

DSP - Project 2 - Bonus

1. Σήμα s_1

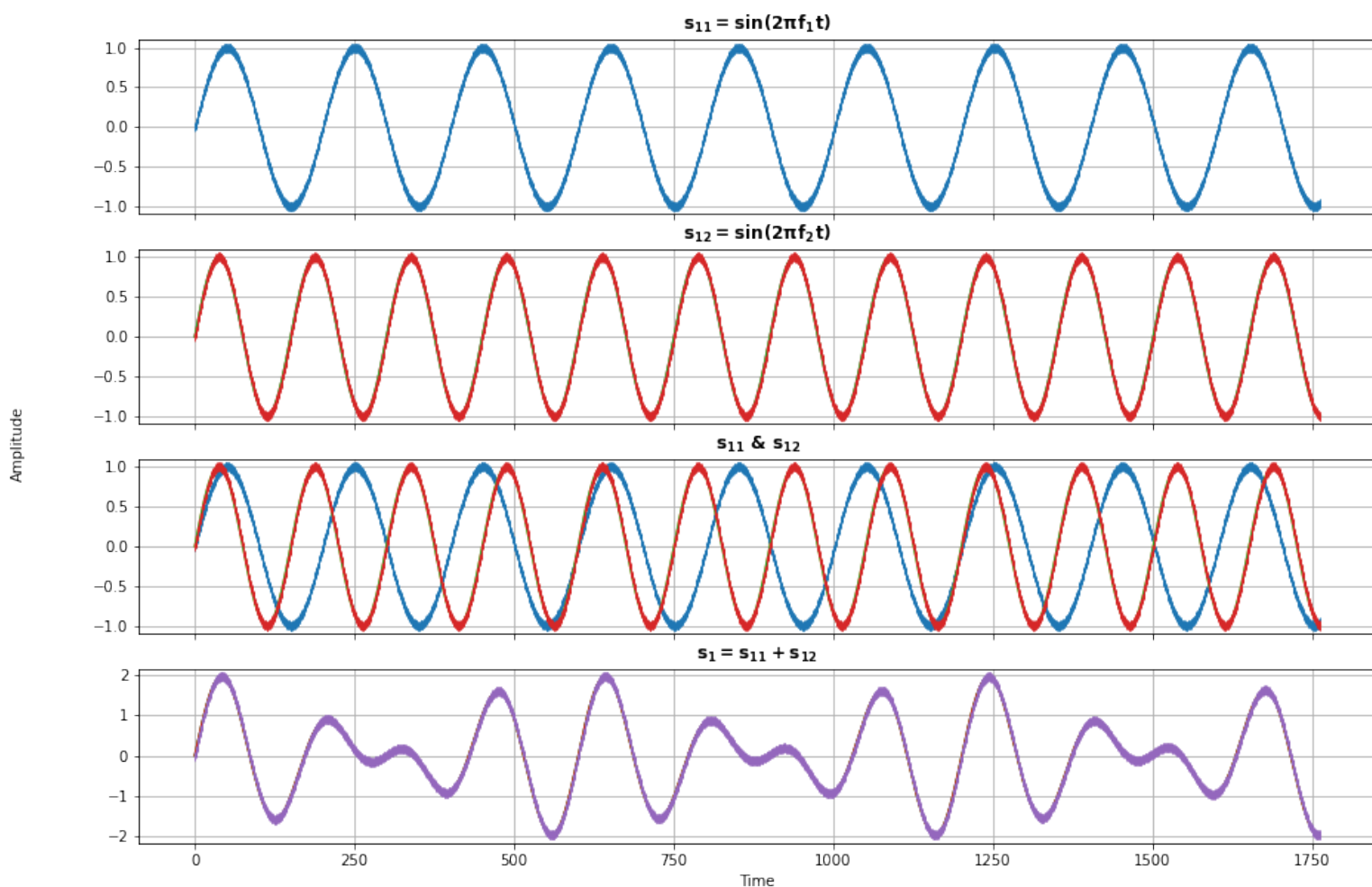
Το σήμα s_1 , αποτελεί άθροισμα των επιμέρους σημάτων s_{11} και s_{12} , τα οποία είναι ημιτονοειδή, με διαφορετική συχνότητα το καθένα και μηδενική φάση (**Figure 1**). Οι συχνότητες που επιλέχθηκαν για τα 2 αυτά σήματα, οι f_1 και f_2 , είναι εκείνες των σημάτων της μουσικής νότας **A₃** και **D₄** αντίστοιχα.

