084213 – תרמודינמיקה

שם	גיא בן-יוסף
תעודת זהות	313580805
מספר תרגיל	05
תאריך הגשה	08/12/2020

1. אנו יודעים שקיבול חום לפי הגדרה הוא האנרגיה הדרושה לגרום להפרש טמפרטורה מסויים. כלומר $C = \frac{\delta q}{dT}$.
וכאשר התהליך מתבצע בלחץ קבוע, מסמנים $C_P = \frac{\delta q}{dT}$. כלומר:

$$C_P = \left(\frac{\partial q}{\partial T}\right)_P \overset{\text{החוק הראשון}}{=} \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_P + P\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P$$

$$\xRightarrow{v\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_P=0} C_P = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_P + P\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P + v\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_P$$

$$\xRightarrow{\text{נגזרת של מכפלה}} C_P = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_P + \left(\frac{\partial}{\partial T}Pv\right)_P$$

$$\xRightarrow{\text{לינאריות}} C_P = \left(\frac{\partial}{\partial T}(u + Pv)\right)_P$$

$$\xRightarrow{h=u+Pv} C_P = \left(\frac{\partial}{\partial T}h\right)_P = \frac{dh}{dT}$$

$$\boxed{dh = C_P dT}$$

אזי ניתן להשתמש בביטוי $dh = C_P dT$ כאשר תהליך נעשה בלחץ קבוע (איזובארי).

2. נתון:

$$\begin{matrix} \dot{m}_1 = & 2\left[{}^{\text{kg}}/_{\text{sec}}\right] & T_{i_1} = & 500\ [°\text{K}] \\ \dot{m}_2 = & 4\left[{}^{\text{kg}}/_{\text{sec}}\right] & T_{i_2} = & 300\ [°\text{K}] \end{matrix}\ ,\qquad T_{e_1} = T_{e_2}\ ,\qquad \dot{Q}_1 \overset{\text{אדיאבטי}}{=} -\dot{Q}_2$$

ניתן להניח בקירוב טוב כי קיבול החום הסגולי של שני הגזים שווה זה לזה וקבוע לאורך התאריך, נסמנו C_P.
נוסף על כך, נסמן $T_{e_1} = T_{e_2} = T'$ ובאמצעות הנעלם נבטא את החום שעבר בין הגזים:

$$\dot{Q}_1 = \dot{m}_1 C_P (T' - T_{i_1})$$
$$\dot{Q}_2 = \dot{m}_2 C_P (T' - T_{i_2})$$

כיוון שהתהליך אדיאבטי אז $\dot{Q}_1 = -\dot{Q}_2$. נחלק את המשוואות אחת בשנייה:

$$\frac{\dot{Q}_1}{\dot{Q}_2} = \frac{\dot{m}_1 \cancel{C_P}(T' - T_{i_1})}{\dot{m}_2 \cancel{C_P}(T' - T_{i_2})} \Longrightarrow -1 = \frac{2}{4}\cdot\frac{(T' - T_{i_1})}{(T' - T_{i_2})}$$
$$-2(T' - T_{i_2}) = (T' - T_{i_1})$$
$$-2T' + 2T_{i_2} = T' - T_{i_1}$$
$$3T' = 2T_{i_2} + T_{i_1} \Longrightarrow \boxed{T' = 366.66\ [°\text{K}]}$$

3. נתון:

$$\dot{m} = 4\left[{}^{\text{kg}}/_{\text{sec}}\right] \quad P_i = 1\ [\text{MPa}] \quad T_i = 350\ [°\text{C}] \quad v_i = 18\ [{}^{\text{m}}/_{\text{sec}}]$$
$$P_e = 0.1\ [\text{MPa}] \quad \text{Saturated vapor} \quad v_e^2 \approx 0$$

נשים לב שנתוני הכניסה תואמים מים במצב אד שחון. מטבלה *B.1.3* נחלץ את ערך האנתלפיה בכניסה:

$$h_i = 3157.65\ \left[{}^{\text{kJ}}/_{\text{kg}}\right]$$

נתון שביציאה המים במצב אד רווי ובנוסף לכך נתון הלחץ. מטבלה *B.1.2* נחלץ את ערך האנתלפיה ביציאה:

$$h_e = h_g\big|_{P=100\ [\text{kPa}]} = 2675.46\ \left[{}^{\text{kJ}}/_{\text{kg}}\right]$$

ידוע שבטורבינה $\dot{Q}=0$ ונתון שמהירות היציאה קטנה מאוד, אז בוודאי ש-$v_e^2 \ll v_i^2$. כמו כן נניח שההפרש בגבהים $z_e - z_i$ זניח. נציב את כל הנתונים בחוק הראשון למערכת פתוחה ונחשב את הספק המערכת:

$$0 = 4(2675.46 - 3157.65)\cdot 10^3 + \frac{1}{2}4(0-18^2) + \dot{m}g\overbrace{(z_e - z_i)}^{\approx 0} + \dot{W}$$

$$\Longrightarrow \boxed{P = 1.929\ [\text{MW}]}\ ;\ \boxed{\dot{w} = \frac{P}{\dot{m}} = 482\ \left[{}^{\text{kJ}}/_{\text{kg}}\right]}$$

