15-Tema : RC hám RL shınjırlarda o'tkinchi processler (2-bólim)

Joba:

1. Ótiw processlerin operator usılında esaplaw.
2. Laplas operatorı.

Ótiw processlerin operator usılında esaplaw.

O'tkinchi processlerde Elektr shınjırınıń tok hám kernewler ortasha mánislerin esaplawda matematikalıq usıl juda quramalı esaplanadı. Sebebi ótiw processlerin jazıwda differensial hám integrallardan paydalanıladı. Usınıń menen bir qatarda elektr shınjırindağı induktiv hám sıyımlılıq elementler arqalı ótip atırǵan tok hám kernewlerdiń ortasha manisleri tómendegi formulalar arqalı ańlatpalanadı : L hám C shınjırlarda tok hám kernew:

$$u_L = L\frac{di}{dt}, \quad i = \frac{1}{L}\int u_L dt$$

$$i = C\frac{du_C}{dt}, \quad u_C = \frac{1}{C}\int i dt$$

Ótiw processlerinde Elektr shınjırdıń tok hám kernew manislerin operator usılında esaplawda olar ańlatpalarınıń suwretleri arqalı ańlatpalanadı. tok hám kernewlerdiń integral arqalı ańlatpaları algebraik ańlatpalarǵa aylanadı hám olardıń ortasha bahaların esaplaw múmkin boladı.

Ótiw processleriniń oprerator usılı laplas formulasına tiykarlanadı, yaǵnıy :

fransuz matematigi, fizigi Pe'r Simon Laplas atı menen atalatuǵın formula arqalı esaplanadı (laplas integralı)

$$F(p) = \int_0^\infty f(t)e^{-pt}dt$$

Bul formulada funksiya f (t) - funksiyaniń originali, F (p) - funksiyanıń suwreti esaplanadı.

Eger

$$f(t) = U, \qquad F(p) = \frac{U}{p}$$

Teń bo‘lsa, ol halda LAPLAS INTEGRALI

$$F(p) = \int_0^\infty f(t)e^{-pt}dt = \int_0^\infty Ue^{-pt}dt = U\frac{1}{(-p)}e^{-pt}\Big|_0^\infty = \frac{U}{(-p)}(0-1) = \frac{U}{p}$$

Eger $f(t) = e^{at}$ teń bo‘lsa, ol halda LAPLAS INTEGRALI:

$$F(p) = \int_0^\infty e^{at}\cdot e^{-pt}dt = \int_0^\infty e^{-(p-a)t}dt = \frac{1}{-(p-a)}e^{-(p-a)t}\Big|_0^\infty = \frac{1}{-(p-a)}(0-1) = \frac{1}{p-a}$$

Demak, funksiya $e^{at} = \frac{1}{p-a}$ ańlatpaǵa almastırildi.

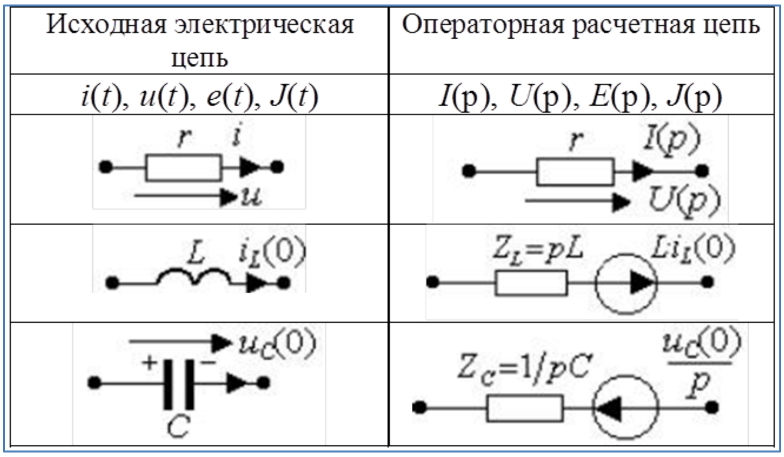
Joqarıdaǵı LAPLAS formulası arqalı hár qanday funksiyanıń onıń suwreti hám originali arqalı bólindiler menen ańlatıw imkaniyatın beredi (Keste)

	Operator ko‘rinisi
$\delta_1(t) = 1(t)$	$\frac{1}{p}$
$A\delta_1(t)$	$\frac{A}{p}$
$\delta(t) = \frac{d\delta_1}{dt}$	1
$\frac{t^n}{n!}$	$\frac{1}{p^{(n+1)}}$
e^{-at}	$\frac{1}{p+a}$
$(1-e^{-at})$	$\frac{a}{p(p+a)}$
$\sin(\omega t+\psi)$	$\frac{p\sin\psi+\omega\cos\psi}{p^2+\omega^2}$
$e^{-at}\sin\omega t$	$\frac{\omega}{(p+a)^2+\omega^2}$
te^{-at}	$\frac{1}{(p+a)^2}$
$f(t)$	$F(p)$
$\frac{df(t)}{dt}$	$pF(p)-f(0)$
$\int_0^t f(t)dt$	$\frac{F(p)}{p}$

Bul ańlatpalarda p - LAPLAS OPERATORI dep júritiledi.

