Derivada, Integral, Polinômios e Interpolação

Prof. Jeferson Souza, MSc. (thejefecomp)

jeferson.souza@udesc.br

UDESC UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA | JOINVILLE CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS

Derivada

O Scilab calcula derivadas?

Sim. O Scilab permite realizar o cálculo da derivada de uma dada função de forma simples por meio de uma função denominada numderivative().

Derivada

Função numderivative()

A sintaxe básica da função é a seguinte:

numderivative(<nome_da_função>, <ponto_de_calculo_da_derivada>)

A função deve ser definida anteriormente, como visto no exemplo a seguir.

Derivada

Exemplo de uso da função numderivative()

```
function y = f(x)
  y = x .^ 2
endfunction
resultado = numderivative(f,2)
```

Como a derivada $f'(x)$ da função $f(x)$ é igual a 2x, o resultado da invocação anterior será 4.

Derivada

Vamos derivar?

Dadas as funções matemáticas da próxima transparência, para cada uma delas:

1. Crie uma função no Scilab que corresponda a função matemática em questão;
2. Escolha um bom intervalo e desenhe o gráfico da função com auxílio da função **plot()**;
3. Faça alguns experimentos para calcular a derivada da função matemática em questão em um ponto específico;
4. Crie uma função no Scilab que permita calcular o valor da derivada para qualquer valor de x, e desenhe o gráfico que represente os valores da referida derivada, juntamente com o gráfico da função matemática de origem.

Derivada

Vamos derivar?

1. $x^2 \, cos \, x + 2x \, sin \, x$
2. $(sin \, x - cos \, x) \, / \, (sin \, x + cos \, x)$
3. $x^4 + 2x \, sin \, x - 3$
4. $(4 \, / \, (x - 5)^{2/3}) + (4/(5 - x)^{2/3})$
5. $x \, sin \, x + cos \, x$

Integral

O Scilab calcula integrais?

Sim. O Scilab permite realizar o cálculo de integrais de uma dada função, em um dado intervalo, de forma simples por meio de duas funções distintas: **integrate()** e **intg()**.

Integral

Função integrate()

A sintaxe básica da função é a seguinte:

integrate(<descrição_da_funcao>, <nome_da_variável>,
<valor_inferior>, <valor_superior>)

A função é especificada no momento da invocação, como visto no exemplo a seguir.

Integral

Exemplo de uso da função integrate()

resultado = integrate('x^2','x', 0,2)

Integral

Função intg()

A sintaxe básica da função é a seguinte:

intg(valor_inferior, valor_superior, nome_da_função)

A função deve ser definida anteriormente, como visto no exemplo a seguir.

Integral

Exemplo de uso da função intg()

```
function y = f(x)
  y = x ^ 2
endfunction
resultado = intg(0,2,f)
```

Integral

Vamos realizar a integração?

Dadas as integrais a seguir, calcule para cada uma delas o valor da integral de duas formas distintas: a utilizar ambas as funções **integrate()** e **intg()**.

1. $\int_{-1}^{1} x^2 + 1$
2. $\int_{1}^{9} (sin\, x + cos\, x) \,/\, x$
3. $\int_{1}^{9} x^4$

Polinômios

Polinômios

No Scilab os polinômios possuem uma representação própria, a serem definidos como um tipo específico da linguagem de programação. O tipo polinômio pode ser criado por meio da função **poly**().

Função poly()

Sintaxe da função poly()

A criação de um tipo específico de polinômio é realizada com auxílio da função **poly()**. A função **poly()** possui a seguinte sintaxe:

poly(<conjunto_de_valores>,<nome_da_variável>, <método>)

Onde:

<conjunto_de_valores> representa o conjunto de valores [vetor] que serão utilizados para criar o polinômio;

<nome_da_variável> representa o nome da variável do novo polinômio a ser criado;

<método> representa o método de criação que pode ser por meio de seus coeficientes, ou de suas raízes.

