

- 假設我們只有三筆資料

$(x_0, y_0) = (0.9, 0.9), (x_1, y_1) = (1.1, 1.1), (x_2, y_2) = (2.1, 1.9)$ ，依照今天上課的方法，找到最佳的 linear regression model: $\hat{y} = ax + b$ 的斜率和截距，以下是分解動作。

- 列出 $y_0 - \hat{y}_0$ 、 $y_1 - \hat{y}_1$ 、 $y_2 - \hat{y}_2$

▪ Ans: 0.0014516, 0.001774194, -0.161451613

x	y	\hat{y}	$y - \hat{y}$
0.9	0.9	0.898548387	0.001451613
1.1	1.1	1.098225806	0.001774194
2.1	1.9	2.061451613	-0.161451613

- 驗證 $E = f(a, b) = \sum_{i=0}^2 (y_i - \hat{y}_i)^2 = 6.43a^2 + 8.2ab + 3b^2 - 12.02a - 7.8b + 5.63$

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=0}^2 ((y_i - \hat{y}_i)^2) &= \sum_{i=0}^2 ((y_i - (ax_i + b))^2) \\
 &= \{(0.9 - [0.9a + b]) + (1.1 - [1.1a + b]) + (1.9 - [2.1a + b])\}^2 \\
 &= (0.81 - 1.62a - 1.8b + 0.81a^2 + 1.8ab + b^2) + (1.21 - 2.42a - 2.2b + 1.21a^2 + 2.2ab + b^2) \\
 &\quad + (3.61 - 7.98a - 3.8b + 4.41a^2 + 4.2ab + b^2) \\
 &= 6.43a^2 + 8.2ab + 3b^2 - 12.02a - 7.8b + 5.63
 \end{aligned}$$

- 列出 $\frac{\partial f(a, b)}{\partial a}$ 和 $\frac{\partial f(a, b)}{\partial b}$

$$\frac{\partial f(a, b)}{\partial a} = 12.86a + 8.2b - 12.02$$

$$\frac{\partial f(a, b)}{\partial b} = 6b + 8.2a - 7.8$$

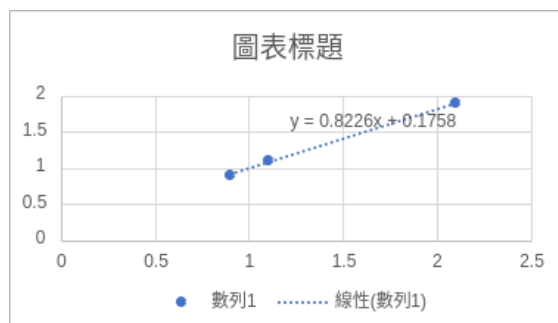
- 找到讓 E 是最小值的 a 和 b 的組合

$$\begin{cases} 12.86a + 8.2b - 12.02 = 0 \\ 6b + 8.2a - 7.8 = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 0.82258, b = 0.17581$$

- 把上述的三筆資料輸入到 Excel 裡面，找到這三筆資料的線性趨

勢線，這一線性趨勢線的係數與上面小題的 a 和 b 是否相同或者非常接近？

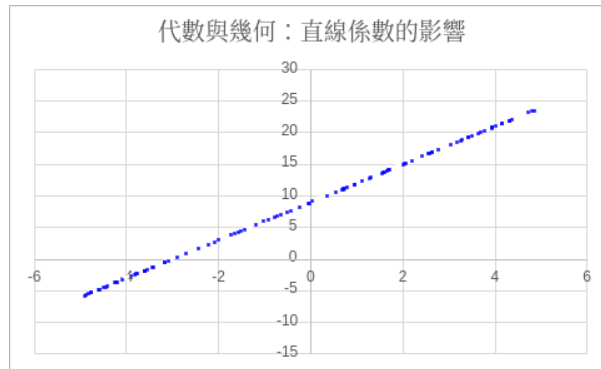
- ANS. 非常接近



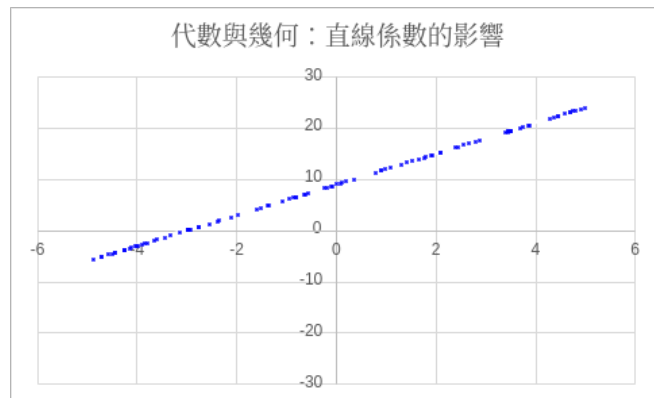
- 下載 [代數與幾何_直線式與直線.xlsx](#)

- 嘗試 (a, b) 的不同組合，觀察藍色直線的位置的變化

- (a, b)=(-2,-2):

