Modelos de computación (2017-2018)
Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada

Relación de problemas I

Alberto Jesús Durán López

27 de septiembre de 2017

Índice

1. Ejercicio 13

- **Dados dos homomorfismos f: A* → B* , g: A* → B*, se dice que son iguales si f(x)=g(x), $\forall$x $\in$ A*. ¿Existe un procedimiento algorítmico para comprobar si dos homomorfismos son iguales?**

Nota: Si x es un elemento cualquiera de un grupo, f es un homomorfismo y n es un entero mayor o igual que cero, por la definición de homomorfismo tenemos que:

$$f(x^n) = f(x)^n$$

Tampoco es difícil ver que:

$$f(x^{-1}) = f(x)^{-1}$$

Si n es un entero negativo, entonces -n es un entero positivo por lo que aplicando el resultado anterior, se tiene

$$f(x^n) = f((x^{-1})^{-n}) = f(x^{-1})^{-n} = f(x)^{(-1)(-n)} = f(x)^n$$

En consecuencia,

$$f(x^n) = f(x)^n, \forall n \in \mathbb{Z}$$

Sabemos que para que f: G → G' y g: G→G' sean iguales, $\forall$y$\in$G , f(y)=g(y). Tenemos que si y $\in$ G entonces:

$$y = x_1^{k_1} \cdot ... \cdot x_n^{k_n}$$

para algunos

$$k_1, ..., k_n \in \mathbb{Z}$$

Esto nos garantiza que:

$$f(y) = f(x_1^{k_1} \cdot ... \cdot x_n^{k_n}) = f(x_1^{k_1}) \cdot ... \cdot f(x_n^{k_n}) =$$

$$=\mathrm{f}(\mathrm{x}_1)^{k_1} \cdot ... \cdot f(x_n)^{k_n} = g(x_1)^{k_1} \cdot ... \cdot g(x_n)^{k_n} = g(x_1^{k_1}) \cdot ... \cdot g(x_n^{k_n}) = g(x_1^{k_1} \cdot ... \cdot x_n^{k_n}) = g(y).$$

2. Ejercicio 16

- **Dada la gramática**
  G=({S,A} , {a,b} , P, S $\rightarrow$ abAS , abA $\rightarrow$ baab , S $\rightarrow$ a , A $\rightarrow$ b).
  Determinar el lenguaje que genera.

Observando las reglas de producción de P, podemos darnos cuenta que siempre vamos a llegar a una palabra terminada en 'a', es decir:

S $\rightarrow$ a
S $\rightarrow$ abAS $\rightarrow$ abba
S $\rightarrow$ abAa $\rightarrow$ baaba
S $\rightarrow$ abAabAS $\rightarrow$ ... $\rightarrow$ ... a

Por tanto:

$$\mathrm{L} = \{u \cdot a : u \in A^*\}$$

3. Ejercicio 17

- **Sea la gramática G = (V,T,P,S) donde:**
  -V = {<número>, <dígito>}
  -T = {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}
  -S = <número>
  -Las reglas de producción de P son:

  <número>→ <número><dígito>
  <número>→ <dígito>
  <dígito>→ 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9

  Determinar el lenguaje que genera.

Repasaremos unas nociones básicas antes de seguir con el ejercicio:

-V es un alfabeto, llamado variables o símbolos no terminales. Sus elementos se representan con letras mayúsculas.
-T son los símbolos terminales, se representan con letras minúsculas
S es el símbolo de partida

Además, hacemos un cambio de notación:

S = <número>
A = <dígito>
a $\in [0, 9]$

Resultando:

$$\begin{gathered} \mathrm{S} \rightarrow \mathrm{SA} \\ \mathrm{S} \rightarrow \mathrm{A} \\ \mathrm{A} \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9 \end{gathered}$$

Podemos observar que:

$\mathrm{S} \rightarrow \mathrm{SA} \rightarrow \mathrm{SAA} \rightarrow ... \rightarrow ...$ aaaa
$\mathrm{S} \rightarrow \mathrm{SA} \rightarrow \mathrm{SAA} \rightarrow \mathrm{Aaa} \rightarrow \mathrm{aaa}$
$\mathrm{S} \rightarrow \mathrm{A} \rightarrow \mathrm{a}$

Por tanto, todas las palabras que se pueden formar están formados por números a partir del 0 en adelante, es decir, el lenguaje generado por esta gramática es:

$$\mathrm{L} = \{n : n \in \mathbb{Z}^+\}$$

4. Ejercicio 18

- **Sea la gramática G=($\{A, S\}$, $\{a, b\}$, S, P) donde las reglas de producción son:**

$$\begin{gathered}\mathbf{S \rightarrow aS} \\ \mathbf{S \rightarrow aA} \\ \mathbf{A \rightarrow bA} \\ \mathbf{A \rightarrow b}\end{gathered}$$

Determinar el lenguaje que genera.

Observando las reglas de producción de la gramática, vemos que cada vez que tenemos una A, obtenemos una b por lo que siempre vamos a obtener palabras terminadas en 'b', es decir:

S $\rightarrow$ aS $\rightarrow$ aaS $\rightarrow$ aaaS $\rightarrow$ ... $\rightarrow$ ... b
S $\rightarrow$ aS $\rightarrow$ aaA $\rightarrow$ aabA $\rightarrow$ ... $\rightarrow$ ... b
S $\rightarrow$ aS $\rightarrow$ aaA $\rightarrow$ aab
S $\rightarrow$ aA $\rightarrow$ ab
S $\rightarrow$ aA $\rightarrow$ abbA $\rightarrow$ ... b
S $\rightarrow$ aA $\rightarrow$ abA $\rightarrow$ abb

Por tanto:

$$\mathrm{L} = \{u \cdot b : u \in A^*\}$$

5. Ejercicio 19

- **Encontrar si es posible una gramática lineal por la derecha o una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje L, en cada uno de los casos, supuesto que L $\subseteq \{a, b, c\}$* y verifica:**

  a) u $\in$ L sii verifica que u no contiene dos símbolos consecutivos
  b) u $\in$ L sii verifica que u contiene dos símbolos b consecutivos
  c) u $\in$ L sii verifica que contiene un número impar de símbolos c
  d) u $\in$ L sii verifica que no contiene el mismo número de símbolos b que de símbolos c

a) Si se puede:
S $\rightarrow \epsilon$
S $\rightarrow$ cS
S $\rightarrow$ aS
S $\rightarrow$ bX
X $\rightarrow$ aS
X $\rightarrow \epsilon$
X $\rightarrow$ cS

b) Si se puede:
S $\rightarrow$ aS
S $\rightarrow$ bS
S $\rightarrow$ cS
S $\rightarrow$ bX
X $\rightarrow$ bY
Y $\rightarrow$ aY
Y $\rightarrow$ bY
Y $\rightarrow$ cY
Y $\rightarrow \epsilon$

c) Si se puede:
S $\rightarrow$ aS
S $\rightarrow$ bS
S $\rightarrow$ cX
X $\rightarrow$ aX
X $\rightarrow$ bX
X $\rightarrow \epsilon$
X $\rightarrow$ cS

d) No se puede