2.1 - Continuous random variables - Continuous random variables

Q1

Some plastics in scraped cars can be stripped out and broken down to recover the chemical components. ...

$f(x) = C \cdot \frac{1}{x} \;\; for \;\; 28 \leq x \leq 112$

a) (integral (28 to 112) of C* 1/x) = 1 ger c*log(4)=1 (OBS log är ln I wolfram, och tänk på punkt)
b) C * ln(28) + D = 0   där D är konstanten

c) Find $P(33 \leq X \leq 92)$
   -(C*ln(33) + D – (C*ln(92) + D))
d) (Integral (28 to 112) x * f(x))
e) Sqrt((Integral (28 to 112) x*x * f(x)) - (Integral (28 to 112) x * f(x))^2)

Q2

Frekvensfunktionen av en triangelformad kontinuerlig fördelning i området från 10 till 15 ges av följande formel
f(x) = 0.08 (x - 10)

a) Integral (10 to 15) 0.08*x*(x-10)
b) sqrt((Integral (10 to 15) 0.08*x*x*(x-10)) -(Integral (10 to 15) 0.08*x*(x-10))^2)

Q3
Låt ξ vara en kontinuerlig stokastisk variabel med
frekvensfunktionen: $f(x) = Cx^2 - 40x + 50.33 \; för \; 2 < x < 3$ 0 för övrigt.

a) (integral (2 to 3) Cx^2-40x + 50.33) =1 (avrunda till närmsta heltal) C = 8
b) Beräkna P(ξ < 2.35).
   (integral (2 to 2.35) Cx^2-40x + 50.33)
c) Beräkna P(ξ > 2.15).
   1 - (integral (2 to 2.15) 8x^2-40x + 50.33)
d) Beräkna P(2.35 < ξ < 2.55).
   (integral (2 to 2.55) 8x^2-40x + 50.33) - (integral (2 to 2.35) 8x^2-40x + 50.33)
e) Beräkna P(ξ < 2.1 | ξ < 2.55).
   (integral (2 to 2.1) 8x^2-40x + 50.33)/(integral (2 to 2.55) 8x^2-40x + 50.33)
f) Väntevärde: integral (2 to 3) x(8x^2-40x+50.33)
g) Standardavvikelse:
   sqrt(integral (2 to 3) xx(8x^2-40x+50.33) - (integral (2 to 3) x(8x^2-40x+50.33))^2)

Q4

Låt ξ vara en kontinuerlig stokastisk variabel med frekvensfunktionen: f(x) = C* x^2 *(x-1) för 0 < x < 1, 0 för övrigt.

a) integral (0 to 1) C*x^2*(x-1) = 1   C=-12
b) 0 för att utanför är det definerat som noll
c) För 0 < x < 1 antar fördelningsfunktionen formen: A* x^4. +B* x^3 .
   Bestäm A: (integral (0 to t) -12x^3 + 12x^2 = 4 t^3-3 t^4 A=-3 eftersom den är framför t^4 termen.
d) Bestäm B: (integral (0 to t) -12x^3 + 12x^2
e) allt har fördelats, dvs 1
f) integral (0 to 1) x(-12*x^2*(x-1)) = E[X]
g) integral (0 to 1) xx(-12*x^2*(x-1)) - (integral (0 to 1) x(-12*x^2*(x-1)))^2 = Var[X] = E[X^2] - (E[X])^2s

Q5

Antag att ξ_1, ξ_2 och ξ_3 är tre oberoende stokastiska variabler med väntevärdena 4.7, 3.3 och 4.8 samt standardavvikelserna 2, 1.3 och 1.9. Vi har följande stokastisk variabel:

$\eta = 4.6\xi_1 + 2.1\xi_2 - 4\xi_3$.

a) Bara gör uträkningen med vänte
b) sqrt(4.6^2*standardavvikelse^2 + osv.) standardavvikelse^2 är Var[X] Obs (-4)^2

2.1 - Continuous random variables - Uniform distribution

Q1

The cost of a flat in a particular city district is uniformly distributed with a minimum of 870000 and a maximum of 1320000 SEK.

a) What is the probability that the cost of a new flat is between 1010000 and 1120000 SEK? (112-101)/(132-87)
b) What is the probability that the cost of a new flat is less than 1110000 SEK? (111-87)/(132-87)
c) What is probability that the cost of a new flat is exactly 1224098 SEK? 0
d) Not exactly 1155600? 1 för att ta bort en ur en oändlig mängd gör inte att den slutar vara oändlig.

