# 084213 – תרמודינמיקה

| | |
|---|---|
| **שם** | גיא בן-יוסף |
| **תעודת זהות** | 313580805 |
| **מספר תרגיל** | 07 |
| **תאריך הגשה** | 05/01/2021 |

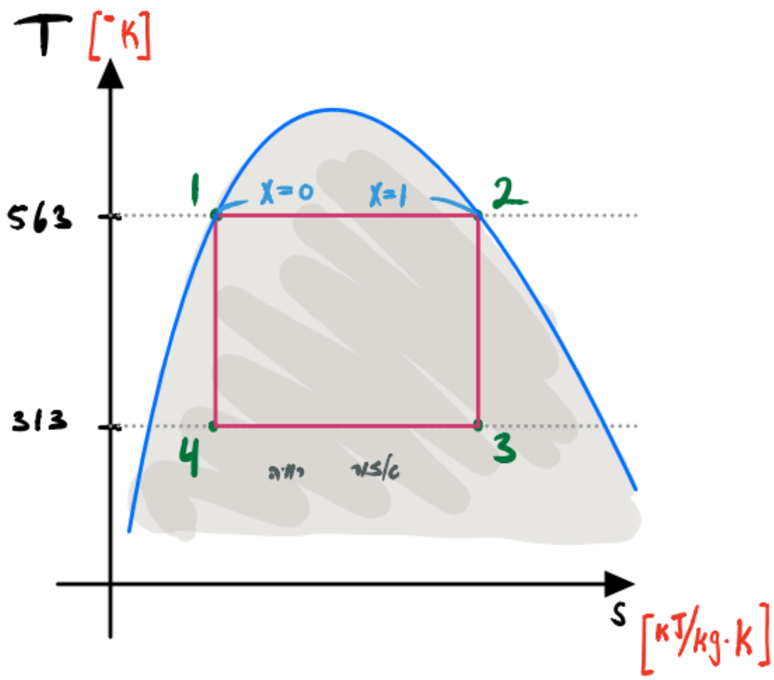
**<u>תשובה 1</u>**

נתון:

$$T_H = 563\ [°\mathrm{K}] \quad , \quad T_L = 313\ [°\mathrm{K}] \quad , \quad x_i = 0 \quad , \quad x_e = 1$$

נסיק מן הנתונים שבכניסה לדוד החימום, הזורם במצב נוזל טהור ($x_i = 0$, כלומר אין אדים כלל). באותו אופן ניתן לומר שביציאה מדוד החימום, הזורם כולו במצב אד טהור.

א. נשרטט דיאגרמת $T$-$s$:




<u>$4 \rightarrow 1$</u> – תהליך אדיאבטי בו הטמפרטורה עולה מ-$T_L$ ל-$T_H$ $\qquad \Delta q_{\mathrm{rev}} = 0 \Longrightarrow \Delta s = 0$

<u>$1 \rightarrow 2$</u> – תהליך איזותרמי בו חום עובר ממאגר החום אל הזורם $\qquad \Delta q_{\mathrm{rev}} > 0 \Longrightarrow \Delta s > 0$

<u>$2 \rightarrow 3$</u> – תהליך אדיאבטי בו הטמפרטורה יורדת מ-$T_H$ ל-$T_L$ $\qquad \Delta q_{\mathrm{rev}} = 0 \Longrightarrow \Delta s = 0$

<u>$3 \rightarrow 4$</u> – תהליך איזותרמי בו חום עובר מהזורם אל המאגר הקר $\qquad \Delta q_{\mathrm{rev}} < 0 \Longrightarrow \Delta s < 0$

- כל התהליכים במערכת **הפיכים**

ב. עלינו לחשב את איכות המים לפני ואחרי שלב פליטת החום, כלומר בנקודה 3 (לפני פליטת החום) ובנקודה 4 (אחרי פליטת החום). נשים לב שמתקיימים הקשרים $s_1 = s_4$ , $s_2 = s_3$. נחלץ את $s_1, s_2$ מטבלה *B.1*:

$$s_1 \overset{x=0}{=} s_f = 3.1593\ \left[{}^{\mathrm{kJ}}\!/_{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K}}\right] = s_4$$

$$s_2 \overset{x=1}{=} s_g = 5.7821\ \left[{}^{\mathrm{kJ}}\!/_{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K}}\right] = s_3$$

