UMONS
Université de Mons

Faculté Polytechnique

Rapport de projet - Théorie des circuits

Synthèse d'un amplificateur de classe D

Noms des auteurs :
Théau PAUWELS
Mathys ROGGE

POLYTECH MONS

Sous la direction de :
Prof. T.DUTOIT
Assistant H.BOHY
Date du rapport:
06 décembre 2024

ACADÉMIE UNIVERSITAIRE WALLONIE-BRUXELLES

Table des matières

Chapitre 1

Principe de fonctionnement

1.1 Modulation PWM

1.1.1 Graphique Python

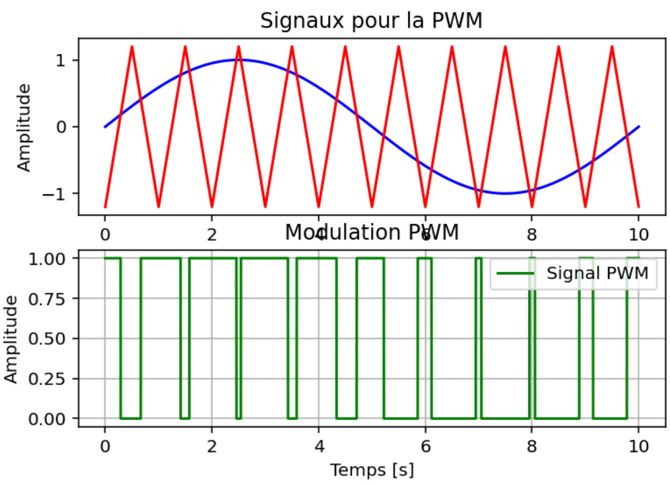

FIGURE 1.1 – Superposition du signal triangle sur le sinus et modulation PWM correspondante

Quand on superpose le signal triangle sur le signal sinusoïdale, on peut facilement déterminer la Modulation PWM. En effet, si on y regarde de plus près la superposition des signaux, la modulation est d'amplitude 1 quand le signal triangle passe au dessus du sinusoïdale, et est d'amplitude 0 quand le signal triangle passe en dessus du sinusoïdale. On obtient donc un signal qui alterne entre l'amplitude 1 et 0 en fonction des signaux d'entrée. On peut notamment voir que la modulation a une amplitude de 1 sur des plus grands intervalles de temps aux abords des maxima du sinus, et une amplitude de 0 aux abords des minima du sinus.

1.1.2 Influence de la fréquence du signal triangulaire

La fréquence du signal triangulaire utilisé pour la modulation PWM joue un rôle essentiel dans la qualité de la modulation. **Une fréquence élevée** entraîne une modulation plus fine, ce qui permet de mieux reproduire les variations du signal sinusoïdale. Cela réduit les artefacts de quantification et améliore la fidélité du signal après filtrage. **Une fréquence trop basse** induit une largeur d'impulsions plus grossière, ce qui introduit davantage de distorsion et rend la reconstitution du signal sinusoïdale plus difficile après filtrage. Cela peut entraîner une perte de détails dans le signal amplifié.

1.1.3 Influence de l'amplitude du signal triangulaire

L'amplitude du signal triangulaire influence la largeur des impulsions PWM générées. **Une amplitude plus grande** que celle du signal sinusoïdale implique que les variations de la largeur des impulsions sont proportionnelles, ce qui garantit une modulation linéaire. **Une amplitude proche ou inférieure** à celle du signal sinusoïdale peut conduire à une modulation PWM plus déformée, car les impulsions auront une largeur presque constante ou très variable, ce qui perturbera la fidélité de la reconstruction du signal original.