Oprerator usılında R, L, C shınjırlarında payda d/dt p - LAPLAS operatorı menen, integral bolsa 1/p ańlatpa menen almastiriladi,

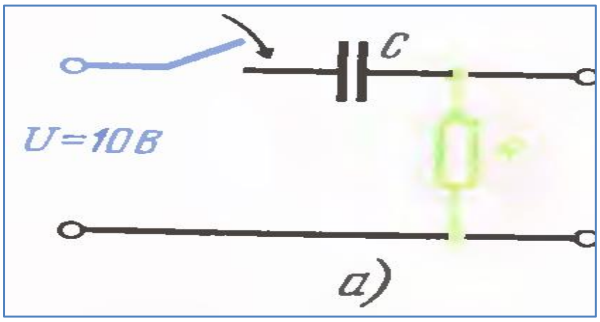
Hár bir elementtiń tok hám kernewlerin baylaw Laplas formulasınan paydalanǵan túrde elektr shınjırlarınıń ápiwayı sxemalarınan OPERATOR halatlarga ótiw usıln keltiriw múmkin:



Исходная электрическая цепь	Операторная расчетная цепь
$i(t)$, $u(t)$, $e(t)$, $J(t)$	$I(p)$, $U(p)$, $E(p)$, $J(p)$
r, i, u	r, $I(p)$, $U(p)$
L, $i_L(0)$	$Z_L=pL$, $Li_L(0)$
$u_C(0)$, +, −, C	$Z_C=1/pC$, $\frac{u_C(0)}{p}$

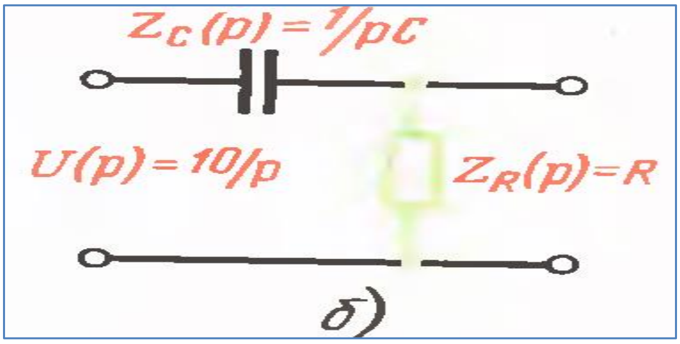
Operator usılına mısallar

Keltirilgen elektr shınjırı ushın operator usılında shıǵıw kernewin esaplaw talap etilse, ol halda



15.1.-suwret.

Keltirilgen elektr shınjırın kommutatsiyadan keyingi halat ushın jane sızıp alamız :



15.2.-súwret.

Bul sxema ushın operator tokın anıqlaymız:

$$I(p)=\frac{U(p)}{Z_{BX}(p)}=\frac{U}{p(R+\frac{1}{pC})}=\frac{UpC}{p(pRC+1)}=\frac{UC}{RC(p+\frac{1}{RC})}=\frac{U}{R(p+\frac{1}{RC})}$$

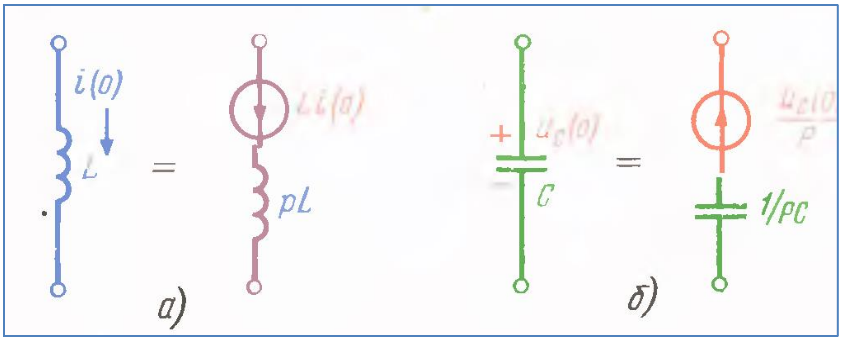
Shıǵıw kernewi bolsa tómendegishe ańlatpalanadı :

$$U_2(p) = R \cdot I(p) = \frac{UR}{R(p + \frac{1}{RC})} = U \cdot \frac{1}{(p + \frac{1}{RC})}$$