Criação de Polinômios

Criação de polinômios

No Scilab os polinômios podem ser criados de duas formas: por meio de seus coeficientes; ou por meio de suas raízes.

Exemplo de Criação de Polinômios por Coeficientes

Criação de polinômios por meio de seus coeficientes

Considere o seguinte polinômio $p = 2 + 3x + 5x^2 + 7x^3$. Para criá-lo por meio de seus coeficientes, basta utilizar a função **poly()** da seguinte forma:

```
poly([2, 3, 5, 7], 'x', 'coeff')
```

Exemplo de Criação de Polinômios por Raízes

Criação de polinômios por meio de suas raízes

Considere o seguinte polinômio $p = -6 + 11x - 6x^2 + x^3$. Para criá-lo por meio de suas raízes, basta utilizar a função **poly()** da seguinte forma:

poly([1, 2, 3], 'x', 'roots')

PS: No caso do método de criação por meio de raízes [default] sua informação é opcional. Portanto, a seguinte invocação da função **poly()** obtem o mesmo resultado:

poly([1, 2, 3], 'x')

Obtenção de Raízes do Polinômio

Obter raízes de um dado polinômio

Considere o seguinte polinômio $p = 2 - 3x + x^2$. Para obter as suas raízes, basta utilizar a função **roots()**, a passar o polinômio como parâmetro:

```
p = poly([2, -3, 1], 'x', 'coeff')
raizes = roots(p)
```

O resultado a ser obtido conterá os valores 1 e 2.

Avaliação do Polinômio

Avaliação do polinômio

Para avaliar o polinômio é preciso utilizar a função **horner()**. Por meio dessa função será possível obter os pontos resultantes do polinômio com base em um conjuntos de valores a serem avaliados.

Função horner()

Sintaxe da função horner()

A função **horner()** possui a seguinte sintaxe:

horner(<polinômio>, <conjunto_de_valores>)

Onde:

<polinômio> representa o polinômio a ser avaliado;

<conjunto_de_valores> representa o conjunto de valores de entrada para a avaliação.

Exemplo de Avaliação de Polinômios

Avaliação de polinômios

Considere o seguinte polinômio $p = 2 + 3x + 5x^2 + 7x^3$. Suponha que queira-se avaliar o polinômio com a variável x no intervalo de $-1 \leq x \leq 3$, com incremento de uma (1) unidade. Para isso basta o seguinte:

```
p = poly([2, 3, 5, 7], 'x', 'coeff')
x = -1:3
horner(p, x)
```

O resultado obtido será o vetor de valores [-3, 2, 17, 84, 245].

Adição de Polinômios

Adição de polinômios

É possível realizar operações de adição de polinômios no Scilab, mesmo que esses polinômios sejam de graus distintos. Essa operação de adição é realizada de forma simples por meio do operador **mais (+)**. Basta que tenha-se duas variáveis do tipo polinômio para que seja possível realizar a soma das mesmas.

Exemplo de Adição de Polinômios

Adição de polinômios

Considere os seguintes polinômios $p = 2 + 3x + 5x^2 + 7x^3$ e $q = 2 - 3x + x^2$. Para realizar a soma desses dois polinômios, p e q, basta o seguinte:

```
p = poly([2, 3, 5, 7], 'x', 'coeff')

q = poly([2, -3, 1], 'x', 'coeff')

r = p + q
```

Onde o polinômio resultante é $r = 4 + 6x^2 + 7x^3$.

Subtração de Polinômios

Subtração de polinômios

É possível realizar operações de subtração de polinômios no Scilab, mesmo que esses polinômios sejam de graus distintos. Essa operação de subtração é realizada de forma simples por meio do operador **menos (-)**. Basta que tenha-se duas variáveis do tipo polinômio e ja é possível realizar a subtração das mesmas.

