

ANÁLISE E PROJETO DE ALGORITMOS – FINAL

Prof. Thiago Cavalcante

- Não use celular/computador e não converse com ninguém, a prova é individual.
- Sinta-se à vontade para tirar dúvidas (**razoáveis**) ou pedir esclarecimentos sobre as questões.
- Use **letra legível!** não posso dar nota para algo que não consigo ler.
- Lembre-se de **assinar seu nome nas suas folhas**. Se usar **mais de uma** folha, **enumere cada página**.
- **Seja organizado:** especifique número e letra da questão que você está respondendo e deixe um espaço entre as respostas, para não ficar tudo amontoado. Você pode pegar mais folhas, se precisar.

NOME: _____

1. (2,0 pt) Use o princípio da indução para provar as afirmações a seguir.

- (a) (1,0 pt) $6^n + 4$ é divisível por 5, para todo $n \geq 0$.
- (b) (1,0 pt) $5^{2n+1} + 2^{2n+1}$ é divisível por 7, para todo $n \geq 0$.

2. (1,5 pt) Considere o pseudocódigo abaixo:

```
Para i de 0 até n - 1:
  Para j de i + 1 até n - 1:
    Comando
```

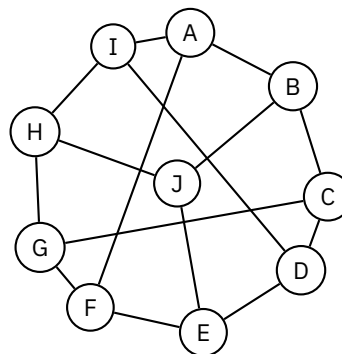
- (a) (0,5 pt) Expresse como um somatório a quantidade de vezes que a linha Comando é executada.
- (b) (1,0 pt) Simplifique o somatório até chegar a uma fórmula em função de n. Para isso, use a expressão abaixo:

$$\sum_{i=0}^{n-1} i = \frac{n(n-1)}{2}$$

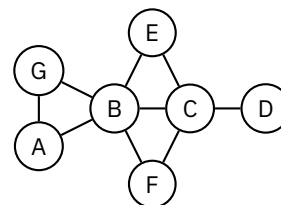
3. (1,5 pt) Relacione cada complexidade de tempo com uma operação em um algoritmo.

- (a) $O(n^2)$
- (b) $O(1)$
- (c) $O(n!)$
- (d) $O(\log n)$
- (e) $O(n)$
- () Percorrer um array do início ao fim
- () Extrair de um array um elemento de índice x
- () Percorrer uma matriz do início ao fim
- () Gerar todas as permutações de um conjunto de dados
- () Fazer uma busca binária em um array ordenado

4. (1,8 pt) A imagem a seguir representa um *grafo de Petersen*, com 10 vértices e 15 arestas. Faça uma BFS no grafo, começando a partir do vértice A e explorando em ordem alfabética. Desenhe a relação de parentesco do grafo no formato de árvore. Responda também se o grafo é bipartido ou não.



5. (1,8 pt) Faça uma DFS no grafo a seguir, começando a partir do vértice A e explorando em ordem alfabética. Obtenha a relação de parentesco entre os vértices e desenhe essa relação no formato de uma árvore. Classifique todas as arestas do grafo.



6. (1,4 pt) Encontre a árvore geradora mínima do grafo a seguir usando o algoritmo de Kruskal. Escreva a ordenação das arestas usada no algoritmo. Ordene as arestas que possuem o mesmo peso usando a ordem alfabética (lembre-se de ordenar as duas letras que definem as arestas em ordem alfabética também).