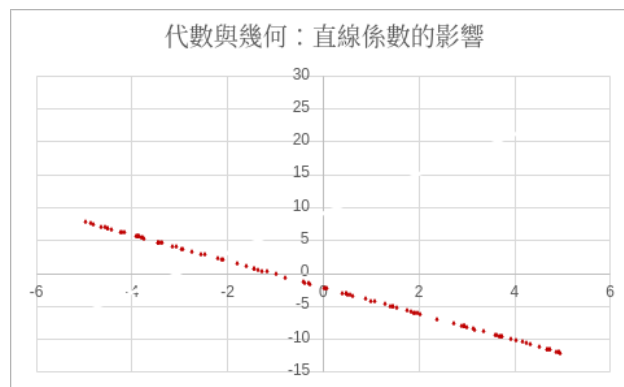


- (a, b)=(4,-2):

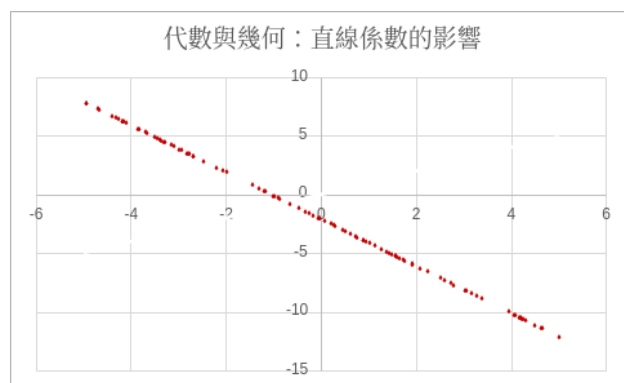


- 嘗試 (c, d) 的不同組合，觀察紅色直線的位置的變化

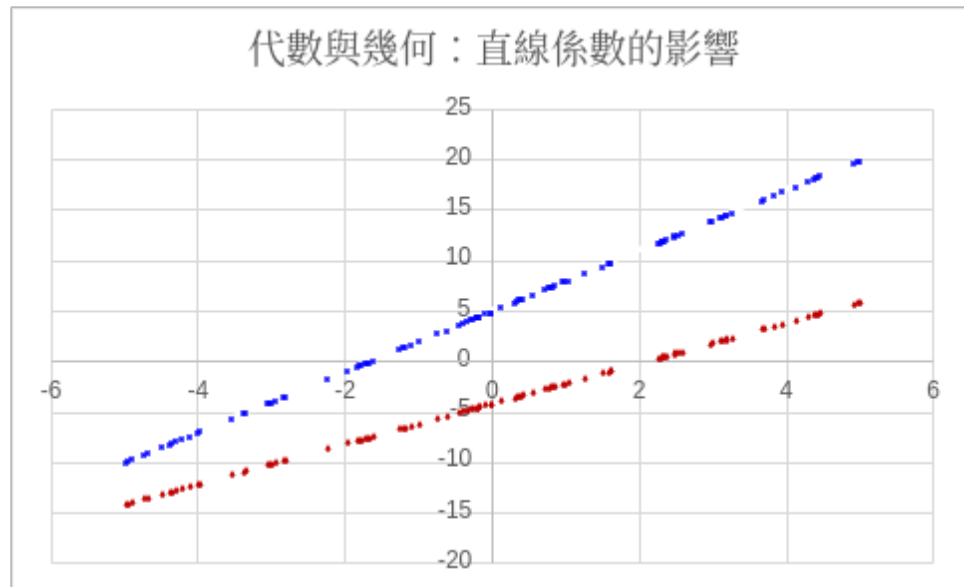
- (c, d)=(3,9):



- (c, d)=(1,0):



- 我們在一張圖上面顯示兩條直線，只是為了讓大家可以比較圖形位置的改變。這一個示範其實只需要一條直線即可。
 - $(a, b, c, d) = (2, -4, 1, 0)$:



- 下載 [模型比較.csv](#)

- 根據這十筆測試資料的測試結果，以個別誤差的平方的總合做為個別公司模型的誤差，哪一個公司的模型比較好？

- ANS. 乙公司的模型比較好

		甲公司			乙公司		
		y1=1.8x+0.42			y2=2.1x+0.38		
x	y	y_hat_1	y-y_hat_1		y_hat_2	y-y_hat_2	
-1.94	-3.479	-3.072	-0.408	0.166464	-3.693	0.214	0.045796
1.951	4.302	3.932	0.37	0.1369	4.477	-0.175	0.030625
2.972	6.345	5.77	0.574	0.329476	6.622	-0.277	0.076729
-1.002	-1.604	-1.384	-0.22	0.0484	-1.724	0.12	0.0144
4.754	9.908	8.977	0.931	0.866761	10.363	-0.455	0.207025
-2.778	-5.155	-4.58	-0.576	0.331776	-5.453	0.298	0.088804
3.208	6.816	6.194	0.622	0.386884	7.117	-0.301	0.090601
-4.394	-8.389	-7.49	-0.899	0.808201	-8.848	0.459	0.210681
-1.637	-2.875	-2.527	-0.347	0.120409	-3.058	0.184	0.033856
-1.266	-2.131	-1.858	-0.273	0.074529	-2.278	0.147	0.021609
				3.2698			0.820126