ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ОБСЛУЖИВАНИЯ ДЛЯ НЕОДНОРОДНОГО ТРАФИКА

Гончаров Б.А. Хохлов Ю.С.

Москва, МГУ, 08.06.2020

Московский госуниверситет имени М.В. Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики
Кафедра математической статистики

Введение

Оценка качества обслуживания (англ. Quality of Service, QoS) является одной из наиболее известных понятий анализа производительности оборудования и телекоммуникационных сред с большим входным потоком.

На протяжении многих лет такие модели основывались на **Марковских процессах**, которые во многих случаях предоставляли явное решение для заданных измерений производительности.

Введение

В начале девяностых годов после проведения высокоточных измерений трафика Интернет в лаборатории Белл (см. Leland (1994)), было обнаружено, что трафик современных телекоммуникационных систем обладает следующими свойствами свойствами:

- **самоподобие** при широком диапазоне агрегирования трафика
- **долговременная зависимость** измерений
- **тяжелые хвосты** распределений нагрузки, приходящие от источников

Введение

Было показано, что если не учитывать эти особенности, то это приводит к серьезным ошибкам при оценках QoS. Все это потребовало построения новых моделей трафика, которые обладали бы нужными свойствами. В настоящее время наиболее популярными моделями такого типа являются (см. Mikosch (2002)).:

- **дробное броуновское движение** (при быстром соединении)
- **устойчивое движение Леви** (при медленном соединении)

Введение

В ряде эмпирических исследований (см. Riedi (2001)) было показано,что очень часто трафик содержит обе компоненты.

Отметим работу Norros (1994), где получена асимптотическая нижняя граница вероятности переполнения большого буфера для случая, когда входящий поток основан на дробном броуновском движении.

Затем эта модель была расширена устойчивом движение Леви (см. Хохлов, Лукашенко, Морозов (2016)), но при ограничении, что обе компоненты имеют одинаковые показатели Хёрста.

В недавней работе (см. Хохлов, Гончаров (2018)) был получен аналог предыдущего результата, но уже с разными показателями Хёрста.

В текущей работе рассматривается более общий случай, когда этих компонент может быть произвольное количество с разными показателями Хёрста.

Самоподобные процессы

Определение
Случайный процесс $Z = (Z(t), t \geq 0)$ называется **самоподобным** с **параметром Херста** $H > 0$, если он удовлетворяет условию

$$Z(t) \stackrel{d}{=} c^{-H} Z(ct), \ \forall t \geq 0, \ \forall c > 0.$$

где равенство означает равенство конечномерных распределений.

Самоподобные процессы

Определение
Процесс Леви $B = (B(t), t \geq 0)$ называется **броуновским движением** (Brownian Motion =BM), если для любых $t \geq 0, h > 0$ the increment с.в. $B(t+h) - B(t)$ имеет гауссовское распределение со средним 0 и дисперсией $\sigma^2 \cdot h$.

Определение
Дробное броуновское движение с параметром Хёрста H есть гауссовский процесс $(B_H(t), t \geq 0)$ с нулевым средним ковариационной функцией

$$K_H(t,s) = \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 \cdot \left[|t|^{2H} + |s|^{2H} - |t-s|^{2H} \right] \ .$$

Самоподобные процессы

Определение
Говорят, что с.в. Y имеет α-**устойчивое распределение**, если его характеристическая функция имеет следующий вид :

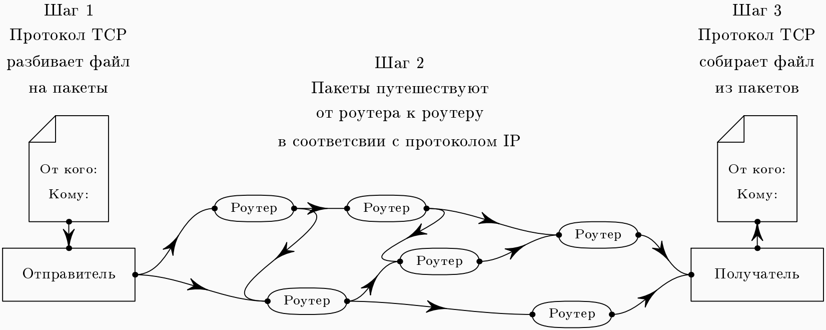
$$\varphi(\omega) := E\left[e^{j\omega X}\right] = \exp\{j\mu\omega - \sigma|\omega|^{\alpha}[1 - j\beta sgn(\omega)\theta(\omega,\alpha)]\}\ , \qquad (1)$$