$$s_{11} = \sin(2\pi f_1 t), \quad f_1 = 220\text{Hz}$$

$$s_{12} = \sin(2\pi f_2 t), \quad f_2 = 293.66\text{Hz}$$

$$s_1 = s_{11} + s_{12}$$

Figure 1: $s_1 = s_{11} + s_{12}$



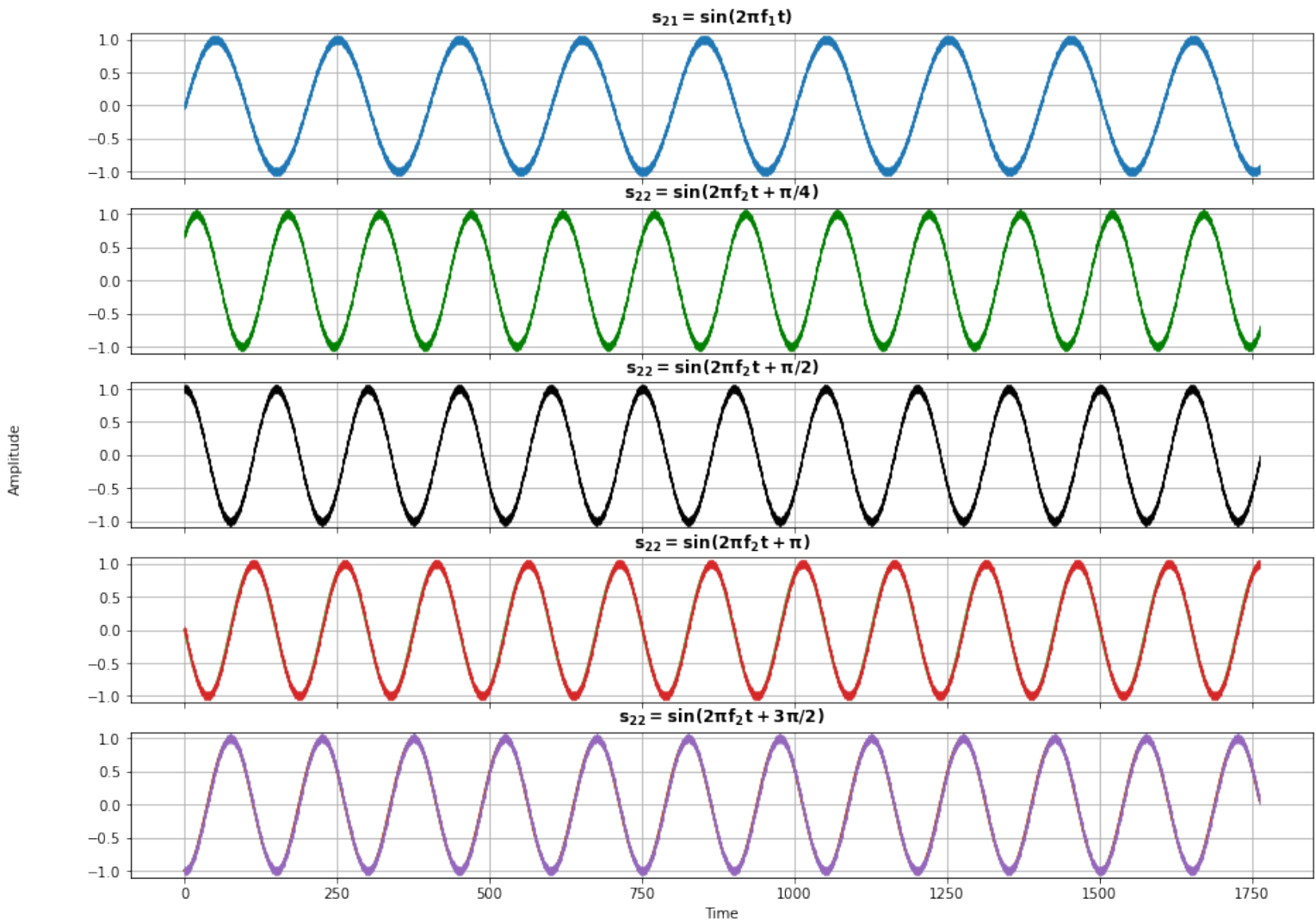
2. Σήμα s_2

Αντίστοιχα, το σήμα s_2 , αποτελεί άθροισμα των επιμέρους σημάτων s_{21} και s_{22} , τα οποία είναι επίσης ημιτονοειδή, έχουν ίδιες συχνότητες με τα αντίστοιχα s_{11} και s_{12} , όμως