נשים לב שנתוני האנטרופיה שמצאנו תואמים מים ב-$313\ [°\mathrm{K}]$ הנמצאים באזור הרוויה (טבלה *B.1.1*) מה שמחזק את האופן בו שרטטנו את קווי התהליך ביחס לאזור הרוויה בדיאגרמה. בעזרת נתוני אנטרופיה נוספים מטבלה *B.1.1* נחשב את האיכות:

$$x_3 = \frac{s_3 - s_{f_3}}{s_{fg_3}} = \frac{5.7821 - 0.5724}{7.6845} = 0.678$$

$$x_4 = \frac{s_4 - s_{f_4}}{s_{fg_4}} = \frac{3.1593 - 0.5724}{7.6845} = 0.337$$

$$\Longrightarrow \boxed{x_3 = 0.678 \quad , \quad x_4 = 0.337}$$

ג. נחשב את יעילות המחזור מהקשר הקיים במחזור קרנו $\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H}$:

$$\eta = 1 - \frac{313}{563} \Longrightarrow \boxed{\eta = 0.444}$$

ד. כיוון שמדובר במחזור קרנו, ידוע שכל התהליכים הם תהליכים הפיכים ולכן נוכל לחשב את החום מתוך הקשר $ds = \frac{\delta q}{T}$:

$$\Delta s = s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{\delta q}{T_H} \xRightarrow{T_H = Const} T_H(s_2 - s_1) = \int_1^2 \delta q = q_{12}$$
$$\Longrightarrow q_{12} = 563(5.7821 - 3.1593\ )$$
$$\Longrightarrow \boxed{q_{12} = 1.477\ \left[{}^{\text{MJ}}/_{\text{kg}}\right]}$$

ה. נעזר בקשר בין יעילות המחזור, החום והעבודה:

$$\eta = \frac{W_{\text{net}}}{q_H} \Longrightarrow W_{\text{net}} = \eta \cdot q_H = 0.444 \cdot 1.477$$
$$\Longrightarrow \boxed{W_{\text{net}} = 655.626\ \left[{}^{\text{kJ}}/_{\text{kg}}\right]}$$

**<u>תשובה 2</u>**

נתונה בוכנה מלאה באמוניה תחת התנאים הבאים:

$$T_1 = 80\ [^\circ\mathrm{C}] \quad , \quad P_1 = 2\ [\mathrm{MPa}] \quad , \quad V_1 = 0.12\ [\mathrm{m}^3] \quad , \quad F_{\mathrm{spring}} = kx \quad , \quad x_2 = 0.1$$

כאשר הסביבה המקיפה את הבוכנה נמצאת ב-$T_{\mathrm{amb}} = 20\ [^\circ\mathrm{C}]$. בשאלה זו נזניח את אפקט הלחץ החיצוני (לחץ הסביבה).

א. תחילה נחשב את מסת האמוניה בבוכנה. נשים לב שתנאי ההתחלה תואמים זורם במצב אד שחון, אז מטבלה *B.2.2* נחלץ:

$$\boldsymbol{v_1 = 0.07595}\ \left[\mathbf{m^3/kg}\right]$$

$$m = \frac{V_1}{v_1} = \frac{0.12}{0.07595} \Longrightarrow \boldsymbol{m = 1.58}\ [\mathbf{kg}]$$

נתונה האיכות בסוף התהליך $x_2 = 0.1$ ומכך נסיק שבשלב זה הזורם נמצא באזור הרוויה. נחשב את הלחץ והנפח בסוף התהליך בעזרת טבלה *B.2*:

$$T_2 = T_{\mathrm{amb}} = 20\ [^\circ\mathrm{C}] \Longrightarrow \boldsymbol{P_2 = 857.5}\ [\mathbf{kPa}]$$

$$x_2 = 0.1 = \frac{v_2 - v_f}{v_{fg}} \Longrightarrow \boldsymbol{v_2 = 0.016396}\ \left[\mathbf{m^3/kg}\right] \Longrightarrow V_2 = v_2 \cdot m = 0.016396 \cdot 1.58$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{V_2 = 0.026}\ \left[\mathbf{m^3}\right]$$