1.1.4 PWM avec $f_{triangle} = 20[kHz]$ et $f_{sinus} = 1[kHz]$

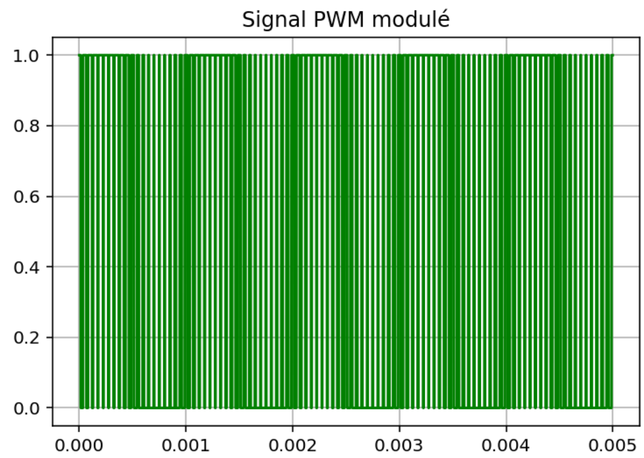

FIGURE 1.2 – Modulation PWM correspondant à la superposition de l'onde triangulaire et du signal sinusoïdale pour une fréquence d'échantillonnage de $1[MHz]$

1.1.5 Diminution de la fréquence échantillonnage

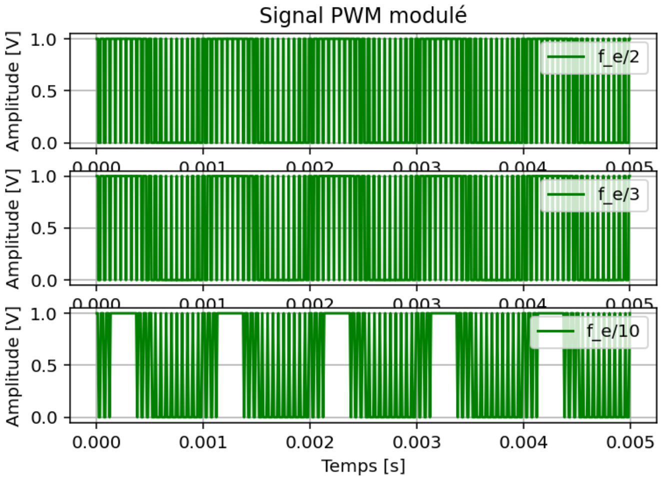

Figure 1.3 – Modulation PWM pour une fréquence d'échantillonnage divisée par 2, 3 et 10

Pour $f_e = \frac{10^6}{10}[Hz]$, le signal PWM se "troue" (intervalles ou le signal est up et sans variation). Ce qui est bien différent du signal que l'on retrouve pour $\frac{f_e}{2}$ et $\frac{f_e}{3}$

1.1.6 Fréquence d'échantillonnage minimale

Si l'on se base sur le cours de "Signaux, systèmes et commandes", la fréquence d'échantillonnage doit être au minimum 2 fois supérieure à la fréquence du signal à échantillonner. Cela s'explique que pour un signal sinusoïdale avec une fréquence f_{sin}, les maxima et les minima se trouvent à $T = \frac{2}{f_{sin}}$, il faut donc au moins $2f_{sin}$ pour les échantillonner correctement.

1.2 TDH

$$TDH = \frac{\sqrt{(\sum |Y_{k.f_0}|^2) - (|Y_{f_0}|^2 + |Y_{-f_0}|^2)}}{\sqrt{\sum |Y_{k.f_0}|^2}} < 1$$

