洛谷10月月赛题解

洛谷月赛出题组

2017.10

目录

一句话题意

- 数轴上有N个仓库，第i个有b_i个物品

一句话题意

- 数轴上有N个仓库，第i个有b_i个物品
- 移动物品的花费为（物品个数$\times$距离）

一句话题意

- 数轴上有N个仓库，第i个有b_i个物品
- 移动物品的花费为（物品个数$\times$距离）
- M次询问，求把一个区间的仓库的物品移到另一个仓库的花费

目录

子任务1

- 30pts， $N, M \leq 1000$

子任务1

- 30pts，$N, M \leq 1000$
- 暴力枚举

子任务1

- 30pts， $N, M \leq 1000$
- 暴力枚举
- 可以用绝对值计算距离

子任务1

- 30pts，$N, M \leq 1000$
- 暴力枚举
- 可以用绝对值计算距离
- 注意开long long

子任务2& 3

- 20pts，相邻仓库距离为1

子任务2& 3

- 20pts，相邻仓库距离为1
- 20pts， $b_i = 1$

子任务2& 3

- 20pts，相邻仓库距离为1
- 20pts，$b_i = 1$
- 不会有人真的只写了这部分吧

子任务2& 3

- 20pts，相邻仓库距离为1
- 20pts，$b_i = 1$
- 不会有人真的只写了这部分吧
- 略过

子任务2& 3

- 20pts，相邻仓库距离为1
- 20pts，$b_i = 1$
- 不会有人真的只写了这部分吧
- 略过
- 直接来看正解

满分解法

- $N, M \leq 200000, a_i, b_i \leq 2 \times 10^9$

满分解法

- $N, M \le 200000, a_i, b_i \le 2 \times 10^9$
- 首先求出每个仓库的位置x_i

满分解法

- $N, M \leq 200000, a_i, b_i \leq 2 \times 10^9$
- 首先求出每个仓库的位置x_i
- 情况一：目标仓库在区间的左边

满分解法

- $N, M \leq 200000, a_i, b_i \leq 2 \times 10^9$
- 首先求出每个仓库的位置x_i
- 情况一：目标仓库在区间的左边
- $ans = b_l \cdot (x_l - x) + b_{l+1} \cdot (x_{l+1} - x) + \cdots + b_r \cdot (x_r - x)$

满分解法

- $N, M \le 200000, a_i, b_i \le 2 \times 10^9$
- 首先求出每个仓库的位置x_i
- 情况一：目标仓库在区间的左边
- $ans = b_l \cdot (x_l - x) + b_{l+1} \cdot (x_{l+1} - x) + \cdots + b_r \cdot (x_r - x)$
- $ans = \sum b_i x_i - x \sum b_i$

满分解法

- $N, M \leq 200000, a_i, b_i \leq 2 \times 10^9$
- 首先求出每个仓库的位置x_i
- 情况一：目标仓库在区间的左边
- $ans = b_l \cdot (x_l - x) + b_{l+1} \cdot (x_{l+1} - x) + \cdots + b_r \cdot (x_r - x)$
- $ans = \sum b_i x_i - x \sum b_i$
- 情况二：目标仓库在区间的右边

满分解法

- $N, M \leq 200000, a_i, b_i \leq 2 \times 10^9$
- 首先求出每个仓库的位置x_i
- 情况一：目标仓库在区间的左边
- $ans = b_l \cdot (x_l - x) + b_{l+1} \cdot (x_{l+1} - x) + \cdots + b_r \cdot (x_r - x)$
- $ans = \sum b_i x_i - x \sum b_i$
- 情况二：目标仓库在区间的右边
- $ans = x \sum b_i - \sum b_i x_i$

满分解法

- $N, M \leq 200000, a_i, b_i \leq 2 \times 10^9$
- 首先求出每个仓库的位置x_i
- 情况一：目标仓库在区间的左边
- $ans = b_l \cdot (x_l - x) + b_{l+1} \cdot (x_{l+1} - x) + \cdots + b_r \cdot (x_r - x)$
- $ans = \sum b_i x_i - x \sum b_i$
- 情况二：目标仓库在区间的右边
- $ans = x \sum b_i - \sum b_i x_i$
- 情况三：目标仓库在区间内

满分解法

- $N, M \leq 200000, a_i, b_i \leq 2 \times 10^9$
- 首先求出每个仓库的位置x_i
- 情况一：目标仓库在区间的左边
- $ans = b_l \cdot (x_l - x) + b_{l+1} \cdot (x_{l+1} - x) + \cdots + b_r \cdot (x_r - x)$
- $ans = \sum b_i x_i - x \sum b_i$
- 情况二：目标仓库在区间的右边
- $ans = x \sum b_i - \sum b_i x_i$
- 情况三：目标仓库在区间内
- 把区间分成左右两部分，分别计算