где $0 < \alpha \leq 2$, $\sigma \geq 0$, $-1 \leq \beta \leq 1$, $\mu \in R^1$, и

$$\theta(\omega,\alpha) = \begin{cases} tan\left(\frac{\alpha\pi}{2}\right) & , \quad \alpha \neq 1, \\ -\frac{2}{\pi}\ln|\omega| & , \quad \alpha = 1. \end{cases}$$

Определение
Случайный процесс $L_{\alpha} = (L_{\alpha}(t), t \geq 0)$ называется α-**устойчивым процессом Леви**, если это процесс Леви такой, что $L_{\alpha}(1)$ имеет заданное α-устойчивое распределение.

Постановка задачи



Описание модели

Рассмотрим систему массового обслуживания на которую подается следующий входящий поток:

$$A(t) = mt + \sigma_1 B_{H_1}(t) + \ldots + \sigma_p B_{H_p}(t) + \sigma'_1 L_{\alpha_1}(t) + \ldots + \sigma'_q L_{\alpha_q}(t), \quad (2)$$

- $m > 0$ - средняя скорость входящего потока
- $B_{H_k} = (B_{H_k}(t), t \in R^1)$ - дробные Броуновские движения (FBM) с параметрами Хёрста H_k
- $L_{\alpha_j} = (L_{\alpha_j}(t), t \in R^1)$ - симметричные α-устойчивые движения Леви

Все компоненты являются самоподобными процессами с индексами H_k и $H'_j = 1/\alpha_j$ соответственно и предполагаются независимыми.

$A(t)$ описывает суммарную нагрузку, поступившую в узел связи в интервале времени $[0, t]$.

Мы предполагаем, что $1/2 < H_k, H'_j < 1$ и упорядочены по величине.

Вероятность переполнения

Предположим, что скорость обслуживания постоянна и равна C, и обозначим интенсивность трафика $r = C - m$. Пусть $Q(t)$ есть текущая нагрузка в момент времени t. Если $Q(0) = 0$, то нагрузка $Q(t)$ удовлетвор ет следующему уравнению:

$$Q(t) \stackrel{d}{=} \sup_{0 \le s \le t} (A(t) - A(s) - C(t - s)) \tag{3}$$

где символ $\stackrel{d}{=}$ обозначает равенство распределений. Если $r > 0$, то система является устойчивой и стационарной (см. Mandjes (2007)).

Вероятность переполнения

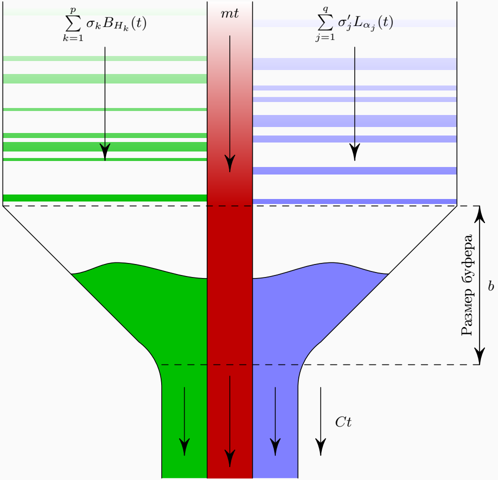
Обозначим

$$Q \stackrel{d}{=} \sup_{t \geqslant 0} (A(t) - Ct) \tag{4}$$

Наша цель состоит в оценке так называемой **вероятности переполнения**, т.е. вероятности того, что стационарна нагрузка превысит некоторый уровень b:

$$\varepsilon(b) := P[Q > b]. \tag{5}$$

Вероятность переполнения



$$A(t) = mt + B_{H_1}(t) + L_\alpha(t), H_1 = H_2 = \frac{1}{\alpha} = H$$

В ранее рассмотренных моделях неоднородного трафика (см. Хохлов, Лукашенко, Морозов (2016)) при всего двух процессах с равными параметрами Хёрста $H_1 = H_2 = H$ было получено, что нижняя оценка вероятности переполнения

$$\varepsilon(b) \geq \sup_{t \geq 0} P\left(t^H B_H(1) + t^H L_\alpha(1) > \frac{b + rt}{\sigma}\right)$$

