



# Actividad No. 4

## Integración numérica por la Regla Trapezoidal.

García Castro, Jorge

Universidad de Sonora  
Departamento de Física

Hermosillo, Son.

18 de Octubre de 2018.

### 1 Introducción

En el presente reporte veremos varios métodos de integración numérica, específicamente se describe y explica el método de integración por la regla del trapecio.

Sirve para aproximar de manera muy eficiente integrales definidas en un intervalo.

En matemática la regla del trapecio es un método de integración numérica, es decir, un método para calcular aproximadamente el valor de la integral definida.

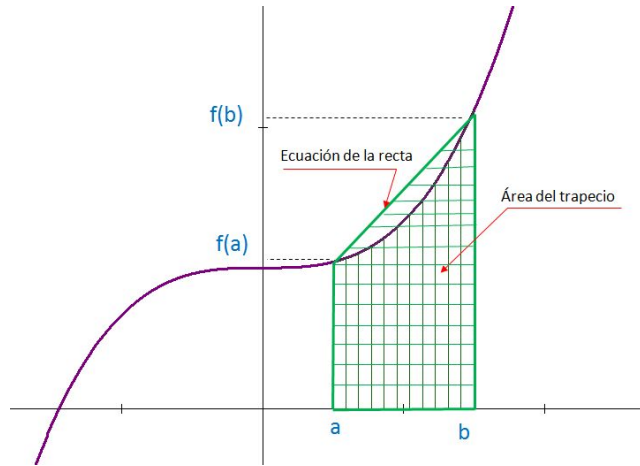
La regla se basa en aproximar el valor de la integral de  $f(x)$  por el de la función lineal que pasa a través de los puntos  $(a, f(a))$  y  $(b, f(b))$ . La integral de ésta es igual al área del trapecio bajo la gráfica de la función lineal.

### 2 Métodos de integración numérica

La integración numérica es una herramienta de las matemáticas que proporciona fórmulas y técnicas para calcular aproximaciones de integrales definidas. Gracias a ella se pueden calcular, aunque sea de forma aproximada, valores de integrales definidas que no pueden calcularse analíticamente y, sobre todo, se puede realizar ese cálculo en un ordenador.

Uno de los métodos de integración numérica es:

LA REGLA TRAPEZOIZAL O REGLA DEL TRAPPECIO.



## 2.1 Regla del Trapecio

La regla trapezoidal es una de las primeras integrales cerradas de Newton-cotesse basa en la estrategia de remplazar una función complicada o datos tabulados con una función aproximada que sea fácil de integrar. En matemáticas la regla del trapecio es un método de integración numérica, es decir, un método para calcular aproximadamente el valor de la integral definida.

Figure 1: Gráfica de la función estudiada

$$\int_a^b f(x)dx \quad (1)$$

La regla se basa en aproximar el valor de la integral de  $f(x)$  por el de la función lineal que pasa a través de los puntos  $(a, f(a))$  y  $(b, f(b))$ .

La integral de ésta es igual al área del trapecio bajo la gráfica de la función lineal. Se sigue que:

$$\int_a^b f(x)dx \approx (b-a) \frac{f(a) + f(b)}{2} \quad (2)$$

donde el error es:

$$-\frac{(b-a)^3}{12} f''(E) \quad (3)$$

Siendo  $E$  un número entre  $a$  y  $b$

La regla del trapecio compuesta o regla de los trapecios es una forma de aproximar una integral definida utilizando  $n$  trapecios. En la formulación de este método se supone que  $f$  es continua y positiva en el intervalo  $[a, b]$ .

De tal modo la integral definida (1) representa el área de la región delimitada por la gráfica de  $f$  y el eje  $x$ , desde  $x=a$  hasta  $x=b$ . Primero se divide el intervalo  $[a,b]$  en  $n$  subintervalos, cada uno de ancho  $h=(b-a)/n$ .

Después de realizar todo el proceso matemático se llega a la siguiente fórmula:

$$\int_a^b f(x)dx \sim \frac{h}{2}[f(a) + 2f(a+h) + 2f(a+2h) + \dots + f(b)] \quad (4)$$

Desde  $h=(b-a)/n$  y  $n$  es el número de divisiones. La expresión anterior también se puede escribir como:

$$\int_a^b f(x)dx \sim \frac{b-a}{n} \left( \frac{f(a)+f(b)}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} f(a + k \frac{b-a}{n}) \right) \quad (5)$$

## 2.2 Algoritmo del método trapezoidal en lenguaje Fortran

```
PROGRAM METODO-TRAPEZOIDAL
```

```
  IMPLICIT NONE
```

```
  REAL :: a,b
```

```
  PRINT*, "[a,b]"
```

```
  READ*,a,b
```

```
  CALL trapezoid_integration(a,b)
```

```
CONTAINS
```

```
  SUBROUTINE trapezoid_integration(a,b)
```

```
    IMPLICIT NONE
```

```
    REAL :: a,b
```

```
    REAL :: integral,u,h,error,integralo, T
```

```
    INTEGER :: i,n
```

```
    integral = 0.0
```

```
    n=10
```

```
    error=2.0
```

```
    integralo=0.0
```

```
    DO WHILE(error>1.0)
```

```
      DO i=0,n
```

```
        u = a + ((b-a)*float(i)/float(n))
```

```

        IF ((i.eq.0).or.(i.eq.n)) then
            integral = integral+integrand(u)
        ELSE
            integral = integral+(2.0*integrand(u))
        END IF
    END DO

    error=abs(integral-integralo)/integralo

    integralo=integral

    n=n*2
END DO

h=(b-a)/(n)

T=integral*(h/2.0)

PRINT*,"error=",error
WRITE (,) "Integral=",T
END SUBROUTINE trapezoid_integration

FUNCTION integrand(x) result (value)
    IMPLICIT NONE
    REAL :: x
    REAL :: value

    IF (x .lt. 0.00001) then
        x = 0.00001
    END IF

    value = (x*4)*EXP(X)/((EXP(X)-1.0)*2)

END FUNCTION INTEGRAND

END PROGRAM METODO-TRAPEZOIDAL

```

### 3 Conclusión

La regla del trapecio para calcular la integral definida es muy eficaz y eficiente, sin embargo, es necesario contar con un programa interactivo que realice los cálculos; ya que en la práctica es de mucha tarea calcular los números a mano.

Algunas veces no es nada sencillo calcular la antiderivada de una función dada. En esos casos es mejor hacer una aproximación al valor del área debajo de la curva utilizando el método numérico visto anteriormente.

Básicamente la regla del trapecio consiste utilizar trapecios en lugar de rectángulos al hacer la aproximación del área bajo la curva.

#### 3.1 Bibliografía

Wikipedia

<https://en.wikipedia.org/wiki/Trapezoidal-rule>

MÉTODOS NUMÉRICOS PARA LA ENSEÑANZA

<http://repositorio.uned.ac.cr/multimedias/metodos-numericos-ensenanza/modulo4/descripcion.html>