Дискретная математика. Коллоквиум.

Пешехонов Иван. БПМИ1912

23 ноября 2019 г.

Оглавление

Глава 1

Список определений.

1.1 Логические операции: конъюнкция, дизъюнкция и отрицание

Логическими операциями (функциями) называются функции, которые зависят от набора **логических переменных**, принимающих значения 0 или 1, и сами так же принимают значения 0 (ложь) или 1 (истина).

Пусть есть две логические переменные: A и B. Тогда операции отрицание, конъюнкция и дизъюнкция задаются следующей **таблицей истинности**:

A	B	$\bar{\text{A}}$	A $\wedge B$	A $\vee B$
0	0	1	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	1	0	1	1

1.2 Логические операции: импликация, XOR (исключающее или) и эквивалентность

Пусть есть две логические переменные: A и B. Тогда операции эквивалентность, импликация и XOR задаются следующей таблицей истинности:

A	B	A $\leftrightarrow B$	A $\rightarrow B$	A $\bigoplus B$
0	0	1	1	0
0	1	0	1	1
1	0	0	0	1
1	1	1	1	0

1.3 Булевы функции. Задание таблицей истинности и вектором значений

Булевыми (логическими) функциями называются функции, которые зависят от набора **логических переменных**, принимающих значения 0 или 1, и сами так же принимают значения 0 (ложь) или 1 (истина).
Есть два основных способа задать булеву функцию:

1.3.1 Задание булевой функции через таблицу истинности

Если булева функция зависит от k переменных, то первые k столбцов таблицы соотвествуют переменным, а $k+1$-ый столбец соотвествует значению функции на соотвествующем наборе значений.

Кроме того наборы значений переменных вычисляются по следующему правилу: i-ая строка таблицы содержит двоичную запись числа $i-1$. Таким образом таблица истинности содержит 2^k строк.

1.3.2 Задание булевой функции через вектор значений

Любую функцию от k переменных можно задать столбцом её значений в таблице истинности, причём значений в векторе будет ровно 2^k. Пример:
Булевой функции, заданой вектором значений $f(a,b) = 0001$ соотвествует таблица истинности

a	b	f(a, b)
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

1.4 Существенные и фиктивные переменные булевой функции

Пусть задана булевая функция от k переменных: $f(x_1, x_2, \cdots, x_k)$. Переменная x_i называется **фиктивной**, если выполняется тождество
$f(x_1, x_2, \cdots, x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, \cdots, x_k) = f(x_1, x_2, \cdots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \cdots, x_k)$.
Если же для переменной x_i такое тождество не выполняется, то говорят, что переменная x_i является **существенной**.

1.5 Множество, подмножество, равенство множеств

Множеством принято называть совокупность уникальных объектов без учёта отношений между этими объектами.
Пусть дано множество $A = 1, 2, 3, 4, 5$. Говорят, что множество $B = 2, 4, 5$ является **подмножеством** A, если B входит в A, т.е. $\forall e \in B : e \in A$. Обозначается как $B \subseteq A$. Говорят, что два множества A и B **равны**, если AB и $B \subseteq A$.

1.6 Операции с множествами: объединение, пересечение, разность, симметрическая разность. Диаграммы Эйлера-Венна.

Пусть заданы два множества A и B.
1) **Объединением** множеств A и B является множество C, такое что $C = a : (a \in A) \vee (a \in B)$. Обозначается $A \cup B = C$.
1) **Пересечением** множеств A и B является множество C, такое что $C = a : (a \in A) \wedge (a \in B)$. Обозначается $A \cap B = C$.
1) **Разностью** множеств A и B является множество C, такое что $C = a : (a \in A) \wedge (a \notin B)$. Обозначается $A \backslash B = C$.
1) **Симметрической разностью** множеств A и B является множество C, такое что $C = (A \cup B) \backslash (A \cap B)$. Обозначается $A \Delta B = C$.