

## DSP - Project 2 - Bonus

### 1. Σήμα $s_1$

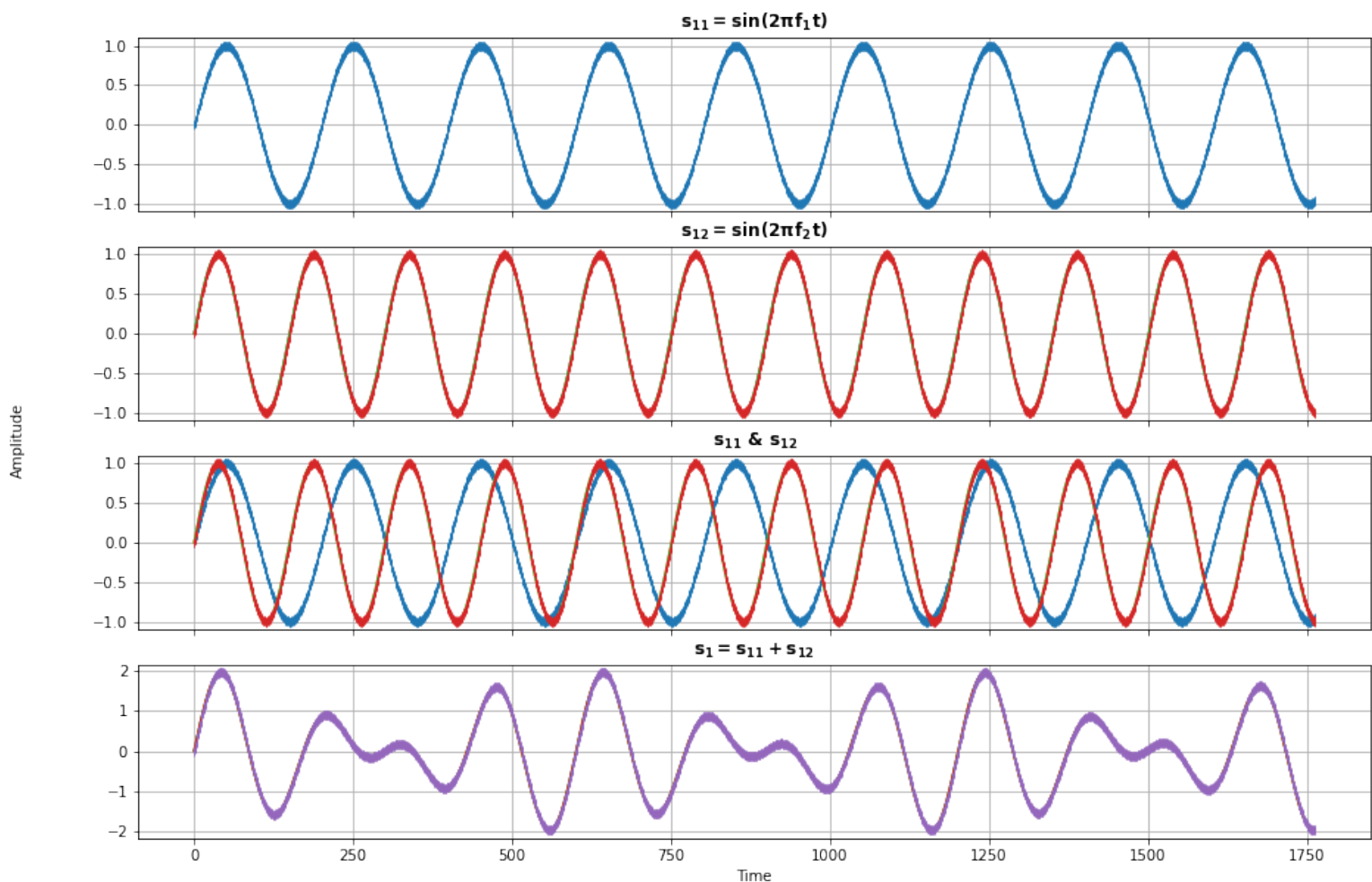
Το σήμα  $s_1$ , αποτελεί άθροισμα των επιμέρους σημάτων  $s_{11}$  και  $s_{12}$ , τα οποία είναι ημιτονοειδή, με διαφορετική συχνότητα το καθένα και μηδενική φάση (**Figure 1**). Οι συχνότητες που επιλέχθηκαν για τα 2 αυτά σήματα, οι  $f_1$  και  $f_2$ , είναι εκείνες των σημάτων της μουσικής νότας **A<sub>3</sub>** και **D<sub>4</sub>** αντίστοιχα.