Q2

The lateness of a certain train is recorded over a long period and is found to be randomly uniformly distributed between 0.8 and 10.7 minutes.

a) What is the probability that the train no more than 3.6 minutes late?
(3.6-.8)/(10.7-.8)
b) What is the probability that the train is more than 9.7 minutes late?
1-((9.7-.8)/9.9))
c) What is the probability that the train no more than 0.8 minutes late?
0

Q3

Slaktkycklingars vikt är rektangelfördelad med minimum 1.8 kg och maximum 3 kg.
a) mellan 2 och 2.9 kg? .9/1.2
b) mer än 2 kg? 1-((2-1.8)/1.2)
c) exakt 2.3 kg? 0

Q4
Betrakta frekvensfunktionen för en rektangelfördelad variabel med parametrarna 5 och 12.
a) Vilket värde har frekvensfunktionen för x mellan 5 och 12 ? 1/(12-5)
b) Väntade: integral (5 to 12) x(1/7)
c) Standardav: sqrt(integral (5 to 12) xx(1/7) - (integral (5 to 12) x(1/7))^2)

Q5
Som **Q1**

2.1 - Continuous random variables - Normal distribution

Q1
Use Help / Tables for the standard Normal distribution to find the required values of z. Mean = 0 Sdev=1

a) P(Z < z) = 0.7598 .Leta på help table inverse low
b) P(Z > z) = 0.4817 .Leta på help table inverse high
c) P(0.69 < Z < z) = 0.1996 P(z) – P(0.69) = 0.1996 kör hela tiden low eller hela tiden high
d) P(z < Z < 0.77)=0.7472 P(.77)- P(z)=0.7472 -:- Om det blir under noll/över ett är det fel (byt low/high) Low rätt alltid?.

Q2

The daily amount of water consumed by twenty year olds is known to be normally distributed with mean 1.2 litres and standard deviation 0.5 litres.

a) If I randomly select a twenty year old, what is the probability that he/she drinks less than 0.9 litres of water per day?

Fyll i help table low; x = 0.9, mean = 1.2 och sDev = 0.5

b) What is the probability that the mean amount of water consumed per day by 6 randomly selected twenty year olds is between 1 and 1.5 litres?

Stoppa in i help table low;

X-värden

(1.5-1.2)/(0.5/sqrt(6)) = f

(1-1.2)/(0.5/sqrt(6)) = g

mean = 0 sDev = 1

f -g

c) If I randomly select 4 twenty year olds, what is the probability that none of them drink more than 2.15 litres of water per day?

Fyll i help table low; x = 2.15 mean = 1.2 och sDev = 0.5

(svar av helptable)^4

Q3
P(Z < z) = 0.6683.Help table inverse low
P(Z > z) =1- 0.6683 Samma svar
hitta z så att P(Z < z) = 0.3317 Samma svar med motsatt tecken
P(Z > z) = 0.6683 Samma som förra
P(0 < Z < z) = 0.2121 P(z)-P(0)=0.2121
P(z < Z < 0) = 0.2121 Samma svar motsatt tecken

Q4 liknar Q1

Q5
Den stokastiska variabeln X är normalfördelad med väntevärdet 19 standardavvikelsen 4. Sannolikheten P(11.4 < X < 23.4) är det samma som sannolikheten P(z_1 < Z < z_2) där Z är en standardiserad normalfördelad stokastisk variabel motsvarande X . De standardiserade motsvarigheterna för värdena 11.4 och 23.4 är:
(11,4-19)/4 = z1
(23,4-19/4=z2

Q6
Vikten av 500-grams kaffepaket är normalfördelad med μ = 510 gram och σ = 5 gram.sa avvikelse 5   väntevärde 510
mindre än x gram är 0.31 Table inverse low
mer än x gram är 0.7 Table inverse high
mellan 495 och x gram är 0.985 ds P(x) – P(495) = .985 (om det går över 1 eller under noll är det inte rätt)
mindre än 501 gram eller mer än x gram är 0.037 ds Gör low på 501 och 0.037 minus P(501) sedan inverse high.

Q7
Årsnederbörden i mm på en viss ort antas vara normalfördelad med μ = 310 mm och σ = 30 mm. Årsnederbörden olika år antas vara oberoende. Bestäm sannolikheten att under 10 år årsnederbörden åtminstone 3 år överstiger 355 mm.
värdet för ett år (i det här fallet 0.06681) fås mha help tables

1 - (sum (y = 0 to (3-1)) (10)!/((10 - y)!*y!) * 0.06681^y * (1-0.06681)^(10 - y))

Q8
Vid tillvärkning av tandkräm blandar man ihop en grundpasta med tilsatser som färgämnen, smakämnen, slipmedel med mera. Grundpasta kommer i färdiga paket vars innehåll är normalfördelad med 111 kg massa i snitt och standardavvikelse 1.9 kg. För en viss sorts tandkräm kommer tillsatserna färdigdoserade i paket vars innehåll är normalfördelad med 12 kg massa i snitt och standardavvikelse 0.25.
Man blandar noga ihop grundpastan med tillsatserna till färdig tandkräm.

a) Väntevärdet för färdig blandning: 111+12 = 123kg
b) Standardavvikelsen för färdig blandning: σ^2 = (σ1)^2 + (σ2)^2, σ = sqrt(1.9^2 + 0.25^2) = 1.9164
c) Sannlikhet för massa av färdig blandning mer än 121.24kg: Används Help – Tables. OBS high tail.