Joqarıdağı keltirilgen tablitsadan paydalanǵan túrde

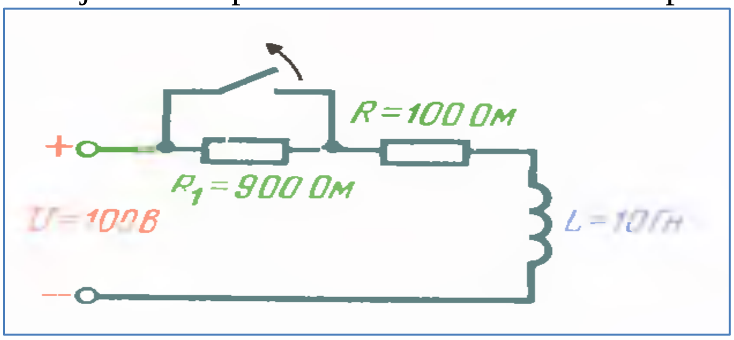
$$F(p) = \frac{U}{(p + \frac{1}{RC})}$$

Elektr shınjırlarında operator usılında esaplaw ushın ekvivalent tómendegi sxemalar arqalı ańlatpalanadı.



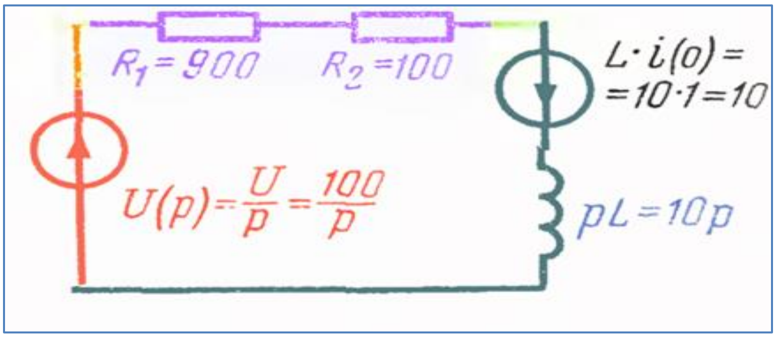
15.3.-suwret.

Tómendegi elektr shınjır ushın operator sxemasın sızıń hám operator tokın jazıń.



15.4.-suwret

Joqarıdağı elektr shınjırı ushın kommutatsiyadan keyingi operator sxemasın sizamiz:



15.5.-suwret

Kommutatsiyadan keyin tok tómendegi bahağa teń boladı

$$i(0)=\frac{U}{R}=\frac{100}{100}=1A$$

Operator tokın esaplaymiz:

$$I(p)=\frac{U(p)+Li(0)}{R_1+R+pL}=\frac{(\frac{100}{p})+10\cdot 1}{900+100+10}=\frac{10p+100}{p(10p+1000)}$$

Birpara kemeytiwlerden keyin

$$I(p)=\frac{10(p+10)}{10p(p+100)}=\frac{p+10}{p(p+100)}$$

Jayılıw teoreması:

Operator umulida funksiya originalini hám suwretin

$$F(p)=\frac{F_1(p)}{F_2(p)}$$

Tablitsa arqalı emes, bálki matematikalıq ańlatpa arqalı da anıqlaw múmkin, bunday matematikalıq ańlatpaǵa "jayılıw teoreması" dep ataladı :

$$f(t)=\sum_{n=1}^{n}\frac{F_{1(p=p_k)}}{F_{2(p=p_k)}^{`}}e^{pkt}$$

Bul ańlatpada $\sum\limits_{n=1}^{n}$ jıyındı, tómendegi

ańlatpanı $\frac{F_{1(p=p_k)}}{F_{2(p=p_k)}^{`}}e^{pkt}$

$F_2(p)=0$ neshe sheshimge iye bolsa sonsha ret qosadı.

Tok hám kernewlerdiń operator formasındaǵı balansı, operator qarsılıǵı hám operator ótkezgishlikler ańlatpaları tómendegi kóriniste boladı :

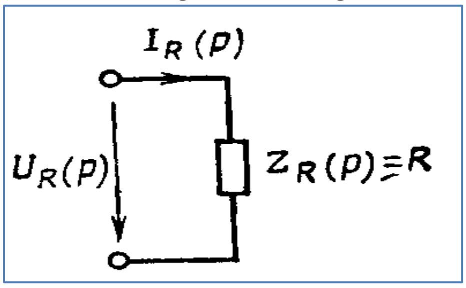
$$\sum_i U_i(p)=\sum_j E_j(p)$$

$$Z(p)=\frac{U(p)}{I(p)}$$

$$Y(p) = \frac{1}{Z(p)} = \frac{I(p)}{U(p)}$$

Passiv eki qutbli elektr shınjırlarınıń operator teńlemeleri hám ekvivalent sxemaların kórip shıǵamız :

