

ANÁLISE E PROJETO DE ALGORITMOS – EXERCÍCIOS 01

Prof. Thiago Cavalcante

1. Prove por indução que $5^n + 2 \times 11^n$ é divisível por 3 para todo $n \geq 0$ e que $6^n + 4$ é divisível por 5 para todo $n \geq 0$.
2. Prove por indução que

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1},$$

para todo $n \geq 1$.

3. Um algoritmo de ordenação leva 1 segundo para ordenar $n_1 = 1.000$ itens no seu computador. Quanto tempo ele vai levar para ordenar $n_2 = 10.000$ itens se o algoritmo tem um tempo de execução proporcional a $\log n$?
4. Para cada par de funções $f(n)$ e $g(n)$, encontre uma constante c de forma que $f(n) \leq c \times g(n)$ para todo $n > 1$.
 - (a) $f(n) = n^2 + n + 1$, $g(n) = 2n^3$
 - (b) $f(n) = n\sqrt{n} + n^2$, $g(n) = n^2$
5. Verdadeiro ou falso.
 - (a) $2n^2 + 1 = O(n^2)$
 - (b) $\sqrt{n} = O(\log n)$
 - (c) $\log n = O(\sqrt{n})$
 - (d) $n^2(1 + \sqrt{n}) = O(n^2 \log n)$
 - (e) $3n^2 + \sqrt{n} = O(n^2)$
 - (f) $\sqrt{n} \log n = O(n)$
 - (g) $\log n = O(n^{-1/2})$
6. Expresse a quantidade de vezes que a palavra 'ufal' é impressa no código a seguir como um somatório e simplifique até achar a fórmula.

```
for i = 1 to n / 2 do
  for j = i to n - i do
    for k = 1 to j do
      print "ufal"
```