1.3 Amplification

1.3.1 Signal PWM amplifié

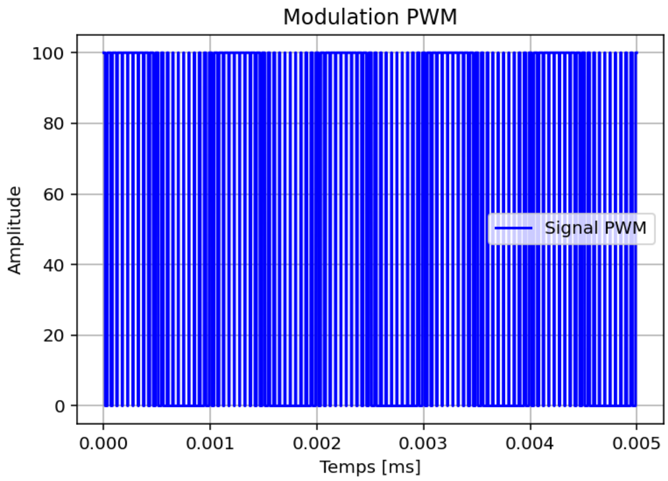

FIGURE 1.4 – Amplification du signal PWM par un facteur 100

1.3.2 Visualisation de `sc.freqz()` dans Python

1.3.3 Signal de départ

Prenons la figure 1.6. Le maximum local que l'on voit représente bien la sinusoïdale de départ. De même avec la figure 1.7, on trouve également un maximum local, correspondant au signal triangulaire. On retrouve donc dans le spectre la fréquence des signaux de départ $f_{sin} = 1[KHz]$ et $f_{triangle} = 20[kHz]$

1.4 Filtrage

1.4.1 Type de filtre

Afin de retrouver la sinusoïde du signal de départ, il faut utiliser un filtre passe bas afin de bloquer toutes les harmoniques issues de la modulation et du signal triangulaire.

A_p (perte dans la bande passante)

Elle détermine combien de perte est acceptable dans la bande passante du filtre. Dans un système audio, on attend typiquement une perte faible. Cela signifie que l'on souhaite que le signal à la fréquence fondamentale passe pratiquement sans atténuation.

A_s (atténuation dans la bande de coupure)

L'atténuation dans la bande de coupure, c'est-à-dire au-delà de la fréquence de coupure, devrait être significative pour éliminer les harmoniques. Cela pourrait être dans la plage de 40 à $60[dB]$ pour éviter que des composantes indésirables influencent le signal de sortie.

Ω_p (fréquence de coupure passante)

La fréquence de coupure est déterminée par la fréquence fondamentale du signal sinusoïdal, qui est de $1[kHz]$. Cette fréquence de coupure peut être légèrement au-dessus de cette valeur, par exemple à $2[kHz]$ pour s'assurer que la fréquence fondamentale et ses premières harmoniques passent.

Ω_s (fréquence de coupure stop-band)

La fréquence de coupure dans la bande stop doit être choisie pour éliminer efficacement les harmoniques du signal PWM, qui sont présentes autour de $20[kHz]$ (la fréquence du signal triangulaire utilisé pour la modulation PWM).

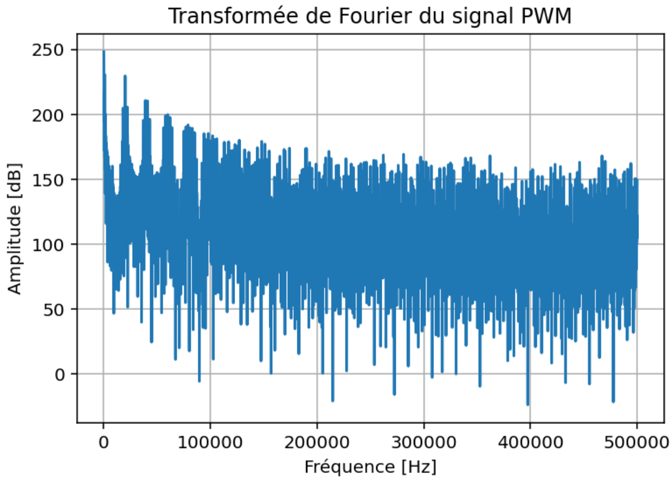

Figure 1.5 – Transformée de Fourier du signal PWM après amplification

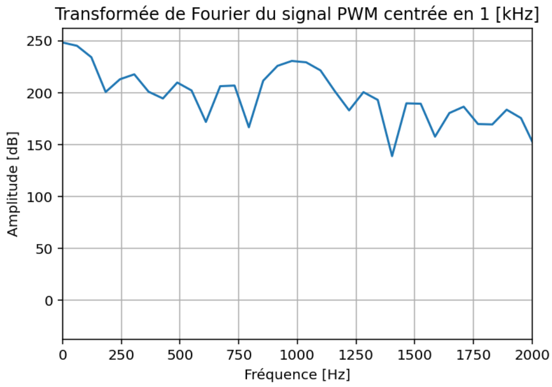

Figure 1.6 – Transformée de Fourier du signal PWM après amplification, centrée en 1 kHz

