Penney’s game

Medlemmar: Albin Casparsson, Theodor Åstrand, David Gardtman, Rafael Mohlin, Anton Annenkov

1. Spelet till en början verkar rättvis när man bara tar varsin sekvens och börjar spela. Varje sekvens har samma sannolikhet så länge de inte jämförs med varandra. Man inser dock snabbt att spelare två har en fördel eftersom han får se sin motspelares sekvens. Detta gör att spelare ett kan välja en sekvens som kan vinna redan ”halvvägs” genom spelet.

Exempel: Om längden på sekvensen ska vara tre och spelare 1 väljer TTH kan spelare två använda HTT för att öka sina chanser markant. Detta bevisas om man spelar spelet kast för kast.
Bir första kastet H har spelare två redan vunnit eftersom båda då behöver TT, bara det att spelare två hela sin sekvens medan spelare ett saknar sitt sista kast. Blir kast ett T har spelare två fortfarande chans att vinna.
Blir kast två H måste spelare ett starta om och spelare två har därmed vunnit eftersom båda är tillbaka på kast ett. Får de däremot ett T har spelare ett vunnit eftersom båda behöver H.

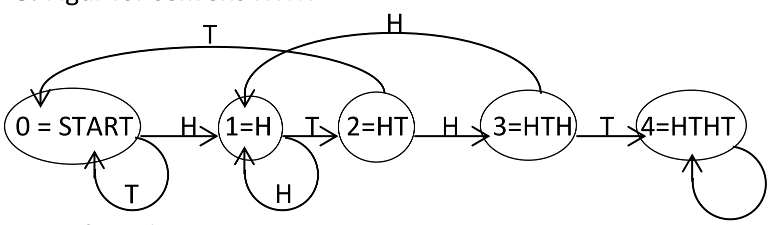
Penney’s game kan alltså göras till ett rättvist spel om man inte låter spelare 2 titta på spelare 1:s sekvens. Detta är dock inte önskvärt eftersom spelet är riggat med mening så att man ska kunna lura folk att spela som spelare 1 för ”alla sekvenser när man kastar mynt har ju samma sannolikhet att vinna”.

2. a) De tre sista mynten kan inte skapa en hel sekvens och därför är dessa inte med i summaformeln.

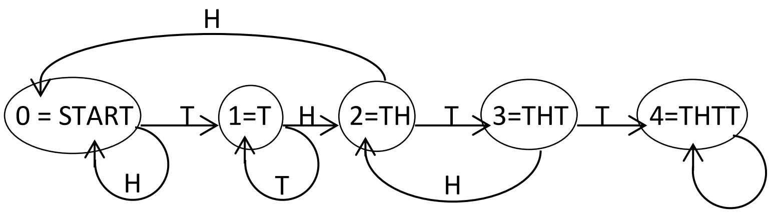
b) E[Xs] där X=4 borde vara 05.^4*97= 6.0625. Alltså troligast sex gånger. Och detta är oavsett vad S är för sekvens för både krona och klave har samma sannoklihet. Om S kan anta olika längder så beror det väntade värdet av längden n där formeln är 0.5^n*(100-(n-1)).

c) Svaret på **b)** bevisar att oavsett vad sekvensen är så har alla samma sannolikhet. Detta får det ju att låta som spelet borde vara rättvist. Regeln som säger att spelare två får se spelare 1:s sekvens förstör ju dock detta som redan nämnt.

3. Figur för sekvens HTHT



Figur för sekvens THTT

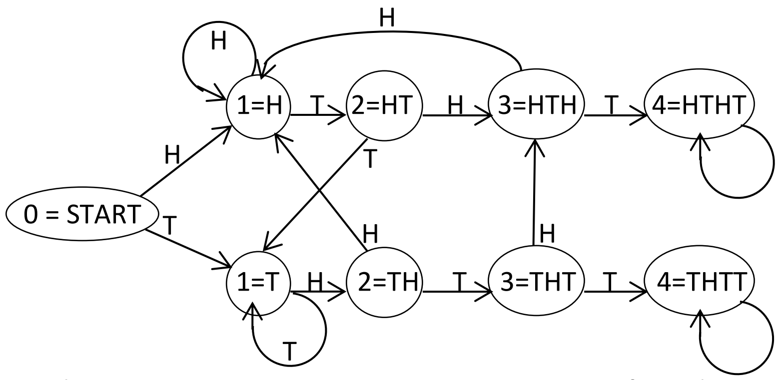


4. a) Genom att analysera våra figurer har vi insett att för...

- HTHT tar det två steg att komma från tillstånd 0 till 1, två steg att komma från tillstånd 1 till 2, sex steg att komma från tillstånd 2 till 3, och tio steg att komma från steg 3 till 4. Summerar vi dessa blir väntevärdet 20.
- THTT tar det två steg att komma från tillstånd 0 till 1, två steg att komma från tillstånd 1 till 2, sex steg att komma från tillstånd 2 till 3, och åtta steg att komma från steg 3 till 4. Summerar vi dessa blir väntevärdet 18.

b) Om vi ska gå på resultaten i 4a gissar vi att THTT vinner, men samtidigt inser vi att det är mycket mer avancerat än att bara titta på väntevärdet.

5.



Vad som är intressant att se är att i steg tre i THTT finns det en chans att man går över till steg 3 i HTHT. Inget liknande finns åt andra hållet. Vi tror att det betyder att HTHT har större chans att vinna viket vi ska beräkna i **6** och se om det stämmer. Detta styrker också teorin vi hade i **4b)** att man inte bara kan kolla på väntevärdet för att se vilken sekvens som har störst chans att vinna.

6. Om vi följer figuren ovan har vi dessa q givna:

q_{11} q_{21} q_{31} q_{41}

q_0

q_{12} q_{22} q_{32} q_{42}

Vi följer summaformeln given och söker q_0 då q_{41} är det absorberande tillståndet α, alltså då $q_{41} = 1$ och $q_{42} = 0$. Alla P_{ik} har samma sannolikhet, dvs 50%. Detta ger oss summaformlerna:

$q_{32} = 0.5*q_{31} + 0.5*q_{42}$	$q_{31} = 0.5*q_{11} + 0.5*q_{41}$
$q_{22} = 0.5*q_{32} + 0.5*q_{11}$	$q_{21} = 0.5*q_{31} + 0.5*q_{12}$
$q_{12} = 0.5*q_{22} + 0.5*q_{12}$	$q_{11} = 0.5*q_{21} + 0.5*q_{11}$
$q_0 = 0.5*q_{11} + 0.5*q_{12}$	

Vi får att $q_0 \approx 0.642857142$. 1- q_0 ger oss då sannolikheten att HTHT vinner över THTT. Sannolikheten att HTHT vinner över THTT är 0,3571428 eller 5/14.

Detta svar besvarar teorin som vi hade i uppgift **5** om att sannolikheten att THT går över till HTH i steg tre ger HTHT en större vinstchans mot THTT.