נתון שהכוח שמפעיל הקפיץ על הבוכנה משתנה באופן לינארי וכן, ידוע ש-$P = F/A$. נניח ש-$A$ שטח החתך קבוע ומכאן ש-$P$ גם כן **משתנה באופן לינארי**. כמו כן, ניתן להתייחס לעבודה $W_{12}$ כאל השטח שמתחת לגרף העקומה בדיאגרמת $P$-$v$, כיוון שהשטח הוא למעשה סכום התרומות ללחץ של השינויים האינפיניטסימליים בנפח הסגולי. כיוון שהראנו ש-$P$ משתנה לינארית, נוכל לחשב את השטח שמתחת לגרף בעזרת נוסחאת שטח טרפז:

$$W_{12} = \frac{1}{2}\underbrace{(P_1 + P_2)}_{\text{בסיסים}} \cdot \underbrace{(v_2 - v_1)}_{\text{גובה}} \cdot m = \frac{1}{2}(2 \cdot 10^6 + 857.5 \cdot 10^3)(0.016396 - 0.07595) \cdot 1.58$$

$$\Longrightarrow \boxed{W_{12} = -134.46\ [\mathrm{kJ}]}$$

ב. מטבלאות *B.2* נחלץ את האנרגיה הפנימית של האמוניה:

$$u_1 = 1421.6\ \left[\mathrm{kJ/kg}\right] \quad , \quad \boldsymbol{u_2} = x \cdot u_{fg_2} + u_{f_2} = 0.1 \cdot 1059.3 + 272.89 = \boldsymbol{378.82}\ \left[\mathbf{kJ/kg}\right]$$

נשתמש בחוק הראשון של התרמודינמיקה ונחשב את החום שעבר:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = Q - W$$

$$Q = m(u_2 - u_1) + W = 1.58(378.82 - 1421.6) + (-134.46)$$

$$\Longrightarrow \boxed{Q = -1782.052\ [\mathrm{kJ}]}$$

ג. נחלץ מטבלאות $B.2$ את ערכי האנטרופיה בנקודות ההתחלה והסוף:

$$s_1 = 5.0707\ \left[\mathrm{kJ/kg \cdot K}\right] \quad , \quad \boldsymbol{s_2} = x \cdot s_{fg_2} + s_{f_2} = 0.1 \cdot 4.0452 + 1.0408 = \boldsymbol{1.44532}\ \left[\mathbf{kJ/kg}\right]$$

בנוסף, נרצה להעריך את התנהגות העקום שמחבר בין שתי הנקודות בדיאגרמת ה-$T$-$s$. לצורך כך נבחר נקודה שרירותית בתחום-$T^\star = 40\ [^\circ\mathrm{C}]$ ונבדוק את ערך האנטרופיה בה. הראנו שבמערכת הנידונה מתקיים קשר לינארי בין $P$ ו-$v$, נעזר במשוואת ישר ונרשום את הקשר:

$$P(v) - 2 = \frac{2 - 0.8575}{0.016396 - 0.07595}(v - 0.07595)$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{P(v) = (3.457 - 19.184 \cdot v)}$$

נשים לב שמצאנו את $P$ כפונקציה של $v$. אבל, כיוון שהפונקציה חח"ע ועל, היא הפיכה ומכאן שבהינתן $P$ ניתן לחשב את $v$. נניח שהזורם נמצא באזור הרוויה ואז מטבלאות *B.2*:

$$T^\star = 40\ [^\circ\mathrm{C}] \Rightarrow P^\star = 1.5549\ [\mathrm{MPa}] \xRightarrow{v(P)} v^\star = 0.09915\ \left[\mathrm{m^3}/_{\mathrm{kg}}\right] \xRightarrow{v^\star > v_g}$$ אד שחון ✗

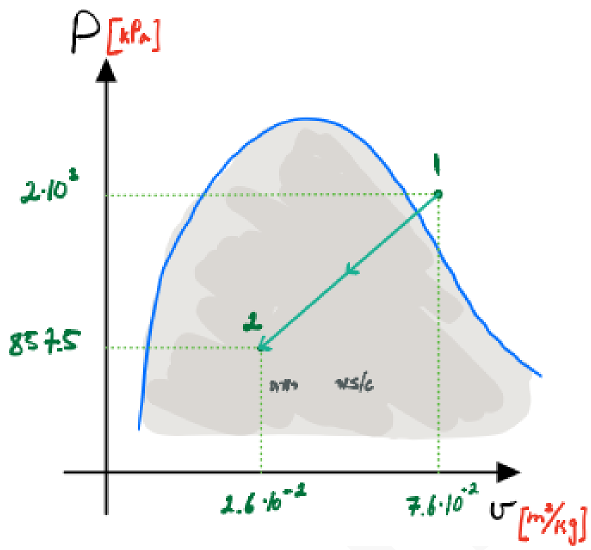
הגענו לסתירה, אז נניח שהזורם במצב אד שחון וננסה למצוא את התנאים באופן איטרטיבי:

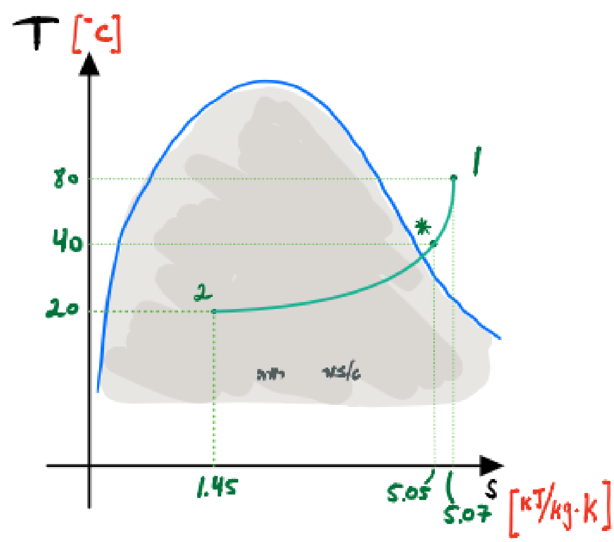
$$P^\star = 1.4\ [\mathrm{MPa}] \xRightarrow{v(P)} v^\star = 0.107 \neq 0.092 = v_{\mathrm{Table}}$$
$$P^\star = 1.2\ [\mathrm{MPa}] \xRightarrow{v(P)} v^\star = 0.117 \approx 0.113 = v_{\mathrm{Table}}$$
$$P^\star = 1\quad [\mathrm{MPa}] \xRightarrow{v(P)} v^\star = 0.128 \neq 0.139 = v_{\mathrm{Table}}$$

מצאנו שהערך הקרוב ביותר מתקבל עבור $P^\star = 1.2\ [\mathrm{MPa}]$ , $v^\star = 0.11287\ \left[\mathrm{m^3}/_{\mathrm{kg}}\right]$ והאנטרופיה המתאימה:

$$s^\star = 5.0564\ \left[\mathrm{kJ}/_{\mathrm{kg\cdot K}}\right]$$

נשרטט את התרשימים המבוקשים:




- התרשימים מציגים תמונה כללית ולא מדוייקת.

ד. נניח שטמפרטורת הסביבה קבועה $T_{\mathrm{amb}} = 293\ [^\circ\mathrm{K}] = Const$ ובסעיף קודם מצאנו שכמות החום שנפלטה מהמאגר היא $|Q| = 1562.5$, לכן השינוי באנטרופיה של המאגר יהיה:

$$\mathrm{S_{amb}} = \frac{|Q|}{T_{\mathrm{amb}}} = \frac{1782.052}{293} = 6.082\ \left[\mathrm{kJ}/_{\mathrm{K}}\right]$$

כעת נחשב את האנטרופיה שנוצרה מתוך הקשר $S_{\mathrm{C.V}} = S_{\mathrm{in}} - S_{\mathrm{out}} + S_{\mathrm{gen}}$:

$$S_{12_{\mathrm{gen}}} = m(s_2 - s_1) + S_{\mathrm{out}} = 1.58(1.44532 - 5.0707\,) + 6.082$$

$$\Rightarrow \boxed{S_{12_{\mathrm{gen}}} = 0.354}$$

**<u>תשובה 3</u>**

נתון:

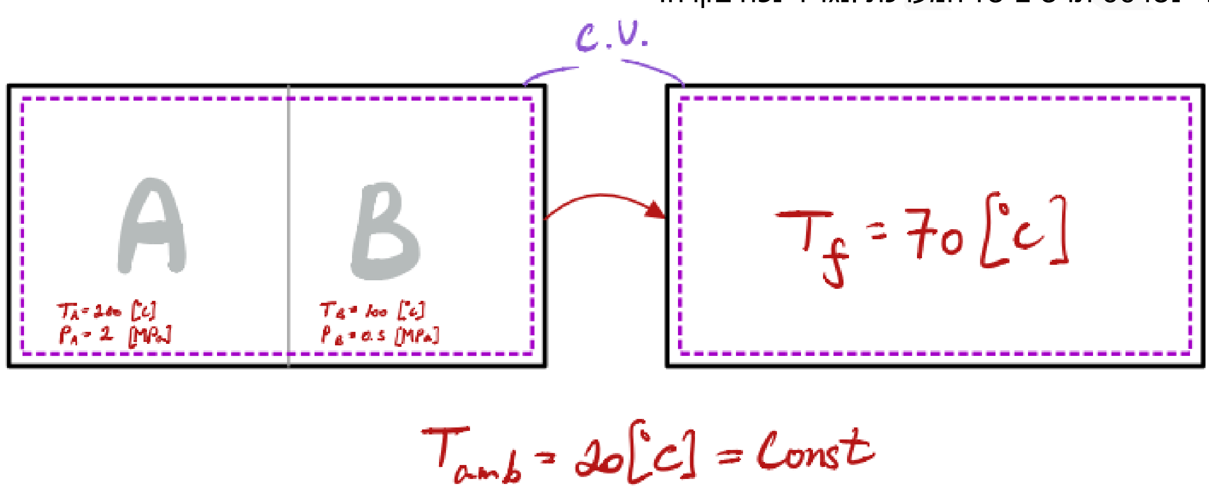
$$T_{\text{amb}} = 20\ [°\text{C}] \quad , \quad V = 0.3\ [\text{m}^3]$$

$$T_A = 200\ [°\text{C}] \quad , \quad P_A = 2\ [\text{MPa}]$$

$$T_B = 100\ [°\text{C}] \quad , \quad P_B = 0.3\ [\text{MPa}]$$

$$T_f = 70\ [°\text{C}] \quad , \quad C_{p0} = 1.042\ \left[{}^{\text{kJ}}/_{\text{kg}\cdot\text{K}}\right]$$

א. נשרטט תרשים של המערכת ונגדיר נפח בקרה:




נשים לב שלא מזוהה שום עבודה בתוך המערכת או עבודה דרך גבולות נפח הבקרה. כמו כן, נתון שהנפח קבוע, אז נסיק שהעבודה שווה ל-0.

$$\Rightarrow \boxed{W = 0}$$

ב. נניח שהחנקן מתנהג כגז אידיאלי, אז נעזר במשוואת המצב לגזים אידיאליים ונחשב את המסה הכוללת כאשר הקבוע $R_s$ ילקח מטבלה $A.5$:

$$PV = mR_sT \Rightarrow m = \frac{PV}{R_sT} \quad , \quad R_s = 0.2968\ \left[{}^{\text{kJ}}/_{\text{kg}\cdot\text{K}}\right]$$

$$\Rightarrow m_A = \frac{P_AV_A}{R_sT_A} = \frac{2\cdot 10^6\cdot 0.15}{0.2968\cdot 10^3\cdot 473} \Rightarrow m_A = 2.137\ [\text{kg}]$$

$$\Rightarrow m_B = \frac{P_BV_B}{R_sT_B} = \frac{0.3\cdot 10^6\cdot 0.15}{0.2968\cdot 10^3\cdot 373} \Rightarrow m_B = 0.406\ [\text{kg}]$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{m}_{\textbf{tot}} = m_A + m_B = 2.137 + 0.406 = \mathbf{2.543\ [kg]}$$

באופן דומה נחשב את הלחץ הסופי במערכת:

$$P_f = \frac{mR_sT_f}{V} = \frac{2.543\cdot 0.2968\cdot 10^3\cdot 343}{0.3} \Rightarrow \boldsymbol{P_f} = \mathbf{863.1\ [kPa]}$$