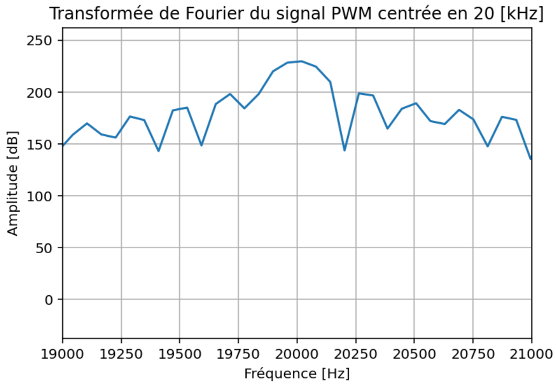

Figure 1.7 – Transformée de Fourier du signal PWM après amplification, centrée en 20 kHz

1.4.2 Evolution du TDH après la modulation

La modulation induit des harmoniques autour de la fréquence du signal triangulaire. Cependant cette distorsion cause une perte dans le signal, qui sera visible dans le TDH. C'est là que le filtre intervient et bloque les fréquences harmoniques de la modulation, permettant d'améliorer un peu le TDH. Le TDH augmentera en même temps que la fréquence de la porteuse.

1.4.3 Ordre de grandeur pour TDH

Avant filtrage

Lors de la modulation PWM, le TDH peut être élevé en raison des nombreuses harmoniques générées par cette modulation. Cependant, après amplification et filtrage, la distorsion due aux harmoniques peut être fortement atténuée.

Après filtrage

Le filtrage passe-bas réduit la distorsion des harmoniques au-delà de la fréquence de coupure, et donc le TDH peut descendre à des niveaux entre $0.1[\%]$ et $1[\%]$ (soit une atténuation de 40 à $60[dB]$ des harmoniques).

Conclusion

Le TDH final pour un amplificateur numérique de classe D, après filtrage, se situera probablement entre $0.1[\%]$ et $1[\%]$, ce qui est un niveau acceptable pour une reproduction sonore de qualité, tout en étant beaucoup plus faible que celui obtenu sans filtrage.

Chapitre 2

Conception du filtre de sortie

2.1 Approximation des filtres

2.1.1 Butterworth

Filtre d'ordre 30 avec comme fréquence de coupure $\omega = 0.1615$

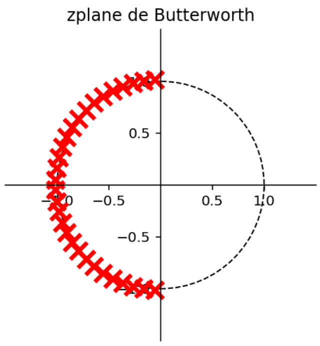

FIGURE 2.1 – Pôles de l'approximation de Butterworth du filtre

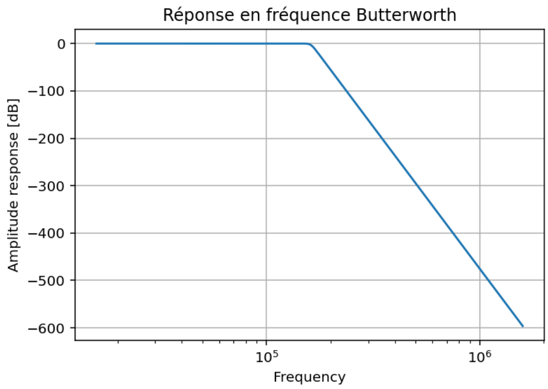

FIGURE 2.2 – Réponse en fréquence de l'approximation de Butterworth

L'ordre de la fonction de transfert devrait être égal à 5. Or ici, nous avons un approximation d'ordre 30, ce qui dépasse largement l'ordre maximum que nous nous imposons.

