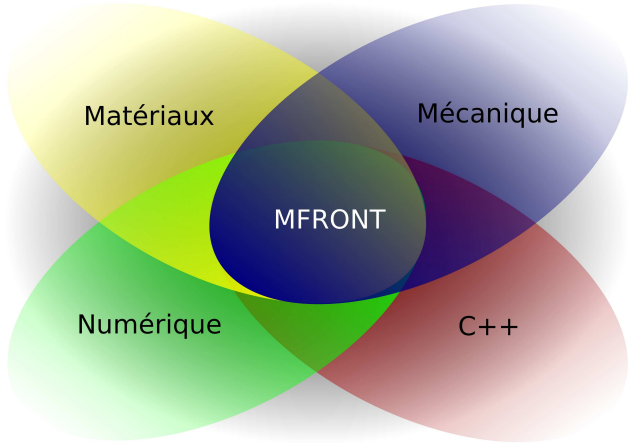
DE LA RECHERCHE À L'INDUSTRIE

cea

Lois de comportement mécanique en grandes transformations avec `mfront`



— T. Helfer

www.cea.fr

Sommaire

Introduction

Quelques exemples

Notions préliminaires

Que propose `Cast3M` ?

Que propose `mfront` ?

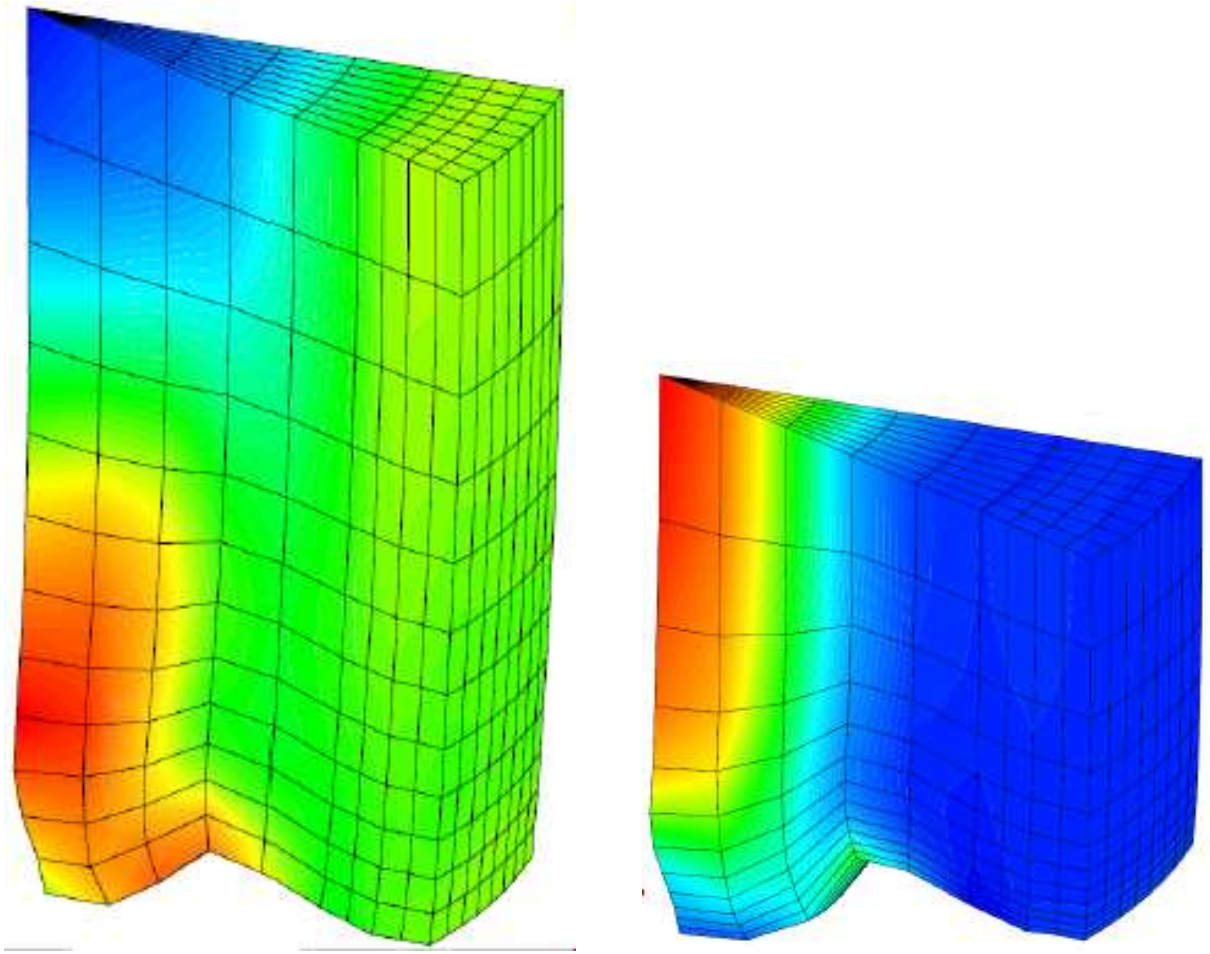
Approches lagrangiennes

Approches eulériennes

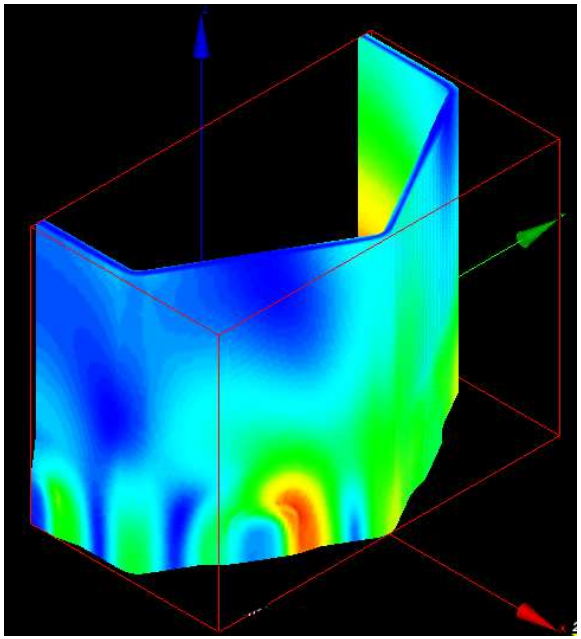
Conclusions

Essai de compression

Dans Alcyone



Dans Licos



Les grandes transformations

- la structure est caractérisée par sa forme $\mathcal{C}_t$ (souvent appelée *configuration*) à l'instant t ;
- le mouvement est décrit par une famille de transformation ϕ_t qui associe à une point $\vec{X}$ de $\mathcal{C}_0$ sa position $\vec{x}$:

$$\vec{x} = \phi_t\left(\vec{X}\right) = \vec{X} + \vec{u}_t\left(\vec{X}\right)$$

  où $\vec{u}_t$ est le champ de déplacement.
- localement, on caractérise la transformation par le gradient $\underset{\sim}{\mathbf{F}}$ de ϕ :

$$\underset{\sim}{\mathbf{F}} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial \vec{X}}$$