$$s_{11} = \sin(2\pi f_1 t), \quad f_1 = 220\text{Hz}$$

$$s_{12} = \sin(2\pi f_2 t), \quad f_2 = 293.66\text{Hz}$$

$$s_1 = s_{11} + s_{12}$$

Figure 1:  $s_1 = s_{11} + s_{12}$



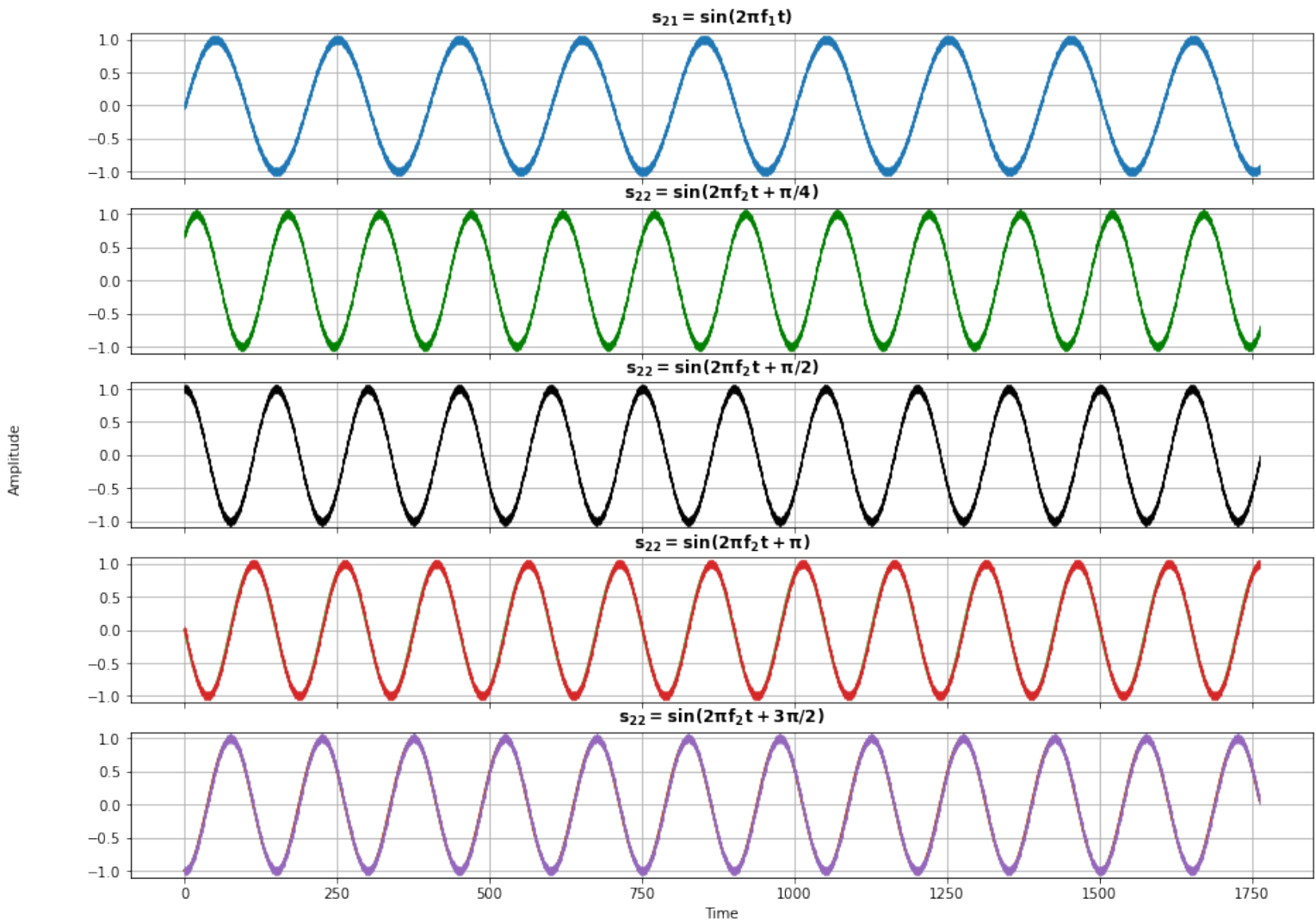
## 2. Σήμα $s_2$

Αντίστοιχα, το σήμα  $s_2$ , αποτελεί άθροισμα των επιμέρους σημάτων  $s_{21}$  και  $s_{22}$ , τα οποία είναι επίσης ημιτονοειδή, έχουν ίδιες συχνότητες με τα αντίστοιχα  $s_{11}$  και  $s_{12}$ , όμως