

084213 – תרמודינמיקה

גיא בן-יוסף

שם

313580805

תעודת זהות

06

מספר תרגיל

29/12/2020

תאריך הגשה

תשובה 1

נתון:

$$\beta = 2.5, \quad T_{in} = 22 [^{\circ}\text{C}] = \text{Const}, \quad T_{out} = -8 [^{\circ}\text{C}] = \text{Const}$$

נחשב את β' מהקשר $\beta' = 1 + \beta$:

$$\beta' = 1 + 2.5 = 3.5$$

הגדרת β' :

$$\beta' = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{W}} = 3.5 \Rightarrow \dot{W} = \frac{2}{7} \cdot \dot{Q}_H$$

במקרה שלנו, כמות החום שצריכה ליצר המערכת על מנת שטמפרטורת החדר תשמור קבועה, שווה לכמות החום שהמערכת מאבדת לסביבה. מן הנתון על איכות הבידוד נחשב את \dot{Q}_H :

$$\dot{Q}_H = 0.8 \cdot (T_{in} - T_{out}) = 0.8 \cdot (22 - (-8)) = 24 [\text{kW}] \Rightarrow \dot{W} = \frac{2}{7} \cdot 24$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{W} = 6.857 [\text{kW}]}$$

תשובה 2

א. קיום חוק ראשון:

$$\dot{Q}_H - \dot{Q}_L \stackrel{?}{=} \dot{W} \Rightarrow 6 - 4 = 2 \quad \checkmark$$

קיום חום שני:

$$\eta = \frac{\dot{Q}_H - \dot{Q}_L}{\dot{Q}_H} \stackrel{?}{<} 1 \Rightarrow \frac{6 - 4}{6} = \frac{1}{3} < 1 \quad \checkmark$$

אף אחד מהחוקים לא נסתר.

ב. קיום חוק ראשון:

$$\dot{Q}_H - \dot{Q}_L \stackrel{?}{=} \dot{W} \Rightarrow 6 - 0 = 6 \quad \checkmark$$

קיום חום שני:

$$\eta = \frac{\dot{Q}_H - \dot{Q}_L}{\dot{Q}_H} \stackrel{?}{<} 1 \Rightarrow \frac{6 - 0}{6} = 1 \quad \times$$

לא ייתכן תהליך מאופיין ביעילות 1. אין תהליך הפיכת חום לעבודה שהתוצר היחיד שלו הוא עבודה.

ג. קיום חוק ראשון:

$$\dot{Q}_H - \dot{Q}_L \stackrel{?}{=} \dot{W} \Rightarrow 6 - 2 = 5 \quad \times$$

לא מתקיים שימור אנרגיה במערכת.

קיום חום שני:

$$\eta = \frac{\dot{Q}_H - \dot{Q}_L}{\dot{Q}_H} \stackrel{?}{<} 1 \Rightarrow \frac{6 - 2}{6} = \frac{2}{3} < 1 \quad \checkmark$$

ד. קיום חוק ראשון:

$$\dot{Q}_H - \dot{Q}_L \stackrel{?}{=} \dot{W} \Rightarrow 6 - 6 = 0 \quad \checkmark$$

קיום חום שני:

$$\eta = \frac{\dot{Q}_H - \dot{Q}_L}{\dot{Q}_H} \stackrel{?}{<} 1 \Rightarrow \frac{6 - 6}{6} = 0 < 1 \quad \checkmark$$

אף אחד מהחוקים לא נסתר.

לסיכום:

#2 חוק	#1 חוק	
✓	✓	א
✗	✓	ב
✓	✗	ג
✓	✓	ד

תשובה 3

נתון מחזור קרנו הפועל תחת התנאים הבאים:

$$\dot{W} = 1100 \text{ [MW]}, \quad T_H = 873 \text{ [}^\circ\text{K]}, \quad P_{\text{cond}} = 15 \text{ [kPa]}$$

כאשר הזורם המשמש למחזור הוא קיטור. כמו כן, המחזור פועל בסמוך לנהר המקיים את התנאים הבאים:

$$v_{\text{river}} = 0.6 \text{ [km/hr]} = 0.166 \text{ [m/sec]}, \quad A_{\text{river}} = 400 \text{ [m}^2\text{]}$$

נניח כי מקדם קיבול החום הסגולי של מי הנהר קבוע ומטבלה A.4 בספר הלימוד נרשום אותו ואת צפיפות המים בטמפרטורה של $25 \text{ [}^\circ\text{C]}$:

$$\rho_{H_2O} = 997 \text{ [kg/m}^3\text{]}, \quad C_p = 4.18 \text{ [kJ/kg} \cdot \text{K]}$$