满分解法

- 只需要对b_i和$b_i x_i$进行区间求和

满分解法

- 只需要对b_i和$b_i x_i$进行区间求和
- 由于没有修改，可以直接使用两个前缀和数组

满分解法

- 只需要对b_i和b_ix_i进行区间求和
- 由于没有修改，可以直接使用两个前缀和数组
- 复杂度$O(N)$

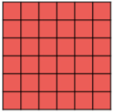
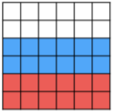
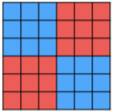
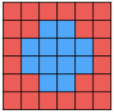
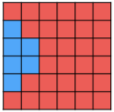
P3933 Chtholly Nota Seniorious

洛谷10月月赛R2

一(san)句话题意

- 你要将N*M的矩阵分成两部分
- 每一个部分在各行格列是连续的
- （每一个部分的极差中的较大者）的最小值是多少

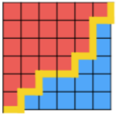
不可以的分法

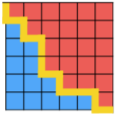
1. 只有一块
2. 有些没被分到两类
3. 这是分成4块好吗
4. 5. 第二列红色区域都不连续

怎么样才可以（陷阱）

- 如图，只有一个分界线，这个分界线方向是单调的（向右或向上）

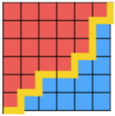


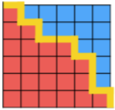
- 向右或者向下也是可以的（没想到吧）



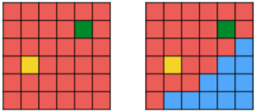
子任务1

- 20% H,W ≤ 10
- 根据上面的规则，遍历所有的可能的情况。
- 爆搜，生成所有合法长度不超过H的不升子序列。例如如图是(5,4,2,1,1)
- 记得，图是可以上下翻转的。
- 一共2*C(n+m,n)种情况。
- 当正方形的时候，是不是想到卡特兰数啊？

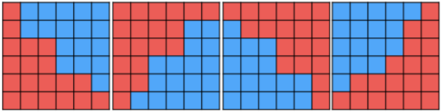




剪枝（然并卵）



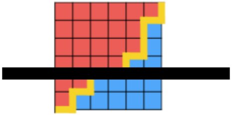
- 假设最小值是黄色点，最大值是绿色，那么……
- 当然是分别在两个区域啦
- 假定最大值x（在红色区域），最小值y（在蓝色区域），求max(x-红最小,蓝最大-y)
- 旋转4次90度，每次做同样的事情！



子任务2

- 另外20% $n=1,m \le 2000$
- 一条线
- 先预处理，得到1~k以及k+1~n分别的最大值和最小值。
- 然后扫一遍，很简单

子任务3

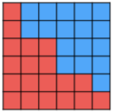


- 另外30% $n,m \le 200$
- f[i][j]：第i行j列到j+1列中间切一刀后，从1到i行中区域A和区域B的极差的较大者取最小值。
- f[i][j]从f[i-1][k](k≤j)状态转移
- 预处理每一行从端典开始的最小最大值
- O(nm^2)，拿不到满分而且不好想

满分解法

- 最大的最小，很眼熟？
- 二分答案

二分答案and贪心



- 假定最大值x（在红色区域），最小值y（在蓝色区域），求max(x-红最小,蓝最大-y)
- 如果答案是K：
- 红色区域都大于等于x-k
- 蓝色区域都小于等于y+k
- 从蓝色区域开始贪心吧，从第一行开始，从右往左，构造一个尽可能大的 权值小于等于y+k的区域（当然个数单调不增加）
- 验证红色区域是否都大于等于x-k

复杂度分析

- 旋转4次：O(1)
- 二分答案：O(logA)
- 贪心：O(N*M)

- 一共复杂度O(N*M*logA)