- le changement de volume est le déterminant de $\underset{\sim}{\mathbf{F}}$:

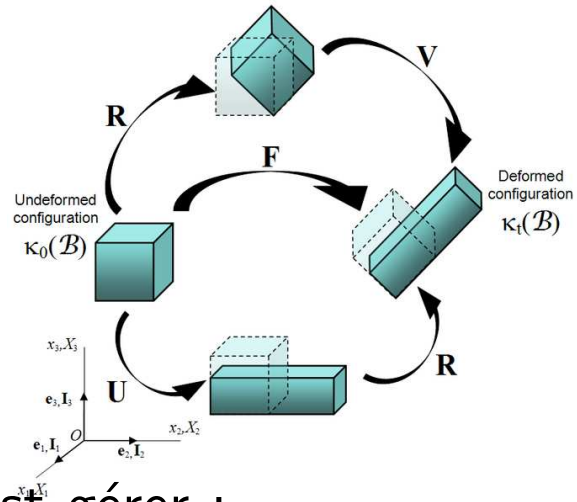
$$\frac{\mathrm{d}\, v}{\mathrm{d}\, V} = J = \det \underset{\sim}{\mathbf{F}}$$

Décomposition polaire de $\underset{\sim}{F}$

- décomposition polaire de $\underset{\sim}{F}$:

$$\underset{\sim}{F} = \underset{\sim}{R}.\underline{U} = \underline{V}.\underset{\sim}{R}$$

où $\underset{\sim}{R}$ est une rotation et où $\underline{U}$ et $\underline{V}$ représentent la dilatation de la matière ;



- Grossièrement, les grandes transformations, c'est gérer :
  - le fait que le matériau a tourné localement ;
  - le fait que le matériau a subit une dilatation $\underline{U}$ ou $\underline{V}$ qui peut être très grande (limite HPP entre 5 et 10 %) ;
- la rotation est la plus problématique, elle nécessite d'assurer l'objectivité des lois de comportement mécanique :

  il y a autant de solution que d'auteurs (que d'article !)
- mais peu de solutions sont applicables à nos calculs :
  - formalisme HPP, anisotropie, dilatation libre, hyperélasticité, calculs anisothermes, etc..