σε αυτή την περίπτωση το s_{22} έχει φάση $\pi/4$, $\pi/2$, π και $3\pi/2$ στις αντίστοιχες εκδοχές του (**Figure 2**).

$$s_{21} = \sin(2\pi f_1 t) , \quad f_1 = 220\text{Hz}$$

$$s_{22} = \sin(2\pi f_2 t + \varphi) , \quad f_2 = 293.66\text{Hz} , \quad \varphi \in \{ \pi/4, \pi/2, \pi, 3\pi/2 \}$$

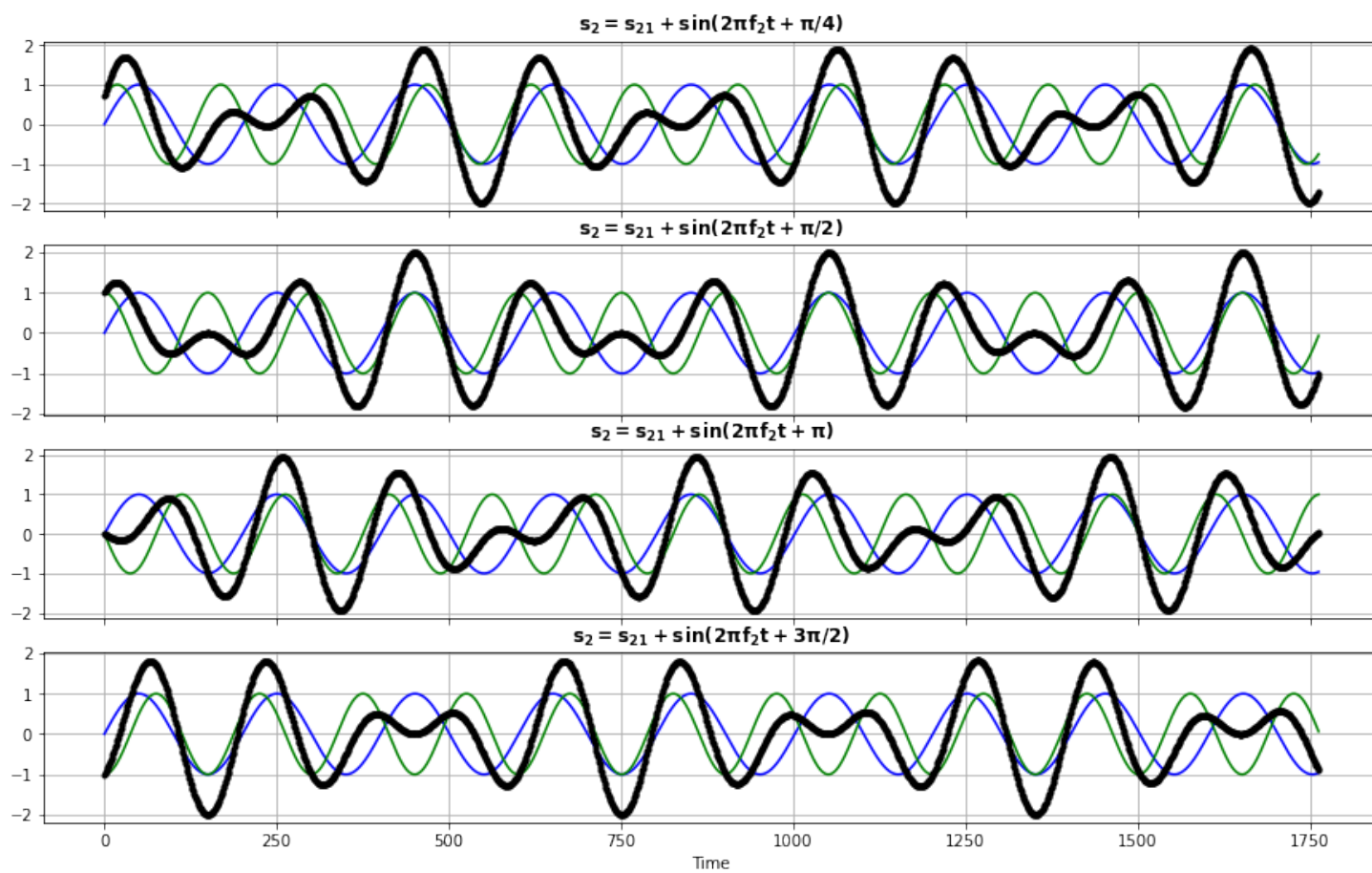
Figure 2: s_{21} and 4 versions of s_{22} with different phase