נחשב את השינוי באנתרופיה עבור כל אחד מ"נתחי" המערכת (נתח $A$ ונתח $B$):

$$\Delta S_A = m_{\text{tot}}\left(C_{p0}\ln\left(\frac{T_f}{T_A}\right) - R_s\ln\left(\frac{P_f}{P_A}\right)\right) = 2.137\left(1.042\cdot\ln\left(\frac{343}{473}\right) - 0.2968\cdot\ln\left(\frac{0.8631}{2}\right)\right)$$

$$\Longrightarrow \Delta S_A = -0.183\ \left[{}^{\text{kJ}}/_{\text{K}}\right]$$

$$\Delta S_B = m_{\text{tot}}\left(C_{p0}\ln\left(\frac{T_f}{T_B}\right) - R_s\ln\left(\frac{P_f}{P_B}\right)\right) = 0.406\left(1.042\cdot\ln\left(\frac{343}{373}\right) - 0.2968\cdot\ln\left(\frac{0.8631}{0.3}\right)\right)$$

$$\Longrightarrow \Delta S_B = -0.163\ \left[{}^{\text{kJ}}/_{\text{K}}\right]$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{\Delta S_{\text{sys}}} = \Delta S_A + \Delta S_B = -0.183 - 0.163 = \mathbf{-0.346}\left[{}^{\mathbf{kJ}}/_{\mathbf{K}}\right]$$

נחשב את השינוי באנרגיה הפנימית מהקשר המתקיים עבור גז אידיאלי $\Delta u = C_{v0}\Delta T$ וכן הקשר בין הקבועים $mC_{p0} - mC_{v0} = mR_s$:

$$mC_{p0} - mC_{v0} = mR_s \Longrightarrow C_{v0} = C_{p0} - R_s = 1.042 - 0.2968 \Longrightarrow \boldsymbol{C_{v0} = 0.7452}$$

$$\Delta u_A = C_{v0}\Delta T = 0.7452\cdot(-130) = -96.846\ \left[{}^{\text{kJ}}/_{\text{kg}}\right]$$
$$\Delta u_B = C_{v0}\Delta T = 0.7452\cdot(-30) = -22.356\ \left[{}^{\text{kJ}}/_{\text{kg}}\right]$$

$$\Longrightarrow \boldsymbol{\Delta U} = m_A\Delta u_A + m_B\Delta u_B = 2.137\cdot(-96.846) + 0.406\cdot(-22.356) = \mathbf{-216.036\ [kJ]}$$

מהחוק הראשון של התרמודינמיקה נחשב את החום שעבר בין המערכת לסביבה:

$$\Delta U = Q - W \Longrightarrow -302.17 = Q - 0 \Longrightarrow \boldsymbol{Q = -216.036\ [\text{kJ}]}$$

נניח שטמפרטורת הסביבה קבועה $T_{\text{amb}} = 293\ [°\text{K}] = Const$ ולכן השינוי באנטרופיה של הסביבה יהיה:

$$\boldsymbol{\Delta S_{\text{amb}}} = -\frac{Q}{T_{\text{amb}}} = \frac{216.036}{293} = \mathbf{0.737}\ \left[{}^{\mathbf{kJ}}/_{\mathbf{K}}\right]$$
$$\Delta S_{\text{tot}} = \Delta S_{\text{sys}} + \Delta S_{\text{amb}} = -0.346 + 0.737$$
$$\Longrightarrow \boxed{\Delta S_{\text{tot}} = 0.391\ \left[{}^{\text{kJ}}/_{\text{K}}\right]}$$

**<u>תשובה 4</u>**

נתון:

$$\dot{Q}_H = 1\ [\text{MW}] \quad , \quad \dot{Q}_L = 0.58\ [\text{MW}]$$

$$T_H = 1003\ [°\text{K}] \quad , \quad T_L = 317\ [°\text{K}]$$

נניח שהטרובינה והמשאבה אידאבטים, כלומר:

$$\dot{Q}_{\text{tot}} = \dot{Q}_H - \dot{Q}_L$$

נבחן האם מתקיים אי-שיוויון קלאוזיוס:

$$\oint \frac{\delta \dot{Q}}{T} = \frac{1000}{1003} - \frac{580}{317} = -0.833 < 0 \quad \checkmark$$

כעת נבחן האם התהליך מתקיים גם כאשר המערכת עובדת כמקרר. לצורך כך נהפוך את הסימנים של מעברי החום ונבדוק:

$$\oint \frac{\delta \dot{Q}}{T} = \frac{580}{317} - \frac{1000}{1003} = 0.833 > 0 \quad \times$$

בסך הכל מצאנו, שעבור התהליך הסדור, אי-שיוויון קלאוזיוס מתקיים ועבור התהליך ההפוך (המערכת עובדת כמקרר) אי השיוויון אינו מתקיים.