4. נתון מחזור קירור עם גז $R-134a$ תחת התנאים הבאים:

$$\begin{matrix} P_i = & 1.5\ [\text{atm}] & = 152\ \ [\text{kPa}] & T_i = & -10\ [^\circ\text{C}] \\ P_e = & 12\ \ [\text{atm}] & = 1216\ [\text{kPa}] & T_e = & 50\ \ \ [^\circ\text{C}] \end{matrix}\ ;\ \dot{Q} = -40\ [\text{kW}]\ ;\ \dot{W} = -150\ [\text{kW}]\ ;\ v_i \approx v_e$$

באמצעות מסד הנתונים *NIST* נמצא את ערכי האנתלפיה המתאימים עבור תנאי הכניסה והיציאה:

$$\boldsymbol{h_i = h(152\ [\text{kPa}]) = 394.15}\ \left[{}^{\textbf{kJ}}/_{\textbf{kg}}\right]$$

$$\boldsymbol{h_e = h(1216\ [\text{kPa}]) = 426.03}\ \left[{}^{\textbf{kJ}}/_{\textbf{kg}}\right]$$

נניח שההפרש בגבהים $z_e - z_i$ זניח. נציב את כל הנתונים בחוק הראשון למערכת פתוחה ונחשב את ספיקת המערכת:

$$-40\cdot 10^3 = \dot{m}(426.03 - 394.15)\cdot 10^3 + \frac{1}{2}\dot{m}\overbrace{\left(v_e^2 - v_i^2\right)}^{\approx 0} + \dot{m}g\overbrace{(z_e - z_i)}^{\approx 0} - 150\cdot 10^3$$

$$-40 = \dot{m}\cdot 31.88 - 150 \Longrightarrow \boxed{\dot{m} = 3.45\ \left[{}^{\text{kg}}/_{\text{sec}}\right]}$$

5. נתון מדחס אוויר שעובד תחת התנאים הבאים:

$$\begin{matrix} P_i = & 0.1\ [\text{MPa}] & T_i = & 290\ [^\circ\text{K}] & s_i = 6\ \left[{}^{\text{m}}/_{\text{sec}}\right] \\ P_e = & 1\ \ \ [\text{MPa}] & T_e = & 450\ [^\circ\text{K}] & \end{matrix}\ ,\quad D_i = 0.6\ [\text{m}]\ ,\quad A_e = \frac{1}{4}A_i$$

להלן סדר ביצוע החישובים בתשובה:

I. חישוב שטחי חתך הכניסה והיציאה באמצעות הנתון על היחס ביניהם

II. חישוב צפיפות האוויר בכניסה וביציאה באמצעות משוואת המצב לגזים אידיאליים

III. חישוב ספיקת האוויר בכניסה באמצעות המשוואה $\dot{m} = \rho A s$

IV. חישוב מהירות האוויר ביציאה בהתחשב בשימור מסה

V. חישוב אנתלפיות הכניסה והיציאה

נחשב תחילה את שטחי חתך הכניסה והיציאה:

$$A_i = \pi r_i^2 = \pi\left(\frac{1}{2}D_i\right)^2 = 0.283\ [\text{m}^2]$$

$$A_e = \frac{1}{4}S_i = 0.0707\ [\text{m}^2]$$

נרצה לבחון האם ניתן להתייחס בתנאים אלו אל האוויר כאל גז אידיאלי. כיוון שהטבלאות הרלוונטיות בספר הלימוד לא כוללות נתונים עבור אוויר, נתייחס אל הנתונים המתאימים לחנקן, שהוא הגז העיקרי באוויר. מטבלה *A.2* נחלץ את הערכים הקריטים עבור חנקן:

$$T_{\text{crit}_N} = 126.2\ [^\circ\text{K}]\ ,\qquad P_{\text{crit}_N} = 3.39\ [\text{MPa}]$$

$$\Longrightarrow T_{r_i} = \frac{T_i}{T_{\text{crit}_N}} = 2.3\ ,\qquad P_{r_i} = \frac{P_i}{P_{\text{crit}_N}} = 0.03$$

$$\Longrightarrow T_{r_e} = \frac{T_e}{T_{\text{crit}_N}} = 3.57\ ,\qquad P_{r_e} = \frac{P_e}{P_{\text{crit}_N}} = 0.3$$

