**Modelos de computación (2017-2018)**
Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada

# Relación de problemas II

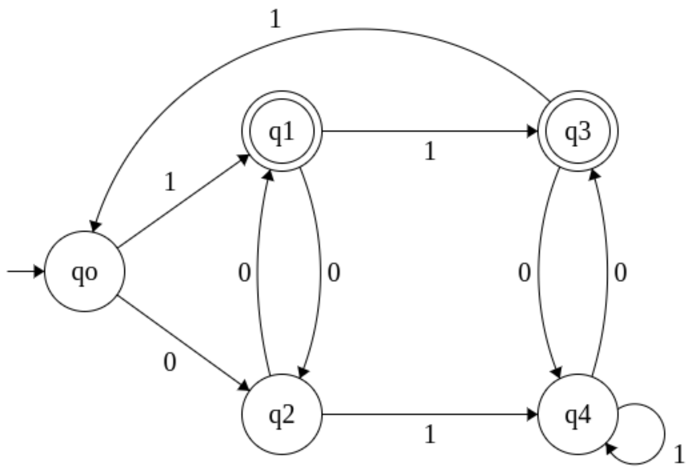
Alberto Jesús Durán López

11 de octubre de 2017

# Índice

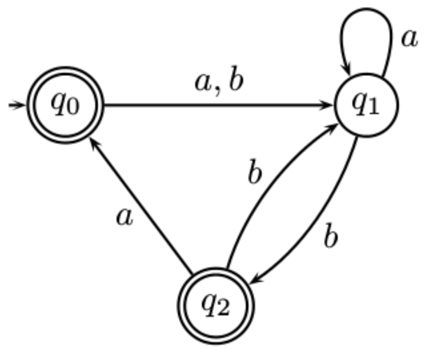
# 1. Ejercicio 17

- **Diseña un autómata finito determinista que reconozca el siguiente lenguaje:**
  $L_3 = \{$u $\in \{0, 1\}^* \mid$ el número de 1's no es múltiplo de 3 y el número de 0's es par $\}$




# 2. Ejercicio 22

- **Dar una expresión regular para el lenguaje aceptado por el siguiente autómata:**




Dicho autómata posee una expresión regular dada por:

( (a+b)a*b (ba*b)* (a+$\epsilon$) )*

## 3. Ejercicio 23

- Sea $B_n = \{a^k |$ k múltiplo de n$\}$. Demostrar que $B_n$ es regular para todo n.

Sea k=nm, entonces:
$a^k = a^{nm} = (a^n)^m = (a^n)^*$, por tanto es regular

## 4. Ejercicio 24

- **Decimos que u es un prefijo de v si existe un w tal que uw=v. Decimos que u es un prefijo propio de v si además u $\neq$ v y u $\neq \epsilon$. Demostrar que si L es regular, también lo son los lenguajes:**

  **a)NOPREFIJO(L) =$\{$u$\in$L | ningún prefijo propio de u pertenece a L$\}$**

  **b) NOEXTENSION(L) = $\{$u$\in$L | u no es prefijo propio de ninguna palabra de L$\}$**

  a)Si u$\in$L, entonces u=vw donde v no es prefijo propio. Es decir, v $\neq$ u y v$\neq\epsilon$ por lo que es la concatenación de dos palabras, para todo u $\in$L, por tanto es regular.

  b) Como u no es prefijo propio de ninguna palabra de L, sea una palabra v $\in$ L, u=v por lo que u$\in$ L y como L era regular, NOEXTENSION(L) también es regular.

# 5. Ejercicio 25

- **Si L $\subseteq A^*$, define la relación $\equiv$ en $A^*$ como sigue: si u,v $\in A^*$, entonces u $\equiv$ v si y solo si para toda z $\in A^*$, tenemos que (xz $\in$ L $\Longleftrightarrow$ yz $\in$ L)**

  a) Demostrar que $\equiv$ es una relación de equivalencia
  b) Calcular las clases de equivalencia de L={ $a^ib^i$ | i $\geq$ 0}
  c)Calcular las clase de equivalencia de L={ $a^ib^j$ | i,j $\geq$ 0}
  d) Demostrar que L es aceptado por un autómata finito determinista si y solo si el número de clases de equivalencia es finito.
  e) ¿Qué relación existe entre el número de clases de equivalencia y el autómata finito minimal que acepta L?

a) Para comprobar que es una relación de equivalencia comprobamos las siguientes propiedades:

- **Reflexiva: x $\sim$ x**
  xz $\in$ L $\Longleftrightarrow$ xz $\in$ L

- **Simétrica:**
  x $\sim$ y: xz $\in$ L $\Longleftrightarrow$ yz $\in$ L
  y $\sim$ x: y'z $\in$ L $\Longleftrightarrow$ x'z $\in$ L , Restamos:
  xz -y'z = yz-x'z
  (x-y')z=(y-x)z
  x-y'=y-x' $\Longleftrightarrow$ x=y' y y=x' Por tanto:
  x $\sim$y =y$\sim$x

- **Transitiva:**
  x $\sim$ y: xz $\in$ L $\Longleftrightarrow$ yz $\in$ L
  y $\sim$ z': yz $\in$ L $\Longleftrightarrow$ z'z $\in$L
  x $\sim$ z': xz $\in$ L $\Longleftrightarrow$ z'z $\in$ L Por tanto:

  x $\sim$ y + y $\sim$z'
  xz + yz = yz+z'z
  (x+y)z=(y+z')z
  x+y=y+z'
  x=z' $\Longleftrightarrow$ x$\sim$z'

b)

| | |
|---|---|
| i=1 | ab |
| i=2 | aabb |
| i=3 | aaabbb |
| i=4 | aaaabbbb |
| i=n | a...$a_n$b...$b_n$ |

Según la relación de equivalencia, dos palabras están relacionadas si tienen el mismo sufijo z $\in A^*$, por lo que para este lenguaje, cada palabra generada para cada i $\in$ N, sólo está relacionada consigo misma por lo que en total habrá n clases de equivalencia.

c)

| | j=0 | j=1 | j=2 | j=3 | j=4 |
|---|---|---|---|---|---|
| i=1 | a | ab | abb | abbb | abbbb |
| i=2 | aa | aab | aabb | aabbb | aabbbb |
| i=3 | aaa | aaab | aaabb | aaabbb | aaabbbb |

-Si i>0, j >0:
Para este otro lenguaje, todas las palabras con el mismo valor de j están relacionadas ya que comparten el mismo sufijo por lo que habrán un total de j clases de equivalencia.
-Si i=0 ó j=0, hay únicamente 1 clase de equivalencia.
-Si i=0 y j=0, no hay clases de equivalencia.

d)L es aceptado por un automata finito determinista si es regular. Si L es regular el numero de clases de equivalencia es finito por lo que queda demostrado que si L es aceptado por un automata finito determinista entonces el numero de clases de equivalencia es finito.

e) Cada clase de equivalencia corresponde a un estado en el AFD minimal