Obligatorisk oppgave 1, MAT1100, Høst 2020

Cory Alexander Balaton

September 2020

Oppgave 4

For å løse denne oppgaven, så har jeg valgt å finne den komplekse faktoriseringen først, og deretter gi svarene for de ulike deloppgavene utifra denne faktoriseringen.

Lar P være:

$$P(z) = z^4 + z^3 + 25z^2 + 25z \tag{1}$$

Ser at man kan faktorisere ut en z og får:

$$P(z) = z(z^3 + z^2 + 25z + 25) \tag{2}$$

Vi kan også se at $(z+1)$ er en faktor i polynomet ved å sette inn $z = -1$ i $P(z)$:

$$\begin{aligned} P(-1) &= (-1)^4 + (-1)^3 + 25 \cdot (-1)^2 + 25 \cdot (-1) \\ &= 1 + (-1) + 25 + (-25) \\ &= 0 \end{aligned} \tag{3}$$

Da kan vi utføre polynomdivisjonen:

$$\begin{array}{l} z^3 + z^2 + 25z + 25 : (z+1) = z^2 + 25 \\ \underline{-(z^3 + z^2)} \\ \quad 0 + 25z + 25 \\ \quad \underline{-(25z + 25)} \\ \qquad 0 \end{array} \tag{4}$$

Deretter kan vi løse $z^2 + 25 = 0$ og får:

$$\begin{aligned} z^2 + 25 &= 0 \\ z^2 &= -25 \\ z &= \pm\sqrt{-25} \\ z &= \pm\sqrt{-1}\sqrt{25} \\ z &= \pm 5i \end{aligned} \tag{5}$$

Den komplekse faktoriseringen vil da bli:

$$P(z) = z(z+1)(z+5i)(z-5i) \tag{6}$$

a) De komplekse røttene til P er $-5i$ & $5i$.
b) Den komplekse faktoriseringen til P er: $P(n) = z(z+1)(z+5i)(z-5i)$
c) Den reele faktoriseringen til P er: $P(n) = z(z+1)(z^2+25)$