toq	mavhum, toq
Ixtiyoriy	haqiqiy qismi – juft Mavhum qismi - toq

Nazorat savollari

1. Uzluksiz signallarni Fure qatoriga yoyish.
2. Davriy va nodavriy signallarga misollar keltiring?
3. Fure trigonometrik qatori.
4. Davriy signallarning spektrlarining turlari.
5. Uzluksiz funksiyani Kotelnikov qatoriga yoyish.
6. Davriy signallarning spektrlarini turlari.
7. Amplituda spektri?
8. Faza spektri?
9. Quvvat spektri.
10. Delta impulsining vaqt diagrammasi.
11. Delta impulsining faza spektri.

5- mavzu : LAPLAS ALMASHTIRISHI. LAPLAS TO'G'RI VA TESKARI ALMASHTIRISHI. LAPLAS ALMASHTIRISHI XOSSALARI.

Reja:

1. Laplas to‘g‘ri almashtirishi.
2. Laplas teskari almashtirishi.

3.Laplas integral almashtirishlarining asosiy xossalari

Laplas integral almashtirishlari operatsion metodlardan biri bo‘lib, u p kompleks o‘zgaruvchining tasvir F(p) bir qiymatli funksiyasini unga mos t haqiqiy o‘zgaruvchining original f(t) funksiyasi bilan bog‘laydi.

5.1. Laplas to‘g‘ri almashtirishi

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt \qquad \textbf{(5.1)}$$

5.2.Laplas teskari almashtirishi

$$f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} e^{pt} F(p)\, dp, \qquad \textbf{(5.2)}$$

Xususan, ular differensial va integral tenglamalarni yechish uchun qo‘llaniladi. Yechish usuli f(t) originallarni o‘z ichiga oluvchi berilgan tenglamani F(p) Laplas almashtirishlarining tasvirlariga nisbatan, fazodagi mos ekvivalent tenglamaga almashtirishdan iboratdir.

Bundan Laplas almashtirishlari vaqt bo‘yicha qo‘llanilganda xususiy hosilali differensial tenglama tasvirlar fazosida oddiy differensial tenglamaga almashadi. Oddiy differensial tenglama esa noma’lum funksiyaning tasviriga nisbatan chiziqli algebraik tenglamaga keltiriladi.

Tasvirlar fazosida olingan natijalarning originallari qoldiqlar nazariyasi yoki boshqa usullar yordamida topiladi.

Bu f(t) va F(p) juftlar o‘rtasidagi o‘zaro bir qiymatli moslik ko‘p hollarda amaliy maqsadda jadvallar yordamida aniqlanadi.

Laplas integral almashtirishlari shu bilan xarakterlanadiki, f(t) originallar ustida amalga oshiriladigan ko‘pgina munosabatlar va operatsiyalarga ularning F(p) tasvirlari ustida amalga oshiradigan ancha sodda munosabatlar va operatsiyalar mos keladi.

Laplas integral almashtirishlarini qo‘llab nostatsionar masalalarni yechishda quyidagi to‘rtta bosqichni amalga oshirish kerak bo‘ladi.

1. Noma’lum original funksiyaning F(p) tasvirga o‘tish.

2. F(p) tasvirga o‘tishda unga mos f(t) original ustida ba’zi operatsiya almashtirishni bajarish almashtirishdan so‘ng F(p) funksiyaga nisbatan sodda tenglama oddiy differensial tenglama bilan almashtiriladi va hokoza.

3. Tasvirlar fazosida olingan tenglama F(p) ga nisbatan yechiladi.

4. Olingan F(p) tasvirning f(t) original ga o‘tiladi. Bu izlanayotgan funksiya bo‘ladi. Masalalar shu usulda yechiladi. Asosiy matematik qiyinchilik oxirgi bosqichda, ya’ni topilgan F(p) tasvir ifodalaridan originalga o’tishdir.

Original o‘tishni bir necha xil usulda amalga oshirish mumkin.

a) sonli usullar yordamida

v) qoldiqlar nazariyasi yordamida

g) qatorga yoyish usuli yordamida.

Aytaylik, 0 ≤ ∞ yarim o‘qida har qanday chekli [a,b] oraliqda o‘zining absolyut qiymatlari bilan integrallanuvchi f(t) funksiya berilangan bo‘lsin. $p=s+i\sigma$ kompleks parametr kiritamiz va f(t) funksiyaning Laplas integral almashtirishini

$$F(p)=\int_0^\infty f(t)e^{-pt}dt \qquad \textbf{(5.3)}$$

Agar p parametrning qiymati uchun integral yaqinlashuvchi bo‘lsa, f(t) funksiyaga Laplas integral almashtirishni qo‘llash mumkin. f(t) funksiyaga original deyiladi, agar u quyidagi xossalarga ega bo‘lsa:

1. f(t) funksiya 0 ≤ t< ∞ o‘qida aniqlangan va chekli oralikda absolyut qiymati bilan integrallanuvchi.