2.1.2 Chebychev 1

Filtre d'ordre 10 avec comme fréquence de coupure $\omega = 0.1592$

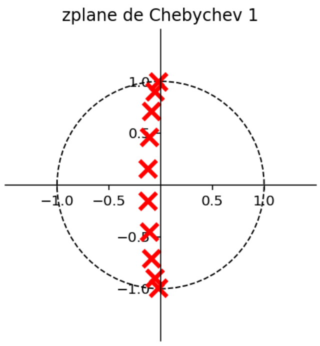

FIGURE 2.3 – Pôles de l'approximation de Chebychev 1 du filtre

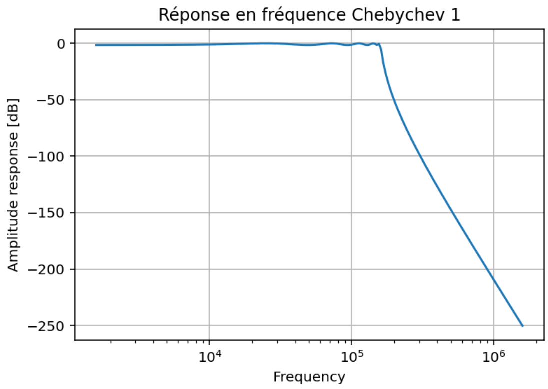

FIGURE 2.4 – Réponse en fréquence de l'approximation de Chebychev 1

Idem ici, nous avons toujours un ordre supérieur à la tolérance de 5 (la fonction de transfert de l'approximation de Chebychev 1 est d'ordre 10, donc encore trop élevé pour notre étude)

2.1.3 Cauer

Filtre d'ordre 5 avec comme fréquence de coupure $\omega = 0.1592$ et comme fonction de transfert $H_{Cauer}(p) = \frac{0.047p^4+0.22p^2+0.23}{p^5+0.92p^4+1.85p^3+1.13p^2+0.79p+0.23}$

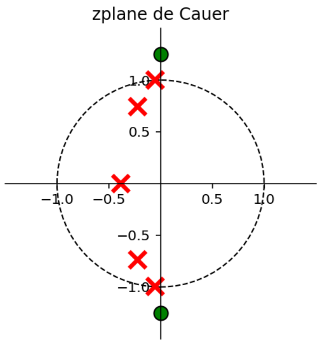

FIGURE 2.5 – Pôles et zéros de l'approximation de Cauer du filtre

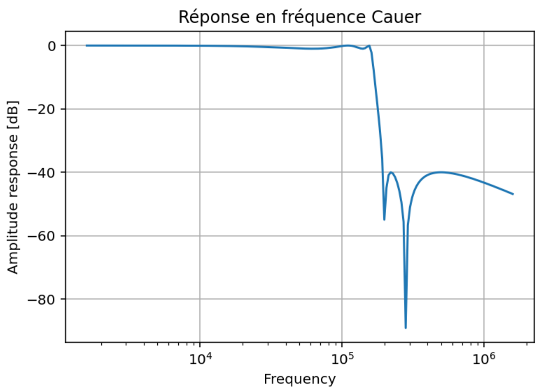

FIGURE 2.6 – Réponse en fréquence de l'approximation de Cauer

Pour l'approximation de Cauer, la fonction de transfert est d'ordre 5, elle respecte donc bien notre critère de sélection du filtre passe-bas.

2.2 Choix du filtre

De par le fait qu'il ne faut pas dépasser un filtre d'ordre 5, seul le filtre de Cauer peut-être considéré ici.

2.3 Synthèse du filtre

Le filtre d'ordre 5 peut être synthétisé à partir des coefficients fournis par la fonction `sc.ellip()`. Nous devons pour cela utiliser sur les coefficients du dénominateur et du numérateur la fonction `np.root()` de `NumPy` pour obtenir les pôles et zéros de la fonction de transfert. Une fois la fonction de transfert obtenue, on peut utiliser la fonction `np.poly()` afin d'obtenir des coefficients de fractions simples pour les éléments que nous placerons en cascade.
N.B. : Nous approximerons les coefficients des fonctions précédemment calculés dans ce document. A noter que ces derniers ont été implémentés en utilisant toutes les décimales.

```
# paramètres
w_min = -2
w_max = 2

# calcul des zeros pour les fcts des cellules
num = np.roots(b)
den = np.roots(a)
```

Afin d'éviter les surtensions, il faut classer les cellules par ordre croissant de facteur de qualité Q. Cela revient à rassembler les pôles et zéros les plus proches afin de minimiser $D = |\rho_{poles} - \rho_{zéros}|$. Ce qui conduit à l'ordre suivant pour nos cellules ; le filtre 3, le filtre 2 et le filtre 1 (nous détaillerons ces filtres dans les points suivants).