σε αυτή την περίπτωση το  $s_{22}$  έχει φάση  $\pi/4$ ,  $\pi/2$ ,  $\pi$  και  $3\pi/2$  στις αντίστοιχες εκδοχές του ( **Figure 2** ).

$$s_{21} = \sin( 2\pi f_1 t ) , \quad f_1 = 220\text{Hz}$$

$$s_{22} = \sin( 2\pi f_2 t + \varphi ) , \quad f_2 = 293.66\text{Hz} , \quad \varphi \in \{ \pi/4, \pi/2, \pi, 3\pi/2 \}$$

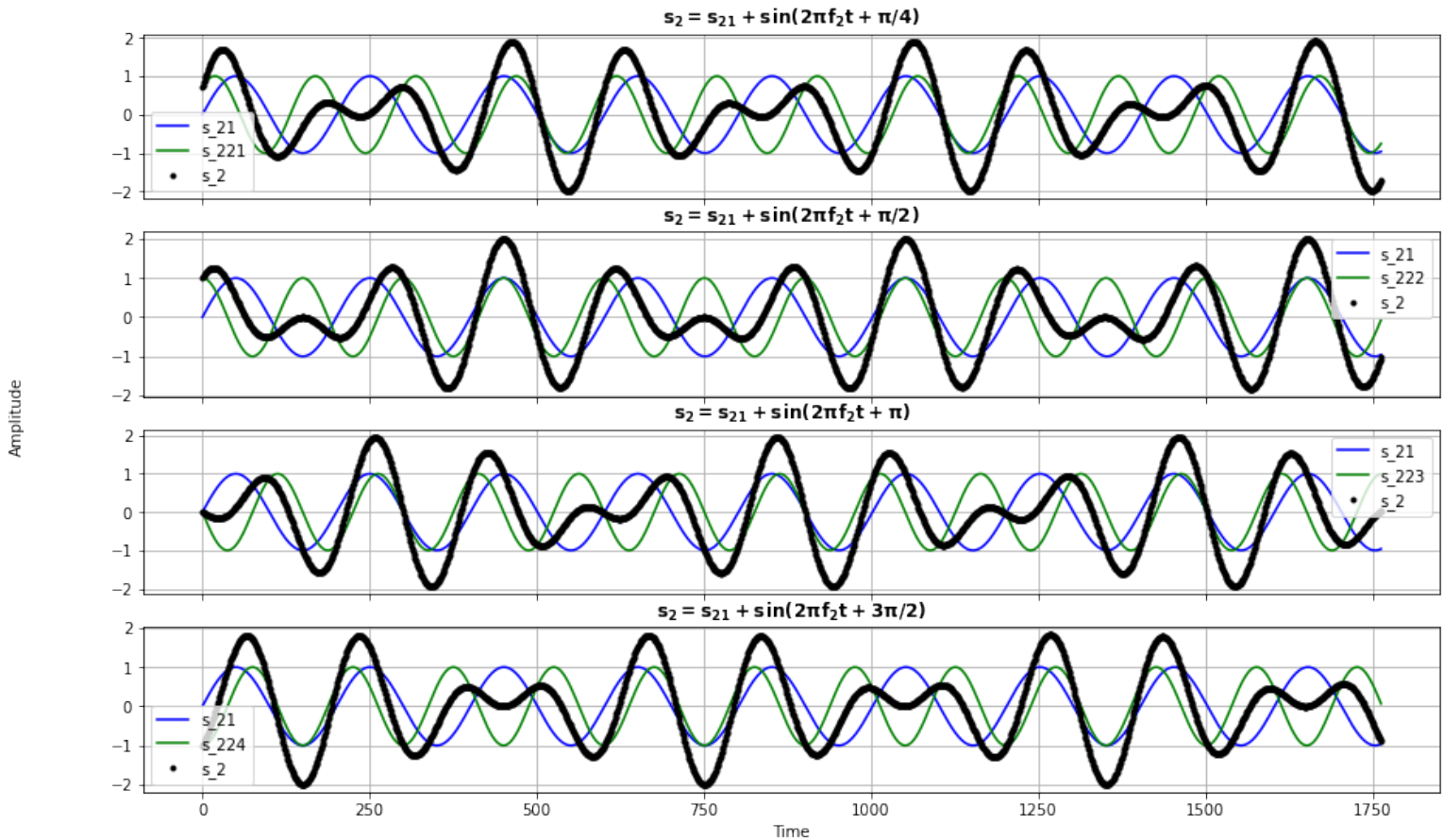
Figure 2:  $s_{21}$  and 4 versions of  $s_{22}$  with different phase



