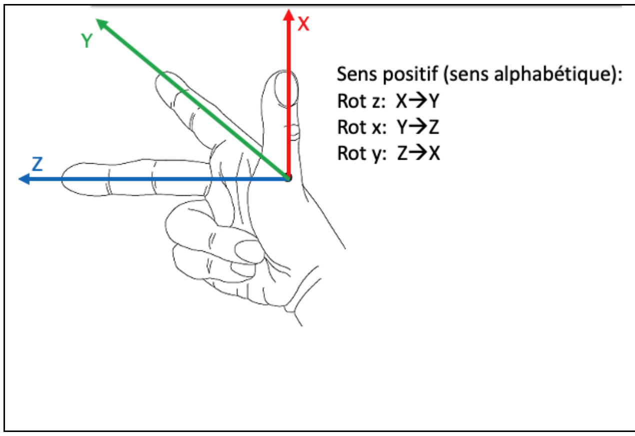
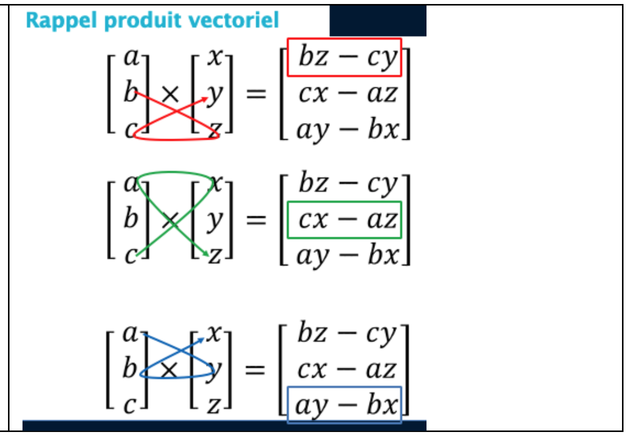
Cheat sheet





Matrices de rotation :

$$R_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$R_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Polynomes de mouvements :

Polynôme de 3ème ordre : $x = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$

Polynôme de 1er ordre : $x = b_0 + b_1 t$

Paramétrisation de DH modifiée et modèle géométrique direct :

- On peut représenter l'attitude d'un repère R_i par rapport à un repère R_{i-1} à l'aide de **4 paramètres uniques** à condition de fixer les 3 contraintes suivantes :
  - Le repère R_j est lié au corps C_j
  - L'axe z_j est porté par l'axe de l'articulation j
  - l'axe x_j est porté par la perpendiculaire commune aux axes $\mathbf{z}_j$ et $\mathbf{z}_{j+1}$. Si les axes z_j et $\mathbf{z}_{j+1}$ sont parallèles ou colinéaires, le choix de x_j n'est pas unique : des considérations de symétrie ou de simplicité permettent alors un choix rationnel. <u>(Si parallèles -> Choisir xjqui relie les axes $\boldsymbol{zj}$et $\boldsymbol{zj}$+1)</u>

- Passage du repère R_{i-1} au repère R_i avec 4 paramètres:
  - α_i : angle entre les axes z_{i-1} et z_i correspondant à une rotation autour de x_{i-1}
  - d_i : distance entre z_{i-1} et z_i le long de x_{i-1}
  - θ_i : angle entre les axes x_{i-1} et x_i correspondant à une rotation autour de z_i
  - r_i : distance entre x_{i-1} et x_j le long de z_j

- La matrice de transformation définissant le repère R_j dans le repère R_{j-1} en fonction des paramètres de DH est :

$$^{j-1}\mathbf{T}_j = \mathbf{Rot}\,(\mathbf{x}\,,\alpha_j)\;\mathbf{Trans}\,(\mathbf{x}\,,\mathrm{d}_j)\;\mathbf{Rot}\,(\mathbf{z}\,,\theta_j)\;\mathbf{Trans}\,(\mathbf{z}\,,\mathrm{r}_j)$$