1. QARSILIQ



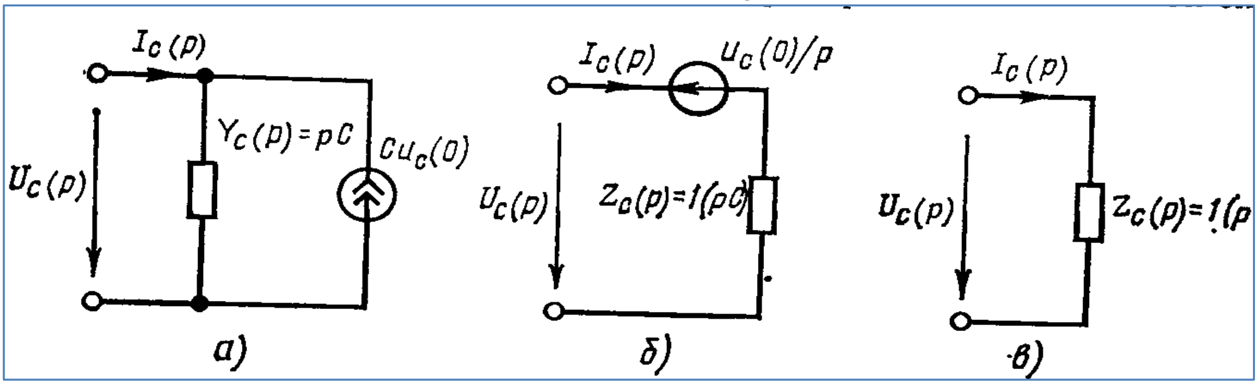
15.6.-suwret.

$$U_R(p) = RI_R(p) \qquad I_R(p) = GU_R(p)$$

$$u_R = Ri_R \qquad i_R = Gu_R$$

$$Z_R(p) = R \qquad Y_R(p) = G = \frac{1}{R}$$

2. SIYIMLILIQ



15.7.-suwret.

$$i_C = C\frac{du_C}{dt} \qquad u_C = u_C(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i_C dt$$

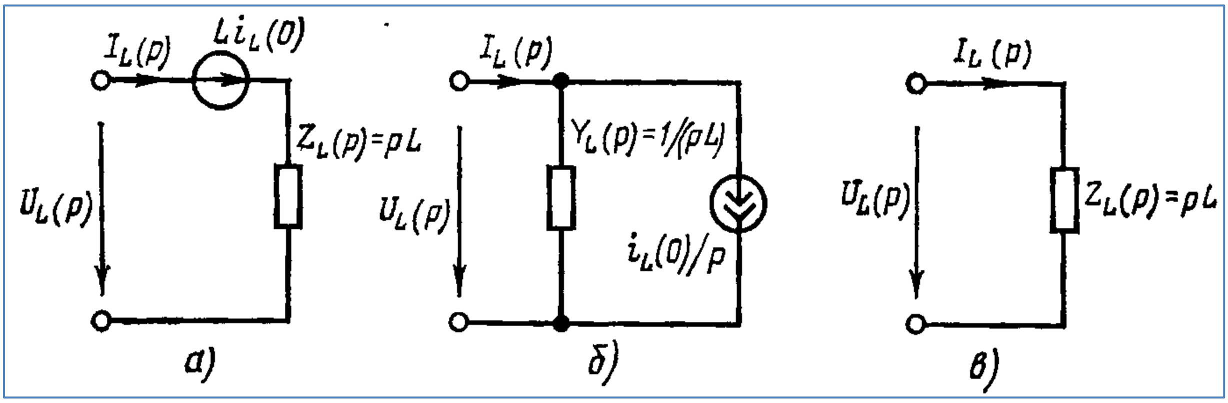
Operator tok ham kernewler:

$$I_C(p) = pCU_C(p) - Cu_C(0) \qquad U_C(p) = \frac{u_C(0)}{p} + \frac{1}{pC}I_C(p)$$

$$I_C(p) = pCU_C(p) \qquad U_C(p) = \frac{I_C(p)}{(pC)}$$

$$Z_C(p) = \frac{1}{(pC)} \qquad Y_C(p) = pC$$

3. INDUKTIVLIK



Suwret-9.12

$$u_L = L\frac{di}{dt} \qquad\qquad i_L = i_L(0) + \frac{1}{L}\int_0^t u_L dt$$

Operator tok hám kernew ańlatpaları :

$$U_L(p) = pLI_L(p) - Li_L(0) \qquad\qquad I_L(p) = \frac{i_L(0)}{p} + \frac{U_L(p)}{pL}$$

$$Z_L(p) = pL \qquad\qquad Y_L(p) = \frac{1}{pL}$$

Qadaǵalaw ushın sorawlar

1. Ótiw processleri haqqında túsinik beriń.
2. Operator usılına mısallar keltiriń.