достигает своего максимума при $t = \frac{bH}{r(1-H)}$.

Заключение

$$A(t) = mt + B_{H_1}(t) + L_\alpha(t), H_1 \neq H_2 = \frac{1}{\alpha}$$

Затем этот случай был расширен разными параметрами Хёрста $H_1 \neq H_2$ (см. Хохлов, Гончаров (2018)), откуда была получена новая оценка и сделан важный вывод, что максимум по вероятности достигается при минимальном параметре Хёрста.

$$\varepsilon(b) \geq C_5(r, H_1, H_2) \cdot b^{-(1-H)\alpha}$$

где $H = min(H_1, H_2)$

Заключение

$$A(t) = mt + \sigma_1 B_{H_1}(t) + \ldots + \sigma_p B_{H_p}(t) + \sigma'_1 L_{\alpha_1}(t) + \ldots + \sigma'_q L_{\alpha_q}(t)$$

В текущей работе был рассмотрен поток с произвольным количеством процессов Броуновского движения и движения Леви с разными параметрами Хёрста. Вывод оказался похожим: максимум по вероятности достигается при минимальном параметре Хёрста, который является наибольшим среди компонент одного типа:

$$\varepsilon(b) \geq C_4(r, \sigma_p, \sigma'_q, H_p, H'_q) \cdot b^{-(1-H)\alpha_q}$$

где $H = min(H_p, H'_q)$,

$$\frac{1}{2} < H_1 < \ldots < H_p < 1, \frac{1}{2} < H'_1 < \ldots < H'_q < 1.$$

Список литературы

- *W. Leland, M. Taqqu, W. Willinger, and D. Wilson.* On the selfsimilar nature of Ethernet traffic (extended version). IEEE/ACM Trans. Networking, pp. 1–15, 1994.
- *I.A. Ibragimov and Yu.V. Linnik.* Independent and Stationary Sequences of Random Variables, 1971, Wolters-Noordhoff, Gronengen.
- Embrechts P., Maejima M. (2002) *Selfsimilar Process*. Prinston University Press.
- G. Samorodnitsky and M.S. Taqqu, Stable Non-Gaussian Random Processes; Chapman & Hall, 1994
- *Th. Mikosch, S. Resnick, H. Rootzen, A. Stegeman.* (2002) Is network traffic approximated by stable Levy motion or fractional Brownian motion? Ann. Appl. Probab., 12(1), p. 23–68.

Список литературы

S. Sarvotham, R. Riedi, and R. Baraniuk. Connection-level analysis and modeling of network traffic, Tech. Rep., ECE Dept., Rice Univ., July 2001.

S. Sarvotham, R. Riedi, R. Baraniuk. Connection-level Analysis and Modeling of Network Traffic. In: Proceedings of the 1st ACM SIGCOMM Workshop on Internet Measurement New York, NY, USA: ACM (2001) , p. 99–103.

V. M. Zolotarev. One-Dimensional Stable Distributions, 1986, Translations of Mathematical Monographs, vol. 65, AMS.

Khohlov Y.S., Lukashenko O.V., Morozov E.V., On a Lower Asymptotic Bound of the Overflow Probability in a Fluid Queue with Heterogeneous Input., 2016

Breiman L. On some limit theorems similar to the arc-sin law. Theory Probab. Appl. 10, p. 323–331.

Хохлов Ю.С., Гончаров Б.А. Оценка качества обслуживания в неоднородных моделях трафика. – Тихоновские чтения, МГУ