目录

一句话题意

- N个正整数的序列a

一句话题意

- N个正整数的序列a
- 支持两种操作：

一句话题意

- N个正整数的序列a
- 支持两种操作：

1. 区间加一个正整数

一句话题意

- N个正整数的序列a
- 支持两种操作：

1. 区间加一个正整数
2. 对区间$[l, r]$，查询 $a_l^{a_{l+1}^{a_{l+2}^{\cdots a_r}}} \bmod p$

目录

子任务2 & 3

- 20pts，查询区间长度为1

子任务2 & 3

- 20pts，查询区间长度为1
- 区间加，单点求值

子任务2 & 3

- 20pts，查询区间长度为1
- 区间加，单点求值
- 上线段树/树状数组

子任务4 & 5

- 20pts，查询区间长度≤ 2

子任务4 & 5

- 20pts，查询区间长度≤ 2
- 线段树+快速幂

子任务7 & 8

- 20pts， $p = 2$

子任务7 & 8

- 20pts，$p = 2$
- 注意到$a^b \bmod 2 = a \bmod 2$

子任务7 & 8

- 20pts，$p = 2$
- 注意到$a^b \bmod 2 = a \bmod 2$
- 只要求区间左端点即可

满分解法

费马小定理

对于正整数a, p，若p是素数，则

$$a^{p-1} \bmod p = 1$$

满分解法

费马小定理

对于正整数a, p，若p是素数，则

$$a^{p-1} \bmod p = 1$$

欧拉定理

对于正整数a, p，若a, p互素，则

$$a^{\phi(p)} \bmod p = 1$$

其中$\phi(p)$是欧拉函数，表示小于p且与p互素的数的个数。
可以得到推论：

$$a^b \bmod p = a^{b \bmod \phi(p)} \bmod p$$

满分解法

欧拉定理的扩展

对于正整数a, b, p，若$b \geq \phi(p)$，则

$$a^b \bmod p = a^{b \bmod \phi(p) + \phi(p)} \bmod p$$

满分解法

欧拉定理的扩展

对于正整数a, b, p，若$b \geq \phi(p)$，则

$$a^b \bmod p = a^{b \bmod \phi(p) + \phi(p)} \bmod p$$

- 注意到适用条件为：指数大于等于$\phi(p)$

满分解法

欧拉定理的扩展

对于正整数a, b, p，若$b \geq \phi(p)$，则

$$a^b \bmod p = a^{b \bmod \phi(p)+\phi(p)} \bmod p$$

- 注意到适用条件为：指数大于等于$\phi(p)$
- 否则可能不成立

满分解法

欧拉定理的扩展

对于正整数a, b, p，若$b \geq \phi(p)$，则

$$a^b \bmod p = a^{b \bmod \phi(p)+\phi(p)} \bmod p$$

- 注意到适用条件为：指数大于等于$\phi(p)$
- 否则可能不成立
- 例如：$2^1 \bmod 4 = 2$，$2^{1+\phi(4)} \bmod 4 = 0$

满分解法

- 对于$a^b \bmod p$，如果$b \geq \phi(p)$，则计算$a^{b \bmod \phi(p)+\phi(p)} \bmod p$

满分解法

- 对于$a^b \bmod p$，如果$b \geq \phi(p)$，则计算$a^{b \bmod \phi(p) + \phi(p)} \bmod p$
- 可以使用递归计算

满分解法

- 对于$a^b \bmod p$，如果$b \geq \phi(p)$，则计算$a^{b \bmod \phi(p) + \phi(p)} \bmod p$
- 可以使用递归计算
- 注意到以下性质：

满分解法

- 对于$a^b \bmod p$，如果$b \geq \phi(p)$，则计算$a^{b \bmod \phi(p)+\phi(p)} \bmod p$
- 可以使用递归计算
- 注意到以下性质：
- 对一个数n不断求ϕ，最多求$O(\lg n)$次就会变为1

满分解法

- 对于$a^b \bmod p$，如果$b \geq \phi(p)$，则计算$a^{b \bmod \phi(p) + \phi(p)} \bmod p$
- 可以使用递归计算
- 注意到以下性质：
- 对一个数n不断求ϕ，最多求$O(\lg n)$次就会变为1
- 而$x \bmod 1 = 0$

满分解法

- 对于$a^b \bmod p$，如果$b \geq \phi(p)$，则计算$a^{b \bmod \phi(p)+\phi(p)} \bmod p$
- 可以使用递归计算
- 注意到以下性质：
- 对一个数n不断求ϕ，最多求$O(\lg n)$次就会变为1
- 而$x \bmod 1 = 0$
- 后面的就不用继续递归算了

一些细节

- 预处理出1到2e7的欧拉函数

一些细节

- 预处理出1到2e7的欧拉函数
- 底数为0时，不能使用欧拉定理

一些细节

- 预处理出1到2e7的欧拉函数
- 底数为0时，不能使用欧拉定理
- 判断指数是否大于等于$\phi(p)$?

一些细节

- 预处理出1到2e7的欧拉函数
- 底数为0时，不能使用欧拉定理
- 判断指数是否大于等于$\phi(p)$?
- 枚举后面的5项/第一个1，暴力计算，当大于等于$\phi(p)$时跳出

一些细节

- 预处理出1到2e7的欧拉函数
- 底数为0时，不能使用欧拉定理
- 判断指数是否大于等于$\phi(p)$?
- 枚举后面的5项/第一个1，暴力计算，当大于等于$\phi(p)$时跳出
- $2^{2^{2^{2^{2}}}} \geq 2 \times 10^7$

一些细节

- 预处理出1到2e7的欧拉函数
- 底数为0时，不能使用欧拉定理
- 判断指数是否大于等于$\phi(p)$?
- 枚举后面的5项/第一个1，暴力计算，当大于等于$\phi(p)$时跳出
- $2^{2^{2^{2^{2}}}} \geq 2 \times 10^7$
- $1^n = 1$

时间复杂度

- 预处理$O(P)$

时间复杂度

- 预处理$O(P)$
- 递归计算$O(\lg P)$

时间复杂度

- 预处理$O(P)$
- 递归计算$O(\lg P)$
- 线段树$O(\lg N)$

时间复杂度

- 预处理$O(P)$
- 递归计算$O(\lg P)$
- 线段树$O(\lg N)$
- 快速幂$O(\lg P)$

时间复杂度

- 预处理$O(P)$
- 递归计算$O(\lg P)$
- 线段树$O(\lg N)$
- 快速幂$O(\lg P)$
- 总复杂度$O(M \lg^2 P)$

谢谢大家