2.3.1 Filtre 1

```
Input :
print("num1 = ", np.poly([num[0], num[1]]))
print("den1 = ", np.poly([den[0], den[1]]))
print("Gain K_1 =", 20*np.log10(abs(K_1)), "[dB]", K_1)

Output :
num1 =  [1.         0.         3.1127137]
den1 =  [1.         0.09984142 0.99889143]
Gain K_1 = 9.872417848715616 [dB] =  3.11616820779209
rho_1 pôles = 0.9977840796453636
```

Le premier filtre aura donc comme fonction de transfert $H_1(p) \approx \frac{p^2+3.11}{p^2+0.10p+1}$ avec un correction de gain qui devra être de $\approx -9.87[dB]$.

2.3.2 Filtre 2

```
Input :
print("num2 = ", np.poly([num[2], num[3]]))
print("den2 = ", np.poly([den[2], den[3]]))
print("Gain K_2 =", 20*np.log10(abs(K_2)), "[dB]", K_2)

Output :
num2 =  [1.         0.         1.57203342]
den2 =  [1.         0.43821346 0.59713909]
Gain K_2 = 8.407725445018915 [dB] =  2.6326084579655618
rho_2 pôles = 0.35657509331168136
```

Le deuxième filtre aura donc comme fonction de transfert $H_2(p) \approx \frac{p^2+1.57}{p^2+0.44p+0.6}$ avec un correction de gain qui devra être de $\approx -8.41[dB]$.

2.3.3 Filtre 3

```
Input :
print("den3 = ", np.poly([den[4]]))
print("Gain K_3 =", 20*np.log10(abs(K_3)), "[dB]", K_3)

Output :
den3 =  [1.         0.38534434]
Gain K_3 = 8.283020306162175 [dB] =  2.595081581540222
```

Le troisième filtre aura donc comme fonction de transfert $H_3(p) \approx \frac{1}{p+0.39}$ avec un correction de gain qui devra être de $\approx -8.28[dB]$.

2.4 Vérification Python

2.4.1 Cellule 1

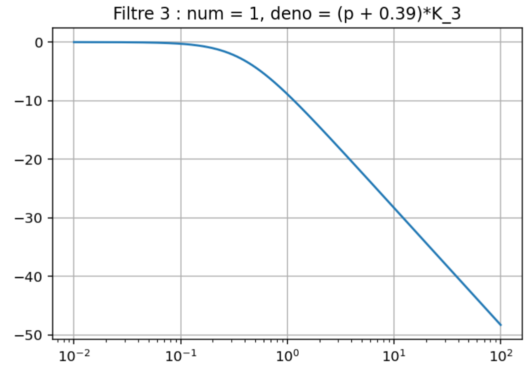

FIGURE 2.7 – Réponse en fréquence de la première cellule (filtre n° 3)

$H_{cell-1}(p)$ est la fonction d'ordre la plus basse parmi les cellules. Pour ce qui est de ses paramètres, il y a un pôle en $\approx \frac{1}{0.39} \approx 2.56$, et notre gain initial vaut $\approx -8.28[dB]$. Afin de conserver notre gain de Cauer, il est nécessaire de diviser la fonction de transfert $H(p)$ par un facteur $K_3 \approx 2.60$ notre fonction de transfert.