Στο **Figure 3**, εμφανίζονται όλες οι εκδοχές του σήματος s_2 , ανάλογα με την περίπτωση του s_{22} .

$$s_2 = s_{21} + s_{22}$$

Figure 3 : 4 different versions of $s_2 = s_{21} + s_{22}$ with respect to the difference versions of s_{22}



3. Σήμα s

Το σήμα s , προκύπτει από το άθροισμα των s_1 και s_2 . Οι γραφικές παραστάσεις των επιμέρους αυτών σημάτων παρουσιάζονται παρακάτω, όπως επίσης και οι διαφορετικές εκδοχές του σήματος, ανάλογα με τις αντίστοιχες εκδοχές του s_2 που παρουσιάστηκαν παραπάνω.

$$s = s_1 + s_2$$

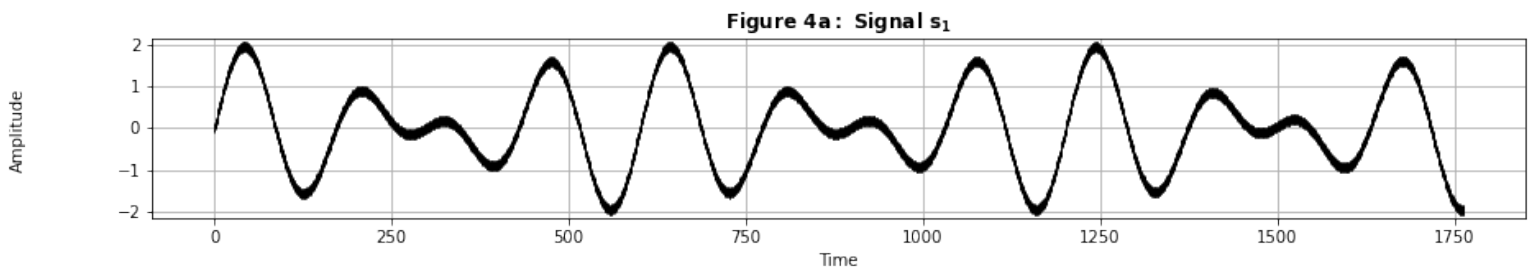
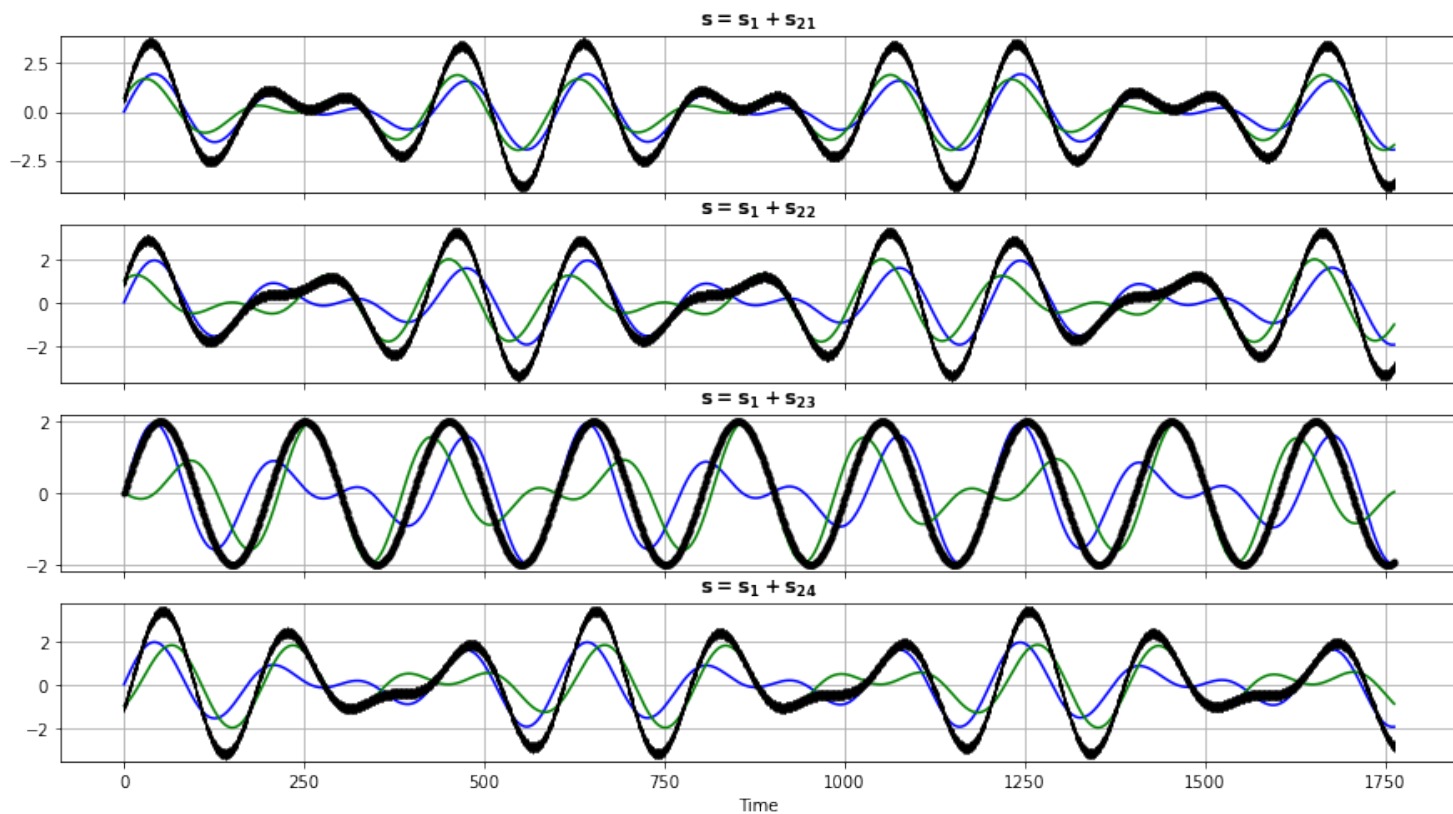
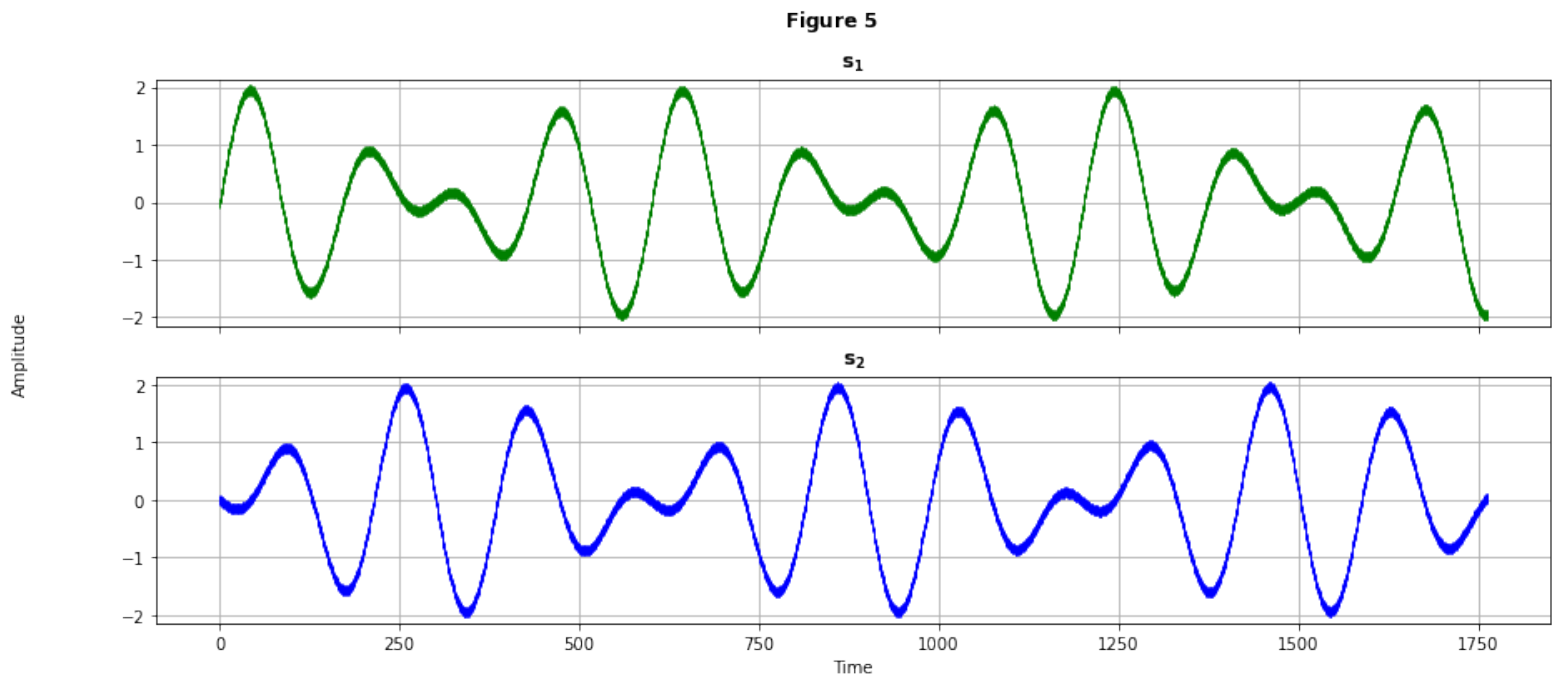


