwięku metodą czasu przelotu NN, Roman J. Nowak
- [2] Dokumentacja języka Python - <https://docs.python.org/pl/3.8/tutorial/index.html>(20.03.2022)
- [3] Dokumentacja biblioteki Matplotlib - <https://matplotlib.org/>(20.03.2022)

5 Supplement

Tabela 1: Tabela przedstawia zmierzone różnice w czasie propagacji fali w zależności od zmian odległości dla poszczególnych częstotliwości fali.

Δs [cm]	$\Delta t[\mu s]$ dla 40 kHz	$\Delta t[\mu s]$ dla 48 kHz	$\Delta t[\mu s]$ dla 40 kHz	$\Delta t[\mu s]$ dla 48 kHz
0,5	14,0	14,0	14,0	14,0
1,0	27,0	28,0	28,0	28,0
1,5	41,0	42,0	41,0	44,0
2,0	54,0	57,0	56,0	57,0
2,5	68,0	71,0	70,0	72,0
3,0	83,0	86,0	84,0	87,0
3,5	98,0	99,0	100,0	100,0
4,0	112,0	114,0	113,0	115,0
4,5	127,0	129,0	128,0	129,0
5,0	141,0	142,0	141,0	143,0
5,5	155,0	158,0	155,0	159,0
6,0	169,0	172,0	170,0	172,0
6,5	184,0	186,0	185,0	186,0
7,0	199,0	201,0	200,0	201,0
7,5	213,0	215,0	215,0	214,0
8,0	228,0	230,0	229,0	230,0

Tabela 2: Tabela przedstawia położenia kolejnych grzbietów fali.

ilość	$s[\text{cm}]$ dla 40 kHz	$s[\text{cm}]$ dla 45 kHz	$s[\text{cm}]$ dla 48 kHz	$s[\text{cm}]$ dla 40 kHz	$s[\text{cm}]$ dla 48 kHz
0	3,50	0,40	0,20	0,85	0,20
1	4,40	1,20	0,90	1,70	0,90
2	5,20	2,00	1,70	2,60	1,60
3	6,10	2,70	2,40	3,50	2,40
4	7,00	3,50	3,10	4,30	3,10
5	7,80	4,30	3,80	5,20	3,80
6	8,70	5,10	4,50	6,10	4,50
7	9,60	5,80	5,30	7,00	5,20
8	10,50	6,60	6,00	7,80	6,00
9	11,30	7,30	6,70	8,70	6,70
10	12,20	8,10	7,40	9,60	7,50
11	13,00	8,90	8,20	10,40	8,20
12	13,90	9,70	8,90	11,30	8,90
13	14,80	10,40	9,60	12,20	9,60
14	15,60	11,20	10,30	13,00	10,30
15	16,50	12,00	11,00	13,90	11,00
16	17,30	12,80	11,80	14,70	11,80
17	18,20	13,50	12,50	15,60	12,50
18	19,10	14,30	13,20	16,40	13,20
19	19,90	15,10	13,90	17,30	13,90
20	20,80	15,80	14,60	18,20	14,60
21	21,70	16,70	15,30	19,00	15,30
22	22,50	17,40	16,00	19,90	16,00
23	23,40	18,10	16,80	20,80	16,80
24	24,30	18,90	17,50	21,60	17,50
25	25,10	19,60	18,20	22,50	18,20

Tabela 3: Tabela przedstawia obliczone długości fali wraz z niepewnościami dla odpowiednich częstotliwości.

f [kHz]	λ [cm]	$u(\lambda)$ [cm]
40	0,8650	0,0028
45	0,7680	0,0040
48	0,7200	0,0028