מדיאגרמה *D.1* בספר הלימוד נעריך את מקדם הדחיסות Z כפונקציות של T_r, P_r ונראה כי $Z_i \approx Z_e \approx 0.99$ ולכן נאמר שניתן להתייחס אל האוויר כאל גז אידיאלי. משהתייחסנו אל האוויר כאל גז אידיאלי, נחשב את צפיפות האוויר בכניסה וביציאה באמצעות משוואת המצב עבור גזים אידיאליים, כאשר נניח שקבוע האוויר R_s נשאר קבוע לאורך התהליך (נשתמש בקבוע המחושב עבור אוויר בטמפרטורת החדר מטבלה *A.5*):

$$P_i v_i = R_s T_i \Longrightarrow 0.1 \cdot 10^6 \cdot v_i = 0.287 \cdot 10^3 \cdot 290 \Longrightarrow v_i = 0.8323 \ \left[{}^{\mathrm{m}^3}\!/_{\mathrm{kg}}\right] \Longrightarrow \boldsymbol{\rho_i = 1.2} \ \left[{}^{\mathbf{kg}}\!/_{\mathbf{m^3}}\right]$$

$$P_e v_e = R_s T_e \Longrightarrow 10^6 \cdot v_e = 0.287 \cdot 10^3 \cdot 450 \Longrightarrow v_e = 0.12915 \left[{}^{\mathrm{m}^3}\!/_{\mathrm{kg}}\right] \Longrightarrow \boldsymbol{\rho_e = 7.743} \ \left[{}^{\mathbf{kg}}\!/_{\mathbf{m^3}}\right]$$

נחשב את ספיקת האוויר בכניסה:

$$\dot{m}_i \ \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{sec}}\right] = \rho_i \ \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right] \cdot A_i \ [\mathrm{m}^2] \cdot s_i \ \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}\right] = 1.2 \cdot 0.283 \cdot 6 \ \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{sec}}\right]$$
$$\Longrightarrow \dot{m}_i = 2.04 \ \left[{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{sec}}\right]$$

נתון שהמדחס עובד במצב מתמיד אז נניח ש:

$$\dot{m}_i = \dot{m}_e = \dot{m} = 2.04 \ \left[{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{sec}}\right]$$

$$\dot{m} = \rho_e A_e s_e \Longrightarrow s_e = \frac{\dot{m}}{\rho_e A_e} = \frac{2.04}{7.743 \cdot 0.0707} \Longrightarrow s_e = 3.726 \ [{}^{\mathrm{m}}\!/_{\mathrm{sec}}]$$

ידוע שעבור גז אידיאלי, האנתלפיה תלויה בטמפרטורה בלבד, אז מטבלה *A7.1* ואינטרפולציה לינארית נחלץ את ערכי האנתלפיה כניסה וביציאה:

$$h_i = 290.43 \ \left[{}^{\mathrm{kJ}}\!/_{\mathrm{kg}}\right]$$

$$T \in [440,460][^\circ\mathrm{K}] \Longrightarrow h(T) - 441.93 = \frac{462.34 - 441.93}{460 - 440}(T - 440) \Longrightarrow h(T) = 1.0205T - 7.09$$

$$h(450 \ [^\circ\mathrm{K}]) = h_e = 452.135 \ \left[{}^{\mathrm{kJ}}\!/_{\mathrm{kg}}\right]$$

סיכום הממצאים עד כה:

$$\begin{matrix} h_i = & 290.43 \ \left[{}^{\mathrm{kJ}}\!/_{\mathrm{kg}}\right] & s_i = & 6 \ [{}^{\mathrm{m}}\!/_{\mathrm{sec}}] \\ h_e = & 452.135 \ \left[{}^{\mathrm{kJ}}\!/_{\mathrm{kg}}\right] & s_e = & 3.726 \ [{}^{\mathrm{m}}\!/_{\mathrm{sec}}] \end{matrix} \quad , \qquad \dot{m} = 2.04 \ \left[{}^{\mathrm{kg}}\!/_{\mathrm{sec}}\right]$$

נניח שההפרש בגבהים $z_e - z_i$ זניח. נציב את כל הנתונים בחוק הראשון למערכת פתוחה ונחשב את הספק המערכת עבור תהליך אדיאבטי ($\dot{Q} = 0$):

$$0 = 2.04(452.135 - 290.43\ ) \cdot 10^3 + \frac{1}{2} \cdot 2.04(6^2 - (3.726)^2) + \dot{m}g\overbrace{(z_e - z_i)}^{\approx 0} + \dot{W}$$
$$0 = 329878.2 + 22.56 + 0 + \dot{W} \Longrightarrow \boxed{\dot{W} = -330 \ [\mathrm{kW}]}$$

כלומר, ההספק הנדרש להפעלת המדחס הוא 330 קילו-ואט לשנייה.

נחשב את היחס (בערך מוחלט משום שאין משמעות לסימן) בין השינוי באנרגיה הקינטית לבין השינוי באנתלפיה:

$$\left|\frac{\Delta KE}{\Delta H}\right| = \frac{|KE_e - KE_i|}{|H_e - H_i|} = \frac{\left|\frac{1}{2}\dot{m}s_e^2 - \frac{1}{2}\dot{m}s_i^2\right|}{|\dot{m}(h_e - h_i)|} = \frac{\left|\frac{1}{2}\left(s_e^2 - s_i^2\right)\right|}{|h_e - h_i|} = \frac{-\frac{1}{2}((3.726\ )^2 - 6^2)}{452.135 \cdot 10^3 \ - 290.43 \cdot 10^3}$$
$$= \frac{11.06}{161{,}705} \Longrightarrow \boxed{\left|\frac{\Delta KE}{\Delta H}\right| = 0.0068\%}$$

כלומר, מצאנו שהשינוי באנרגיה הקינטית קטן מאוד ביחס לשינוי באנתלפיה.