Στο **Figure 3**, εμφανίζονται όλες οι εκδοχές του σήματος  $s_2$ , ανάλογα με την περίπτωση του  $s_{22}$ .

$$s_2 = s_{21} + s_{22}$$

**Figure 3 : 4 different versions of  $s_2 = s_{21} + s_{22}$  with respect to the difference versions of  $s_{22}$**



Όσον αφορά τον ήχο των παραπάνω, τα επιμέρους σήματα  $s_{11}$ ,  $s_{12}$ ,  $s_{21}$  και όλες οι περιπτώσεις του  $s_{22}$ , είναι απλοί τόνοι και μάλιστα οι νότες Λα και Ρε, άρα το μίξιμά τους 2 (άθροισμα) κάθε φορά, σημαίνει διαισθητικά και “ταυτόχρονο” άκουσμα αυτών των καθαρών τόνων, δηλαδή τα σύνθετα σήματα  $s_1$  και  $s_2$ , με διπλάσιο εύρος πλάτους, καθώς:

$$s_{11}, s_{12}, s_{21}, s_{22} \in [-1, 1] \text{ και } s_1, s_2 \in [-2, 2]$$

### 3. Σήμα $s$

Το σήμα  $s$ , προκύπτει από το άθροισμα των  $s_1$  και  $s_2$ . Οι γραφικές παραστάσεις των επιμέρους αυτών σημάτων παρουσιάζονται παρακάτω, όπως επίσης και οι διαφορετικές εκδοχές του σήματος, ανάλογα με τις αντίστοιχες εκδοχές του  $s_2$  που παρουσιάστηκαν παραπάνω.