2.2 - Mulitvariate random variables

Q4
The discrete joint density for (X,Y) is constant (ie: uniformly distributed) on the square defined by:

x = 15, 16, 17,...,42

y = 59, 60, 61,..., 85

a) Calculate this constant.

Vi vet inte funktionen fxy(x,y), men vi kan tänka såhär:

Eftersom the discrete joint density för (X,Y) är uniformly distributed så är de jämnfördelade, likt en matris. Vi får alltså en matris där raderna är samma sak som x och kolumnerna är samma sak som y.

Vi får alltså (42-14) * (85-58) = 756 element i vår matris. Vi ska nu få fram fx(x,y) vilket är ”sannolikheten att få element (x,y)”. Eftersom joint density för (X,Y) är konstant så är rimligen sannolikheten att få ett godtyckligt element (x,y) 1/756 = 0.0013227

b) Find the marginal density for X that is fx(x).

Det här är samma sak som att räkna ut ”vad är sannolikheten att vi väljer rad nr. x i vår matris?”.

Eftersom vi har 28 rader blir sannolikheten 1/28 = 0.0357

c) Find the marginal density for Y that is fy(y).

Det här är samma sak som att räkna ut ”vad är sannolikheten att vi väljer kolumn nr. x i vår matris?”.

Eftersom vi har 27 kolumner blir sannolikheten 1/27 = 0.037037

d) Are X and Y independent?

Ja, testa mha giltiga värden för x och y: fxy(x,y) = fx(x) * fy(y).

e) Without doing any additional computation, find pxy.

Vi försöker hitta korrelationen mellan x och y, vilket är lika med noll eftersom inga element är gemensamma. Vi kan även räkna ut Cov(X,Y) och ifall detta är lika med noll så är även korrelationen lika med noll, vilket det är i vårt fall.

Q5

The joint density for (X,Y) is given by: $f_{XY}(x,y) = C \cdot x^3 \cdot y^1 \;\; for \;\; 0 \leq x \leq 2, \;\; 1 \leq y \leq 3$.

a) Find the constant C.

Vi vet att dubbelintegralen med respektive övre och undre gränser av funktionen C*x^3*y ska bli lika med 1. Integrera den inre integralen först och sedan den yttre, eller använd Wolfram Alphas ”Double Integral Calculator”. Notera att dA i det här fallet är dxdy.
vilket ska bli 1, dvs: c = 1/16=0.0625.

$$\int_1^3 \int_0^2 C\, x^3\, y\, dx\, dy = 16\, C$$

b) Find the probability $P(X \leq 1.4 \; and \; 1.6 \leq Y)$.

Detta är samma sak som P(0 < X < 1.4 and 1.6 < Y < 3). Använd återigen Wolfram Alphas

$$\int_{1.6}^3 \int_0^{1.4} 0.0625\, x^3\, y\, dx\, dy = 0.19328$$

double integral calculator, justera först övre och undre gränser för respektive integral:

c) Find the marginal density function $f_X(x)$ for X . This function should have the form: $constant \cdot x^3$. Provide this constant.

Använd funktionen för att räkna ut ”Continuous marginal density”. Notera att undre och övre gränsen för denna integral kommer från definitionsmängden till Y.

$$\int_1^3 0.0625\, x^3\, y\, dy = 0.25\, x^3$$

Computed by Wolfram|Alpha

d)

Samma princip som i tidigare uppgift, använd här definitionsmängden för X som undre och övre gräns.

$$\int_0^2 0.0625\, x^3\, y\, dx = 0.25\, y$$

Computed by Wolfram|Alpha

e) Are X and Y independent?

De är oberoende om och endast om fxy(x,y) = fx(x)*fy(y), för alla x och alla y.
fxy(2,2) = 2^3*2 = 16 = fx(2)*fy(2) => oberoende.

f) Find the probability P(X < 1.4).

Detta är samma sak som P(0 < X < 1.4), vilket kan räknas ut genom att vi integrerar marginal density function till X, dvs 0.25*x^3:

$$\int_0^{1.4} 0.25\, x^3 \, dx = 0.2401$$

Computed by Wolfram|Alpha

g) Vi vet att X och Y är oberoende av varandra, alltså spelar det ingen som helst roll vad Y har för värde, svaret blir detsamma som i deluppgift f.