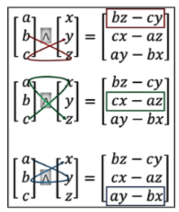
$$^{j-1}\mathbf{T}_j = \begin{bmatrix} C\theta_j & -S\theta_j & 0 & d_j \\ C\alpha_j S\theta_j & C\alpha_j C\theta_j & -S\alpha_j & -r_j S\alpha_j \\ S\alpha_j S\theta_j & S\alpha_j C\theta_j & C\alpha_j & r_j C\alpha_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Construction matrice Jacobienne

$$\dot{X}_e = J(q)\dot{q}$$

$$\begin{bmatrix} V_e \\ \omega_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_v \\ J_\omega \end{bmatrix} \dot{q}$$

$$\begin{bmatrix} V_e \\ \omega_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{v_1} & J_{v_2} & J_{v3} \\ J_{\omega 1} & J_{\omega 2} & J_{\omega 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix}$$



Si l'articulation est glissière

$$J_{v_i} = \vec{z}_i \qquad J_{\omega_i} = 0$$

$$J_{v_1} = \overrightarrow{z_1} \qquad J_{\omega_1} = 0$$

$$J_{v_2} = \overrightarrow{z_2} \qquad J_{\omega_2} = 0$$

$$J_{v_3} = \overrightarrow{z_3} \qquad J_{\omega_3} = 0$$

Si l'articulation est pivot (aussi appelé rotoïde)

$$J_{v_i} = \vec{z}_i \ \wedge \ {}^{(i)}P_E \qquad J_{\omega_i} = \vec{z}_i$$

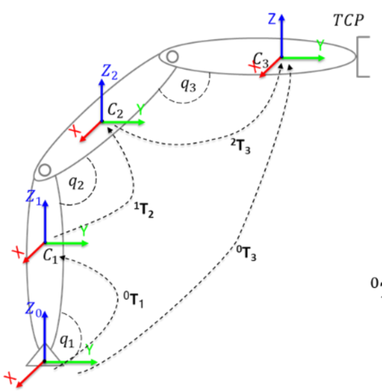
$$J_{v_1} = \overrightarrow{z_1} \ \wedge \ {}^{1}P_E \qquad J_{\omega_1} = \overrightarrow{z_1}$$

$$J_{v_2} = \overrightarrow{z_2} \ \wedge \ {}^{2}P_E \qquad J_{\omega_2} = \overrightarrow{z_2}$$

$$J_{v_3} = \overrightarrow{z_3} \ \wedge \ {}^{3}P_E \qquad J_{\omega_3} = \overrightarrow{z_3}$$

$${}^1P_E = {}^0P_E - {}^0P_1$$

$${}^2P_E = {}^0P_E - {}^0P_2$$



$${}^0\boldsymbol{T}_1 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \phantom{R_{11}} & \phantom{R_{12}} & \overrightarrow{z_1} & {}^0P_1 \end{array} \\ \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \boxed{R_{13}} & \boxed{P_x} \\ R_{21} & R_{22} & \boxed{R_{23}} & \boxed{P_y} \\ R_{31} & R_{32} & \boxed{R_{33}} & \boxed{P_z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

$${}^0\boldsymbol{T}_2 = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \phantom{R_{11}} & \phantom{R_{12}} & \overrightarrow{z_2} & {}^0P_2 \end{array} \\ \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \boxed{R_{13}} & \boxed{P_x} \\ R_{21} & R_{22} & \boxed{R_{23}} & \boxed{P_y} \\ R_{31} & R_{32} & \boxed{R_{33}} & \boxed{P_z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

$${}^0\boldsymbol{T}_E = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \phantom{R_{11}} & \phantom{R_{12}} & \phantom{R_{13}} & {}^0P_E \end{array} \\ \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & \boxed{P_x} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & \boxed{P_y} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & \boxed{P_z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Indice de manipulabilité du manipulateur :

- $w = |\det(\mathrm{J})|$ Avec J la Jacobienne du manipulateur quand elle est carrée
- $w = \sqrt{|\det(JJ^T)|}$ Avec J la Jacobienne du manipulateur quand elle n'est pas carrée