Exemplo de Subtração de Polinômios

Subtração de polinômios

Considere os seguintes polinômios $p = 2 + 3x + 5x^2 + 7x^3$ e $q = 2 - 3x + x^2$. Para realizar a subtração desses dois polinômios, p e q, basta o seguinte:

```
p = poly([2, 3, 5, 7], 'x', 'coeff')

q = poly([2, -3, 1], 'x', 'coeff')

r = p - q
```

Onde o polinômio resultante é $r = 6x + 4x^2 + 7x^3$.

Multiplicação de Polinômios

Multiplicação de polinômios

É possível realizar operações de multiplicação de polinômios no Scilab, mesmo que esses polinômios sejam de graus distintos. Essa operação de multiplicação é realizada de forma simples por meio do operador **multiplicação (*)**. Basta que tenha-se duas variáveis do tipo polinômio e ja é possível realizar a multiplicação das mesmas.

Exemplo de Multiplicação de Polinômios

Multiplicação de polinômios

Considere os seguintes polinômios $p = 2 + 3x + 5x^2 + 7x^3$ e $q = 2 - 3x + x^2$. Para realizar a multiplicação desses dois polinômios, p e q, basta o seguinte:

```
p = poly([2, 3, 5, 7], 'x', 'coeff')

q = poly([2, -3, 1], 'x', 'coeff')

r = p * q
```

Onde o polinômio resultante é $r = 4 + 3x^2 + 2x^3 - 16x^4 + 7x^5$.

Divisão de Polinômios

Divisão de polinômios

É possível realizar operações de divisão de polinômios no Scilab, mesmo que esses polinômios sejam de graus distintos. Essa operação de divisão é realizada por meio da função **pdiv()**, a qual retorna dois polinômios como resultado: o polinômio que representa o o quociente da divisão, e o polinômio que representa o resto da divisão.

Função pdiv()

Sintaxe da função pdiv()

A função **pdiv()** possui a seguinte sintaxe:

pdiv(<polinômio1>, <polinômio2>)

Onde:

<polinômio1> representa o polinômio a ser dividido;

<polinômio2> representa o polinômio que vai dividir.

A função **pdiv()** retorna um vetor como resultado [<quociente>, <resto>], onde <quociente> representa o polinômio quociente e <resto> representa o polinômio resto.

Exemplo de Divisão de Polinômios

Divisão de polinômios

Considere os seguintes polinômios $p = 2 + 3x + 5x^2 + 7x^3$ e $q = 2 - 3x + x^2$. Para realizar a divisão desses dois polinômios, p e q, basta o seguinte:

p = poly([2, 3, 5, 7], 'x', 'coeff')

q = poly([2, -3, 1], 'x', 'coeff')

[quociente, resto] = pdiv(p,q)

Onde o polinômio quociente é $quociente = -50 + 67x$ e o polinômio resto é $resto = 26 + 7x$.

Derivação de Polinômios

Derivação de polinômios

É possível obter as derivadas de polinômios no Scilab. Essa operação é realizada por meio da função **derivat()**, a qual retorna retorna o polinômio resultante da derivação polinomial.

Função derivat()

Sintaxe da função derivat()

A função **derivat()** possui a seguinte sintaxe:

derivat(<polinômio>)

Onde:

<polinômio> representa o polinômio que deseja-se obter a derivada.

Exemplo de Derivação de Polinômios

Derivação de polinômios

Considere o seguinte polinômio $p = 2 + 3x + 5x^2 + 7x^3$. Para obter a primeira derivada de p basta o seguinte:

p = poly([2, 3, 5, 7], 'x', 'coeff')

plinha = derivat(p)

O polinômio resultante é $plinha = 3 + 10x + 21x^2$. Para obter a segunda derivada de p basta aplicar a função **derivat()** no polinômio plinha.

pduaslinhas = derivat(plinha)

O polinômio resultante é $pduaslinhas = 10 + 42x$.

Vamos "Polinomiar"?

Dados os polinômios abaixo, calcule as suas raízes e realize a adição, subtração, multiplicação, e divisão pelo polinômio $p = 2 + 5x + x^2 - 3x^3$.

