**柯西不等式的基本與延伸**

The basics and extensions of the Cauchy-Schwarz inequality

作者: 李奇勳

指導老師: 周石源

**目錄**

1前言

2學習收穫

3心得與省思

4文獻探討

5研究方法

6研究分析與結果

7參考文獻

1. 前言

一、研究動機與目的

高二上在學平面向量與柯西不等式時，因為我常常搞不懂柯西的概念以及用法，導致我每次遇到柯西相關的題目都不太會寫，這也使得我下定決心要學會如何去運用柯西不等式還有理解柯西背後的概念，此外我也想知道柯西不等式是否只侷限在二次方，而柯西不等式也對向量計算發揮重要的功用，透過文獻以及一些網路上的證明，發現像是廣義柯西不等式對於高中生不太容易去理解，故本研究旨在歸納柯西的一些進階變形。

二、研究流程

1. 學習收穫

由於這是我第一次獨自撰寫小論文，在完成這份報告中我遇到了許多困難同時也學習到了許多以往我不曾注意到的事情。首先，在公式的證明上我遇到了許多的阻礙，我先是發現公式的證明比我想像中的困難上許多，我原本以為的方法實際上是錯誤的，這也使得我嘗試去仔細地翻閱課本參考書上的證明以及例題，結果出乎意料的我從課本上的基本證明獲得了靈感，我才發覺凡事應該要好好注意周遭的事物，不要放過任何細節，因為或許會發現身邊不常注意到的事物才是解決問題的關鍵，而除了學術上得到的收穫，我也學到了做事情要抱持的嚴謹態度，在完成第一次的證明後我再次從頭檢查列式，而也正是透過這次的檢查我才驚覺我空間向量的式子寫錯了，原本該放二次方的位置我竟然不注意將其寫成三次方，另外，我也學到了以往我所不具具的勇氣­-那便是不畏懼問問題的態度，過去的我總是擔心問問題太沒有水準而被他人嘲笑，這導致了我很少向別人請教，因此我只能常常透過書籍或是自己利用網路查找問題的解答，但這次報告由於我有太多的地方看不懂、不理解、沒學過，迫使了我頻繁的向師長以及同學討教，而我也利用此次的機會克服了心裡的那道坎，我發覺到詢問他人不只能收獲到問題的解答，也能得到他們對事情的見解與看法，學到看事情的不同面向，可以得到問題更深處層面的知識，而這也大大改變了我過去對事情的理解。

1. 心得與省思

在推導的過程中，原本對於(a12 +a22 )(b12 +b22 )(c12 +c22)(a1b1c1+a2b2c2)2 我想說可以用爆開來完成證明，但事實上當我用向量的方式將左右式子爆開發現雖然確實是左邊較大，但是卻不等於，而對於其他的方法我也沒有什麼頭緒，這也導致我想了將近一個禮拜該用甚麼方法才能將其證出，後來我決定回頭翻閱課本是否有證明來激發靈感，好在我最後透過課本中教到基本柯西中的(a12+a22)(b12+b22 ) (a12b12+a22b22) 我得到了提示，我因此對於一開始不先將身邊的書籍仔細翻閱感到十分後悔，如果將來還有機會進行研究或是探討學術相關的議題，我會先好好查閱身邊找的到的相關書籍，妥善利用身邊的資源來協助我進行探討，此外在廣義柯西不等式的推證時，我花了很多時間思考該如何排版才能將算幾不等式那部分更好的呈現出來，現在回想起來我認為所花的時間是必要的，因為正是因為當時的持續不懈才能得出那面的分明架構，我以直式的形式來呈現三次方的柯西不等式證明，在觀感上一目瞭然，結構清晰

，而在繁雜處我也以文字相輔在式子旁，補充對式子的說明。而對比之下，在內容之間的連貫性我認為我應該改進，在第一次的檢查時我發覺很多的部分我只是將算式寫上去但內容卻與上一段沒有關聯，這導致了內容閱讀上的不順暢、不連貫，因此為了防止同樣事情發生，我認為在以後的報告中我應該先列好大致上的架構並且隨時檢查段落的連貫性。

1. 文獻探討
2. 兩非零空間向量柯西不等式的型態

1. 設 (a1 ，a2， a3)，() 為座標空間中兩平面向量，其夾角為，

0°180°，因為， 故= ，得

，等號成立於

2. 若，兩向量用座標表示，式即

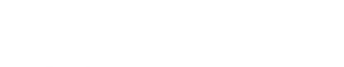
a1 a2+a3

兩邊平方得

(a1 a2+a3)2(a12+a22+a32)(b12+b22+b32 )，且等號成立於

(a1 , a2 , a3)=t( b1 , b2 , b3)時，若b1 , b2 , b3皆不為0時，也可以寫成 ==

1. 研究方法



1. 研究分析與結果
2. 參考文獻

數學4 A二下用書翰林出版(游森棚、林延輯、柯建彰、洪士薰、洪育祥、張宮明)