כמו כן, נניח שצפיפות המים קבועה (עשוי להיות נכון בקירוב טוב במידה והשינוי בטמפרטורה לא גדול). כיוון שנתון שהזורם במעבה נמצא באזור הרוויה, ונתון הלחץ, אז מטבלה B.1.2 נוכל לרשום את הטמפרטורה במעבה:

$$T_L = 327 \text{ [}^\circ\text{K]}$$

נחשב את יעילות המחזור מתוך יחסי הטמפרטורות ולאחר מכן נחליץ את הספק החום המושקע במחזור:

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{327}{873} = 0.625 \stackrel{\text{הגדרה}}{=} \frac{W}{\dot{Q}_{\text{in}}} \Rightarrow \dot{Q}_{\text{in}} = 1760 \text{ [MW]}$$

נשים לב שכיוון שהתהליך מחזורי מתקיים $\Delta U = 0$ ואז מהחוק הראשון של התרמודינמיקה נאמר ש:

$$0 = \dot{Q}_{\text{in}} - \dot{Q}_{\text{out}} - \dot{W} \Rightarrow \dot{Q}_{\text{out}} = 660 \text{ [MW]}$$

מהנתונים לגבי גיאומטריה הזרימה נחשב:

$$\dot{V} = v_{\text{river}} \cdot A_{\text{river}} = 0.166 \cdot 400 = 66.66 \text{ [m}^3\text{/sec]}$$

חישוב ספיקה מסית מהקשר בין ספיקה נפחית וצפיפות:

$$\dot{V} \cdot \rho = 66.66 \cdot 997 = 66466 \text{ [kg/sec]} = \dot{m}$$

ולבסוף נחשב את הפרש הטמפרטורות מתוך כלל הממצאים:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{\text{out}} &= \dot{m} C_p \cdot \Delta T \\ \Rightarrow 660 \cdot 10^6 &= 66466 \cdot 4.18 \cdot 10^3 \cdot \Delta T \\ \Rightarrow \Delta T &= 2.37 \text{ [}^\circ\text{K]} \end{aligned}$$

כלומר, ברגע היציאה, זרם המים מתחמם ב-2.37 מעלות קלווין.

תשובה 4

נתון:

$$P_3 = 75 \text{ [kPa]}, \quad T_L = 300 \text{ [}^\circ\text{K]}, \quad T_H = 600 \text{ [}^\circ\text{K]}, \quad q_H = 250 \text{ [kJ/kg]}$$

צ"ל:

$$v_4 = ?, \quad P_4 = ?, \quad w_{\text{tot}} = ?$$

נתון שהמערכת פועלת במחזור קרנו, נניח שהזורם (אוויר) הוא גז אידיאלי. נחשב את יעילות המחזור:

$$\eta = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{300}{600} \Rightarrow \eta = 0.5$$

ידוע גם הקשר הבא ליעילות המחזור:

$$\eta = \frac{|q_H| - |q_L|}{|q_H|} \Rightarrow \frac{1}{2} = 1 - \frac{|q_L|}{250} \Rightarrow |q_L| = 125 \text{ [kJ/kg]}$$

תחת ההנחה כי הזורם מתנהג כגז אידיאלי, נשתמש במשוואת המצב לגזים אידיאליים¹ ונחשב את הנפח הסגולי בנקודה 3:

$$v_3 = \frac{R_{s\text{air}} T_L}{P_3} = \frac{0.287 \cdot 10^3 \cdot 300}{75 \cdot 10^3} \Rightarrow v_3 = 1.15 \text{ [m}^3\text{/kg]}$$

ידוע שעבור גז אידיאלי, האנרגיה הפנימית היא פונקציה של הטמפרטורה בלבד. כלומר:

$$\Delta T = 0 \Rightarrow \Delta u = 0$$

אז מהחוק הראשון של התרמודינמיקה נאמר כי:

$$\delta q = \delta w \Rightarrow \delta q = P dv \xrightarrow{\text{גז אידיאלי}} \delta q = R_s T \cdot \frac{1}{v} dv$$

$$\Rightarrow q_{34} = w_{34} = \int_3^4 \underbrace{R_{s\text{air}} T_L}_{= \text{const}} \cdot \frac{1}{v} dv = R_{s\text{air}} T_L \int_3^4 \frac{1}{v} dv = R_{s\text{air}} T_L \ln(v_4/v_3) = q_L = \underbrace{125}_{\substack{\text{נפלט} \\ \text{מהמערכת}}} \text{ [kJ/kg]}$$

$$0.287 \cdot 10^3 \cdot 300 \cdot \ln(v_4/v_3) = -125 \cdot 10^3 \Rightarrow \frac{v_4}{v_3} = 0.234$$

$$\Rightarrow v_4 = 0.27 \text{ [m}^3\text{/kg]}$$

כעת נשתמש במשוואת המצב לגזים אידיאליים למציאת הלחץ בנקודה 4:

$$P_4 = \frac{R_{s\text{air}} T_L}{v_4} = \frac{0.287 \cdot 10^3 \cdot 300}{0.27} \Rightarrow P_4 = 320 \text{ [kPa]}$$