2.4.2 Cellule 2

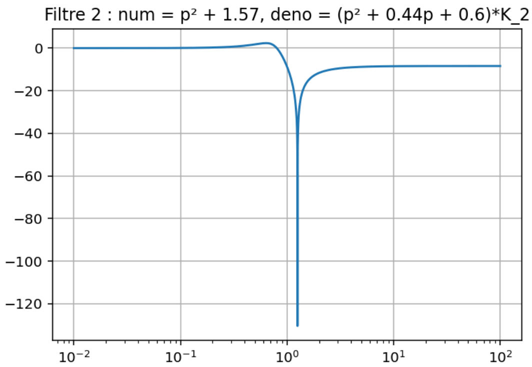

FIGURE 2.8 – Réponse en fréquence de la deuxième cellule (filtre n° 2)

Le facteur K_2 vaut ≈ 0.36, nous devons donc diviser $H_{filtre2}(p)$ par ≈ 0.36 pour obtenir $H_{cell-2}(p)$ qui commence bien à $0[dB]$.

2.4.3 Cellule 3

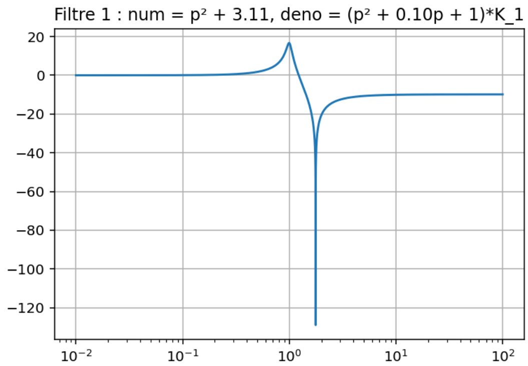

FIGURE 2.9 – Réponse en fréquence de la troisième cellule (filtre n° 1)

Le facteur K_1 vaut ≈ 3.12, nous devons donc diviser $H_{filtre1}(p)$ par ≈ 3.12 pour obtenir $H_{cell-3}(p)$ qui commence bien à $0[dB]$.

2.4.4 Réponse globale

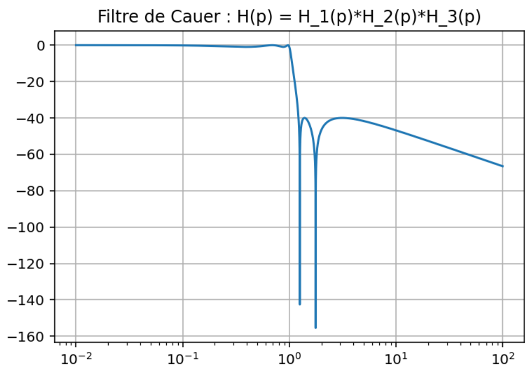

FIGURE 2.10 – Réponse en fréquence des cellules mises en cascade

On retrouve bien le filtre de Cauer synthétisé au point 2.1.3 (à noter que la fréquence de ce graphique n'a pas été dénormalisée et n'est pas affichée avec la même échelle que la figure 2.6). Nous remarquons que le gain pour les basses fréquences vaut bien $0[dB]$ ce qui correspond à un gain = 1 sous forme linéaire, nous n'avons donc pas altéré la plage de fréquence qui nous intéresse pour un amplificateur audio (à savoir au moins jusqu'à 20 [kHz], limite de l'audition humaine).

Conclusion

Ce projet a permis d'étudier et de concevoir un amplificateur de classe D en combinant modulation PWM et filtrage pour assurer une qualité sonore optimale. La modulation PWM utilisée repose sur la comparaison d'un signal sinusoïdal ($f_{sin} = 1[kHz]$) et d'un signal triangulaire ($f_{tri} = 20[kHz]$, $A_{tri} = 1.2[V]$, $A_{sin} = 1[V]$). Ces paramètres garantissent une modulation linéaire et réduisent les distorsions. La fréquence d'échantillonnage minimale a été fixée selon le théorème de Shannon pour préserver l'intégrité du signal.

Le filtrage a permis d'éliminer les harmoniques générées tout en conservant le signal utile. Parmi les approximations Butterworth, Chebychev 1 et Cauer, le filtre Cauer a été retenu pour répondre à la contrainte d'un filtre d'ordre maximal de 5. Ses paramètres incluent une fréquence de coupure passante supérieure à $20[kHz]$ et une atténuation en bande stop de 40 à $60[dB]$. Le filtre, synthétisé en cascade de trois cellules, optimise les pôles et zéros tout en maintenant un gain constant dans la bande utile.