2. t< 0 da f(t) funksiya nolga teng.

3. p parametrning hech bo‘lmaganda bitta qiymatida f(t) funksiyaga Laplas almashtirishlarini qo‘llash mumkin. F(p) funksiyaga f(t) funksiyaning Laplas integral almashtirishlari bo‘yicha tasviri deyiladi.

Originallar va tasvirlar jadvali

$$1 \doteqdot \frac{1}{p};$$

$$e^{at} \doteqdot \frac{1}{p-a};$$

$$t \doteqdot \frac{1}{p^2};$$

$$t^n \doteqdot \frac{n!}{p^{n+1}}, \ n \in \mathbb{N};$$

$$e^{at} \cdot t^n \doteqdot \frac{n!}{(p-a)^{n+1}};$$

$$\sin wt \doteqdot \frac{w}{p^2+w^2};$$

$$\cos wt \doteqdot \frac{p}{p^2+w^2};$$

$$\operatorname{sh} wt \doteqdot \frac{w}{p^2-w^2};$$

$$\operatorname{ch} wt \doteqdot \frac{p}{p^2-w^2};$$

$$e^{at} \cdot \operatorname{sh} wt \doteqdot \frac{w}{(p-a)^2-w^2};$$

$$e^{at} \cdot \operatorname{ch} wt \doteqdot \frac{p-a}{(p-a)^2-w^2};$$

$$t \cdot \sin wt \doteqdot \frac{2wp}{(p^2+w^2)^2};$$

$$t \cdot \cos wt \doteqdot \frac{p^2-w^2}{(p^2+w^2)^2};$$

$$t \cdot \operatorname{sh} wt \doteqdot \frac{2wp}{(p^2-w^2)^2};$$

$$t \cdot \operatorname{ch} wt \doteqdot \frac{p^2+w^2}{(p^2-w^2)^2};$$

$$e^{at} \cdot \sin wt \doteqdot \frac{w}{(p-a)^2+w^2};$$

$$e^{at} \cdot \cos wt \doteqdot \frac{p-a}{(p-a)^2+w^2}..$$

5.3.Laplas integral almashtirishlarining asosiy xossalari

1.Chiziqlilik xossasi.

$$f(t) = \sum_{i=1}^{n} f_i(t) \qquad (5.4)$$

$$f_i(t) \div F_i(p) \qquad \textbf{(5.5)}$$

$$F(p) = \sum_{i=1}^{n} F_i(p) \qquad \textbf{(5.6)}$$

2. Erkli o‘zgaruvchining masshtabini o‘zgartirish.

f(t) ÷ F(p) bo‘lsin, o‘zgarmas λ>0 bo‘lganda f(λ t) ning tasviri

$$f'(t) \div pF(p) \qquad (5.7)$$

3.Quvvat spektri

$$f(\lambda t) \div \frac{1}{\lambda} F(\frac{p}{\lambda}) \qquad (5.8)$$

4. Integralning tasviri.

$$f(t) \div F(p) \qquad (5.9)$$

$$\varphi(t) = \int_0^t f(t)dt \qquad (5.10)$$

bo‘lsa, u holda

$$\varphi(p) = \frac{F(p)}{p} \qquad (5.11)$$

5. $t^n f(t)$ funksiyaning tasviri.

$$t^n f(t) \div (-1)^n \frac{d^n}{dp^n} F(p) \qquad (5.12)$$

6. Tasvirni integrallash

Teorema: Agar integral yaqinlashuvchi bo’lsa, u holda —— funksiyaning tasviri bo’ladi. —— , ya'ni tasvirni integrallash bu originalni t ga bo’lish demakdir.

7. Siljish teoremasi.

, ya’ni tasvir argumentini ga siljitish originalni ga ko’paytirish demakdir. Haqiqatdan

$$e^{-\lambda t} f(t) \div \int^{\infty} e^{-(p+\lambda)t} f(t) dt = F(p+\lambda).$$

8. Kechikish teoremasi.

Ixtiyoriy musbat uchun o’rinlidir.(Originalni vaqtga kechikib ishlatish tasvirni ga ko’paytirishga teng).

9. Ko‘paytirish teoremasi.

Agar va bo’lsa, bu ikki tasvirning ko’paytmasi quyidagi integralga teng bo’ladi

$$F(p)G(p) \div \int_0^t f(\tau) g(t-\tau) d\tau$$

Nazorat savollari

1. Laplas almashtirishi.
2. Laplas integral almashtirishi.
3. Laplas to‘g‘ri almashtirishi.
4. Laplas teskari almashtirishi.

5.Laplas integral almashtirishlarining asosiy xossalari.
6. Tasvirni integrallash.
7. Kechikish teoremasi.
8. Ko‘paytirish teoremasi.
9. Siljish teoremasi.