1. $3x + 2x^2 - 7x^3$
2. $6x^3 - 4x^4$
3. $30 - 2x + 10x^2 - 2x^3 + 6x^4 + x^5$

Por fim, desenhe o gráfico de cada um dos polinômios e dos polinômios resultantes das operações de adição, subtração, multiplicação, e divisão.

Interpolação

Interpolação

O Scilab possui funções para realizar a interpolação de valores, os quais podem ser especificados por uma função definida pelo utilizador. Essa é uma forma simples de resolução de problemas que necessitem de interpolação de valores.

Função interp1()

Sintaxe da função interp1()

A função **interp1()** possui a seguinte sintaxe:

interp1(<valores_de_x>, <valores_de_y>, <valores_para_interpolar>, <método>)

Onde:

<valores_de_x> representa os valores dos pontos em um intervalo do eixo das abscissas considerado para a interpolação;

<valores_de_y> representa os valores dos pontos no eixo das ordenadas para os pontos do eixo das abscissas;

<valores_para_interpolar> representa os valores que deseja-se obter a representação no eixo das ordenadas por meio de interpolação;

<método> representa o método de interpolação a ser utilizada, o qual pode ser: *linear*, *spline*, e *nearest*.

Exemplo de Interpolação Linear

Interpolação Linear

Considere a função $y = x^4$ no intervalo $-1 \leq x \leq 1$. Para calcular o valor de y para o ponto -0.25 por meio de interpolação *linear*, tem-se:

x = linspace(-1,1,10) // Especifica 10 valores igualmente espaçados no intervalo especificado.

y = x .^4

yInterpolado = interp1(x,y,-0.25, 'linear')

O resultado obtido por interpolação linear é 0.0077732.

Exemplo de Interpolação Spline

Interpolação Spline

Considere a função $y = x^4$ no intervalo $-1 \leq x \leq 1$. Para calcular o valor de y para o ponto -0.25 por meio de interpolação *spline*, tem-se:

x = linspace(-1,1,10) // Especifica 10 valores igualmente espaçados no intervalo especificado.

y = x .^4

yInterpolado = interp1(x,y,-0.25, 'spline')

O resultado obtido por interpolação spline é 0.0037361.

Exemplo de Interpolação Nearest

Interpolação Nearest

Considere a função $y = x^4$ no intervalo $-1 \leq x \leq 1$. Para calcular o valor de y para o ponto -0.25 por meio de interpolação *nearest*, tem-se:

x = linspace(-1,1,10) // Especifica 10 valores igualmente espaçados no intervalo especificado.

y = x .^4

yInterpolado = interp1(x,y,-0.25, 'nearest')

O resultado obtido por interpolação nearest é 0.0123457.

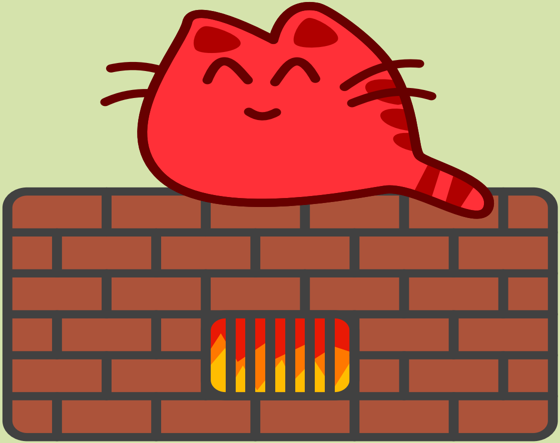
Bibliografia

Gomez, C. and Scilab Enterprises. *“Scilab for very beginners”*, 2013.

Kühlkamp, N. *“Matrizes e Sistema de Equações Lineares”*, 2ª edição, 2007.

Rietsch, E. *“An Introduction to Scilab from a Matlab User’s Point of View”*. version 2.6-1.0. 2001-2002.

That's it folks!



Thank you for your attention!