$$s = s_1 + s_2$$

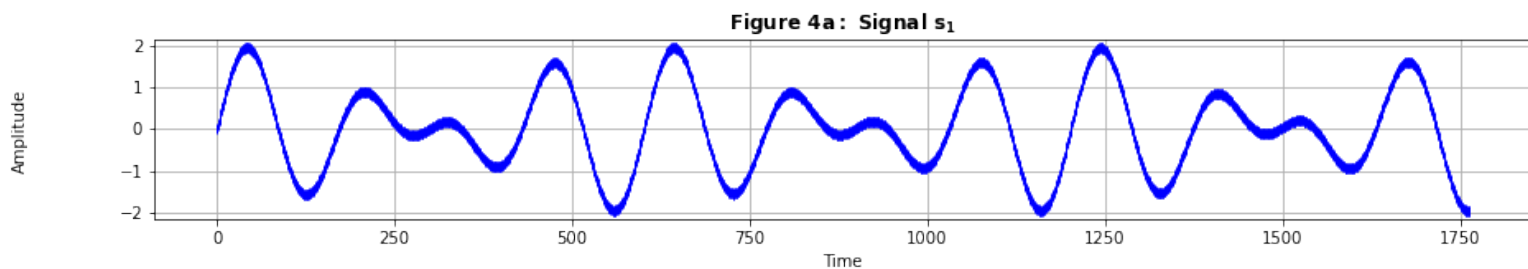
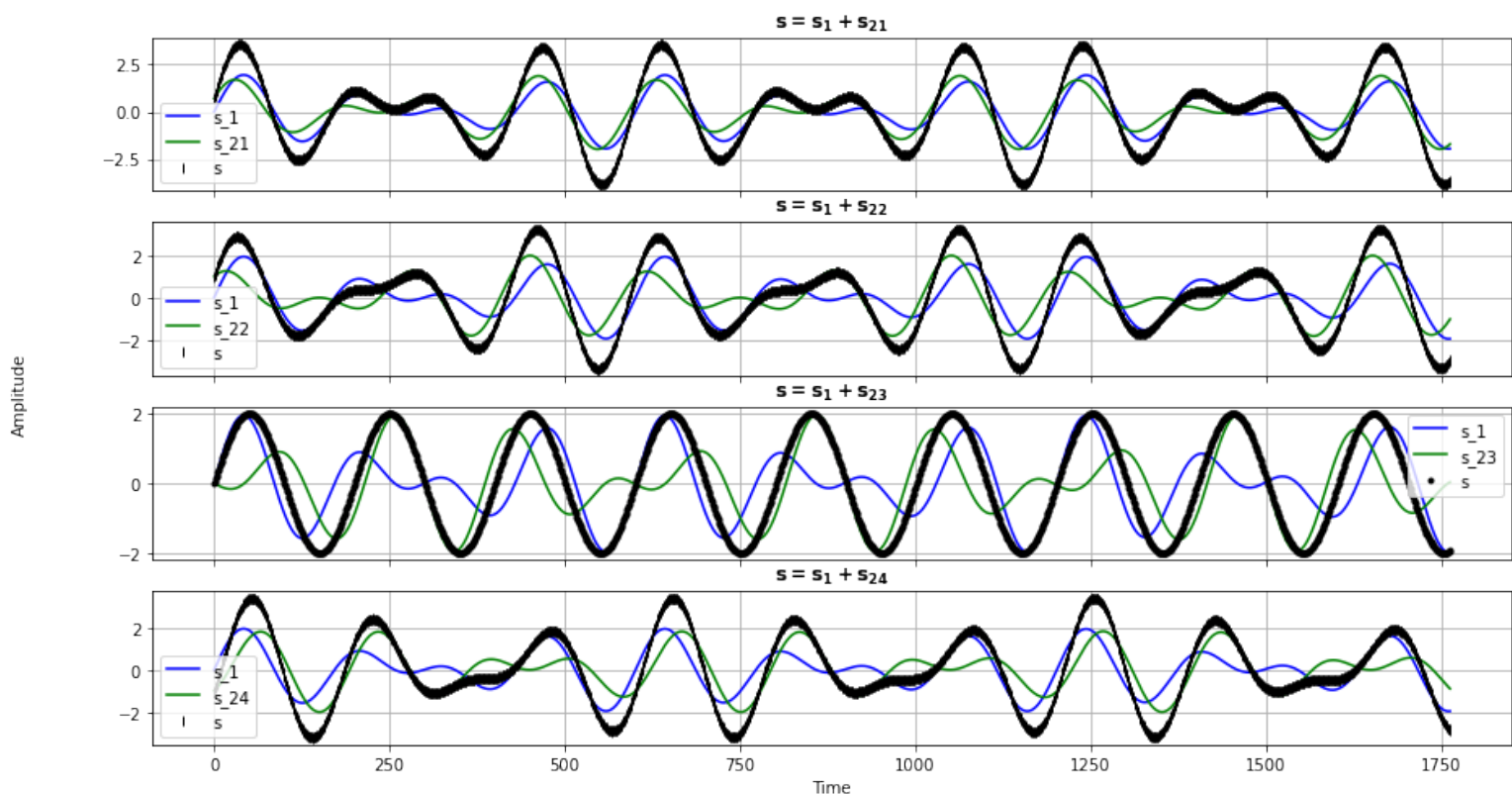
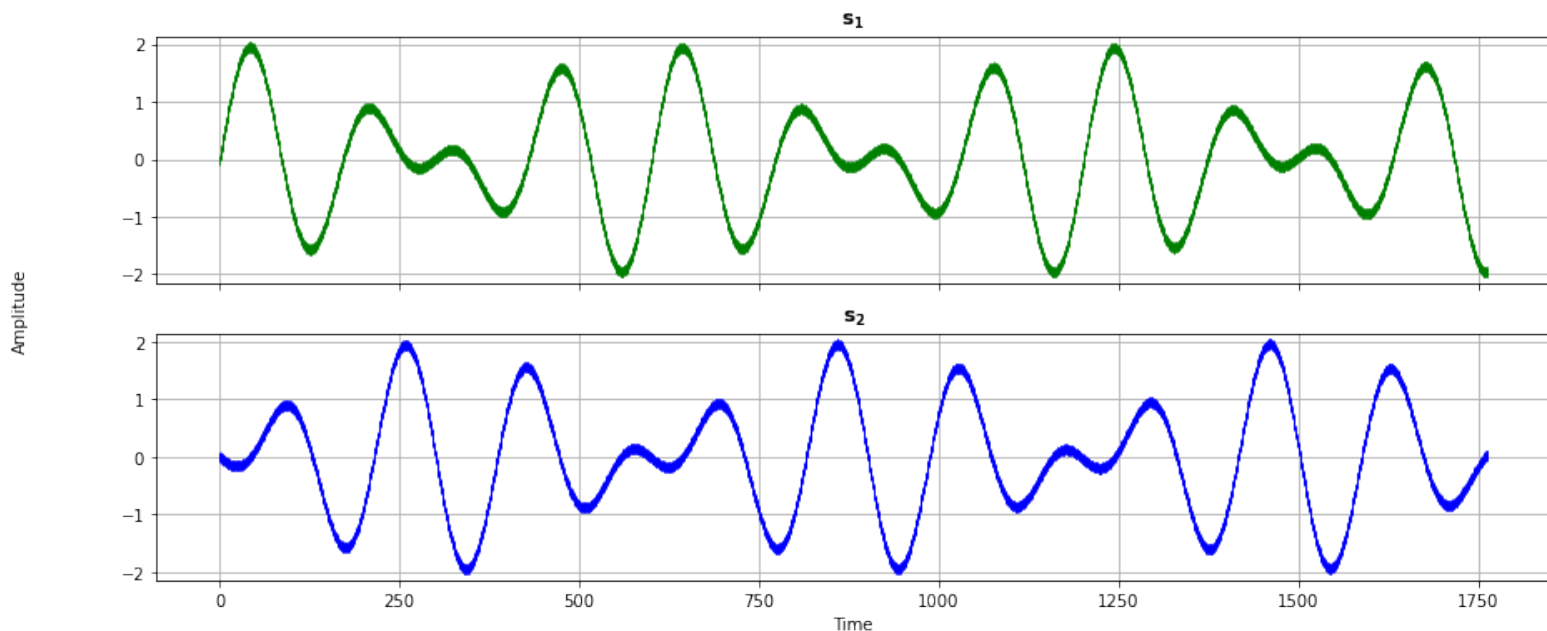