את העבודה נחשב מהקשר בין היעילות, החום והעבודה:

$$\eta = \frac{w_{\text{tot}}}{q_H} \Rightarrow w_{\text{tot}} = 0.5 \cdot 250 \Rightarrow w_{\text{tot}} = 125 \text{ [kJ/kg]}$$

¹ $R_{s\text{air}}$ מטבלה A.5 בספר הלימוד

תשובה 5

נתון:

$$\eta = 0.33, \quad \dot{W}_{A/C} = 2 \text{ [kW]}, \quad T_H = 30 \text{ [}^\circ\text{C]}, \quad T_L = 5 \text{ [}^\circ\text{C]}$$

א. נשתמש ביעילות מנוע הרכב הנתונה ובהספק הדרוש להנעת מנוע המזגן ($\eta, \dot{W}_{A/C}$) ונחשב את הספק החום הדרוש במנוע להפעלת המזגן בלבד:

$$\eta = \frac{\dot{W}}{\dot{Q}} \Rightarrow \dot{Q} = \frac{\dot{W}}{\eta} \Rightarrow \dot{Q}_{A/C} = \frac{\dot{W}_{A/C}}{\eta} \Rightarrow \dot{Q}_{A/C} = \frac{2}{0.33} \\ \Rightarrow \boxed{\dot{Q}_{A/C} = 6.06 \text{ [kW]}}$$

ב. נתון כי מקדם הביצועים של המזגן מוערך כיעיל פי $\frac{1}{2}$ ביחס למקדם הביצועים של מקרר קרנו תחת אותם תנאים. כלומר:

$$\beta = \frac{1}{2} \beta_{\text{carnot}} = \frac{1}{2} \left(\frac{T_L}{T_H - T_L} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{278}{25} \right) = 5.56 \\ \Rightarrow \boxed{\beta = 5.56}$$

ג. נשתמש בהגדרת מקדם הביצועים של מזגן:

$$\beta = \frac{|\dot{Q}_L|}{|\dot{W}_{A/C}|} \Rightarrow |\dot{Q}_L| = \beta \cdot |\dot{W}_{A/C}| = 5.56 \cdot 2000 \\ \Rightarrow \boxed{\dot{Q}_L = -11.1 \text{ [kW]}}$$

ד. נביט בנפח בקרה המקיף את האוויר העובר בצינורות המזגן. מערכת הכוללת נפח בקרה כזה דומה למחליף חום ונשים לב שלא מזהה עבודה בנפח הבקרה ($\dot{W} = 0$). נניח שהמערכת נמצאת במצב מתמיד (ללא הצטברות מסה או אנרגיה) ונשתמש בחוק הראשון של התרמודינמיקה עבור מערכות פתוחות:

$$\dot{Q} = \dot{m}(h_e - h_i) + \frac{1}{2} \dot{m}(v_e^2 - v_i^2) + \dot{m}g(z_e - z_i) + \dot{W}$$

נזניח שינויים באנרגיה הקינטית ובאנרגיה הפוטנציאלית ואז $(\frac{1}{2} \dot{m}(v_e^2 - v_i^2) \approx 0; \dot{m}g(z_e - z_i) \approx 0)$:

$$\dot{Q}_L = \dot{m}(h_e - h_i)$$

נניח שהזורם במערכת הוא גז אידיאלי ושקבוע קיבול החום הסגולי² בתהליך קבוע. הוכחנו בעבר שעבור גז אידיאלי מתקיים הקשר $dh = C_p dT$, אז:

$$h_e - h_i = C_p(T_e - T_i) \Rightarrow h_e - h_i = 1.004(278 - 303) = -25.1 \text{ [kJ/kg]}$$

נציב ונפתור את המשוואה:

$$-11.1 \cdot 10^3 = \dot{m}(-25.1) \cdot 10^3 \\ \Rightarrow \boxed{\dot{m} = 0.442 \text{ [kg/sec]}}$$

$$C_{p_{\text{air}}} = 1.004 \text{ [kJ/kg} \cdot \text{K]}^2$$