

Analisi 2

October 19, 2019

1 Cose a caso di base

Definizione di o-piccolo Sia $f(x) = o(g(x))$ per $x \rightarrow \infty$ allora:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$$

E vuol dire che $f(x)$ ha ordine di grandezza più basso di $g(x)$

2 Derivate

2.1 Derivate da sapere come se si contasse da uno a 10

$f(x)$	$\left \frac{df(x)}{dx} \right.$
$\tan(x)$	$\left \frac{1}{\cos^2(x)} = \sec^2(x) \right.$
a^x	$\left a^x \log(a) \right.$

2.2 Chain Rule

Sia $u = f(\xi, \eta, \dots)$ una funzione con argomenti che sono loro stessi funzioni.

$$\xi = \Phi(x, y)$$

$$\eta = \Psi(x, y)$$

Le sue derivate parziali saranno date da:

$$u_x = f_\xi \xi_x + f_\eta \eta_x + \dots$$

$$u_y = f_\xi \xi_y + f_\eta \eta_y + \dots$$

Esempio: Derivata di x^x

$$[u = x, v = x, z = u^v]$$

$$z_x = z_u u_x + z_v v_x = v u^{v-1} + u^v \log(u)$$

$$= x x^{x-1} + x^x \log(x)$$

2.3 Differenziabilità

2.3.1 Funzione differenziabile

Una funzione è differenziabile nel punto $(0,0)$ se può essere approssimata nelle vicinanze di questo punto dalla seguente funzione lineare:

$$f(x+h, y+k) = f_x(x, y)h + f_y(x, y)k + f(x, y) + \varepsilon\sqrt{h^2 + k^2} \quad (1)$$

dove $\varepsilon, h, k \rightarrow 0$ e $\sqrt{h^2 + k^2}$ denota la distanza tra il punto $(x+h, y+k)$ e (x, y) .
Le funzioni differenziabili hanno le derivate parziali e anche le derivate in ogni direzione.

Il Piano tangente nel punto (ξ, η) :

$$z(x, y) = f(\xi, \eta) + f_x(x - \xi) + f_y(y - \eta) \quad (2)$$

2.3.2 Derivate direzionali

$$\begin{aligned} D_\theta f(x, y) &= \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{f(x + \rho \cos \theta, y + \rho \sin \theta) - f(x, y)}{\rho} \\ &= f_x \cos(\theta) + f_y \sin(\theta) \end{aligned}$$

Gradiente : $\vec{\nabla} f = (f_x(x, y), f_y(x, y))$, esso è il vettore che indica la direzione della massima pendenza sul grafico ed è sempre perpendicolare alle curve di livello.

$$D_{\hat{v}} f(x, y) = \vec{\nabla} f \cdot \hat{v}$$

Dove \hat{v} è un versore.

Piano Tangente

,

3 Integrali

3.1 Tecniche di integrazione

3.1.1 Per sostituzione

3.1.2 Per parti

$$\int f'(x)g(x)dx = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x)dx \quad (3)$$

Per risolvere tipo $\int \ln(x) dx$ o $\int x \sin(x) dx$

3.1.3 Funzioni Trigonometriche

$$\int \cos^2(t) dt = \frac{t + \sin(t) \cos(t)}{2} \quad (4)$$

$$\int \sin^2(t) dt = \frac{t - \sin(t) \cos(t)}{2} \quad (5)$$

Questa formula deriva da alcune formule trigonometriche a me oscure cioè $\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos(2x))$ e l'equivalente per il seno $\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x))$

$$\int \cos^2(2t) dt = \frac{4t + \sin(4t)}{8} \quad (6)$$

3.2 Integrali Multipli

3.2.1 Trasformazioni Polari

Matrice Jacobiana è la matrice delle derivate parziali delle funzioni che vengono sostituite.

$$x = f(u, v)$$

$$y = g(u, v)$$

$$\text{Area Parallelogramma } \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \det \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix}$$

$$\int \int_D f(u, v) g(u, v) |D| \, du \, dv \quad (7)$$