Figure 4b: 4 different versions of  $s = s_1 + s_2$  with respect to the difference versions of  $s_2$



Σε αυτή την περίπτωση, ο ήχος των παραπάνω κάνει ακόμα πιο φανερό ότι το  $s$  πρόκειται για σύνθετο σήμα, εκτός από την **περίπτωση 3**, όπου το παραγόμενο είναι καθαρός τόνος, ίδιος με τον αρχικό  $s_{11}$  και  $s_{21}$ , δηλαδή η νότα Λα.

Figure 5



Γι' αυτό το λόγο παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον αυτή η 3η περίπτωση των  $s_1$  και  $s_2$  (**Figure 5**), όπου το τελικό σήμα  $s$  είναι **ημιτονοειδές**, με συχνότητα **220Hz** ( $= f_1$ ) και πλάτος **2**, δηλαδή με εξίσωση της μορφής:

$$s = 2 \sin(2\pi 220t),$$

κάτι το οποίο αποδεικνύεται και ως εξής:

$$s = s_1 + s_2$$

$$s = \sin(2\pi 220t) + \sin(2\pi 293.66t) + \sin(2\pi 220t) + \sin(2\pi 293.66t + \pi)$$

$$s = 2 \sin(2\pi 220t) + \sin(2\pi 293.66t) + \sin(2\pi 293.66t + \pi)$$

$$s = 2 \sin(2\pi 220t) + \sin(2\pi 293.66t) - \sin(2\pi 293.66t) \quad (\sin(2\pi t \pm \pi) = -\sin(2\pi t))$$

$$s = 2 \sin(2\pi 220t)$$

Στο **Figure 6** που ακολουθεί, παρουσιάζεται ένας κύκλος / περίδος του σήματος  $s$ , σε σύγκριση με έναν κύκλο του αρχικού ημιτονοειδούς σήματος, συχνότητας 220Hz, όπου επιβεβαιώνεται για άλλη μια φορά η μόνη διαφορά τους, το διπλάσιο πλάτος του τελικού σήματος  $s$ .