Figure 4b: 4 different versions of $s = s_1 + s_2$ with respect to the difference versions of s_2





Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η **3η** περίπτωση των **s_1** και **s_2** (**Figure 5**), όπου το τελικό σήμα **s** είναι **ημιτονοειδές**, με συχνότητα **220Hz** ($= f_1$) και πλάτος **2**, δηλαδή με εξίσωση της μορφής:

$$s = 2 \sin(2\pi 220t) ,$$

κάτι το οποίο αποδεικνύεται και ως εξής:

$$\begin{aligned} s &= s_1 + s_2 \\ s &= \sin(2\pi 220t) + \sin(2\pi 293.66t) + \sin(2\pi 220t) + \sin(2\pi 293.66t + \pi) \\ s &= 2 \sin(2\pi 220t) + \sin(2\pi 293.66t) + \sin(2\pi 293.66t + \pi) \\ s &= 2 \sin(2\pi 220t) + \sin(2\pi 293.66t) - \sin(2\pi 293.66t) , (\sin(2\pi t \pm \pi) = - \sin(2\pi t)) \\ s &= 2 \sin(2\pi 220t) \\] \end{aligned}$$

Στο **Figure 6** που ακολουθεί, παρουσιάζεται ένας κύκλος/περίδος του σήματος **s** , σε σύγκριση με έναν κύκλο του αρχικού ημιτονοειδούς, συχνότητας 220Hz.