Quantifier la déformation

- les tenseurs suivant sont symétriques définis positifs et ne contiennent pas d'information relative à la rotation :
  - $\underline{\mathbf{U}}$ (langragien) et $\underline{\mathbf{V}}$ (eulérieun) ;
  - tenseur de Cauchy-Green droit $\underline{\mathbf{C}}$ (langragien) :

$$\underline{\mathbf{C}} = \underline{\mathbf{U}}^2 = \underset{\sim}{\mathbf{F}}^T . \underset{\sim}{\mathbf{F}}$$

  - tenseur de Green-Lagrange (langragien) :

$$\underline{\epsilon}^{to}_{GL} = \frac{1}{2}\left(\underline{\mathbf{C}} - \underline{\mathbf{I}}\right) = \frac{1}{2}\left(\underline{\mathbf{U}}^2 - \underline{\mathbf{I}}\right) = \frac{1}{2}\left(\underset{\sim}{\mathbf{F}}^T . \underset{\sim}{\mathbf{F}} - \underline{\mathbf{I}}\right)$$

  - tenseur de Hencky (langragien) :

$$\underline{\varepsilon}_{\ln} = \frac{1}{2}\ln\left(C\right) = \ln\left(U\right)$$

Et les contraintes

- la contrainte Cauchy permet le calcul des forces sur la configuration déformée ;
- la puissance mécanique est (sur la configuration initiale) :

$$\mathcal{P} = \det(J)\ \sigma : \underline{\mathbf{d}}$$

où $\underline{\mathbf{d}}$ est le taux de déformation eulérien

- beaucoup d'autres tenseurs de contraintes par dualité :

$$\mathcal{P} = \det(J)\ \sigma : \underline{\mathbf{d}} = \frac{1}{2}\underline{\mathbf{S}} : \underline{\dot{\mathbf{C}}} = \underline{\mathbf{S}} : \underline{\dot{\epsilon}}^{to}_{GL} = \underline{\mathbf{T}} : \underline{\dot{\varepsilon}}_{\ln}$$

où $\underline{\mathbf{S}}$ est le second tenseur de Piola-Kirchhoff.

- cette relation de dualité permet de passer d'une contrainte à une autre ;

Que propose Cast3M ?

- l'option « grands déplacements » permet le calcul de l'équilibre sur la configuration déformée ;
- par défaut, on est en « lagrangien réactualisé ». Dans `INCREPL`, on calcule l'incrément de déformation linéarisé sur la configuration en milieu de pas et on transporte le résultat de la loi de comportement sur la configuration de fin de pas ;
- il y a un « bug » dans les versions inférieures à 2012 : la contrainte n'est pas réactualisée pour les lois utilisateur. On est alors proche de la formulation `PETIT_REAC` de `Code-Aster` :
  - « très petits incréments [de temps] ;
  - très petites rotations (ce qui implique un chargement quasi-radial) ;
  - déformation élastiques petites devant les déformations plastiques ;
  - comportement isotrope. »
- `Cast3M` propose deux dérivées objectives, mais ces approches ont leurs propres défauts ;
- dans tous les cas, on peut mieux faire :

mais on doit le faire soi-même !

Que propose `mfront` ?

- une loi de comportement en grandes transformations prend en entrée :
  - $\underset{\sim}{\mathbf{F}}\Big|_{t}$ est le gradient de la déformation en début de pas ;
  - $\underset{\sim}{\mathbf{F}}\Big|_{t+\Delta t}$ est le gradient de la déformation en fin de pas ;
- une loi de comportement en grandes transformations ressort :
  - la contrainte de Cauchy ;
- on peut écrire des lois de comportent avec ces ingrédients, mais on a souvent de nombreuses difficultés liées à l'objectivité, l'introduction de nouveaux concepts (configuration relâchée), le traitement de l'anisotropie ou des déformations libres ;
  - on peut le faire en `mfront` !
  - voir les exemples (modèles néo-hookéens, lois plastiques de Simo-Miehe, etc...)
- le mieux est de cacher ces détails aux ingénieurs et faire ne sorte que l'utilisateur `mfront` ne voit qu'une loi HPP, et ça peut être assez facile !
  - **on garde le formalisme, mais il faut ré-identifier les lois !**

Approches lagrangiennes

- Les stratégies lagrangiennes calculent à partir de $\underset{\sim}{\mathbf{F}}\Big|_{t}$ et $\underset{\sim}{\mathbf{F}}\Big|_{t+\Delta t}$ un incrément de déformation $\Delta\underline{\varepsilon}$ lagrangiens :

$$\Delta\underline{\varepsilon} = f\left(\underline{\mathbf{C}}\right)$$

- on appelle la loi de comportement HPP ;
- on interprète la sortie de la loi de comportement comme la contrainte duale du tenseur de déformation choisi, puis on calcule la contrainte de Cauchy ;
- avantages :
  - lois hyperélastiques ;
  - pas de restriction sur la loi (anisotropie, écrouissage cinématique, etc...) ;
  - si la loi HPP dérive d'une formulation thermodynamique, la loi obtenue aussi ;
- restriction :
  - le matériau garde la trace de son état initial ;
  - la contrainte manipulée n'a pas de sens physique direct ;
  - si on doit remailler... ;

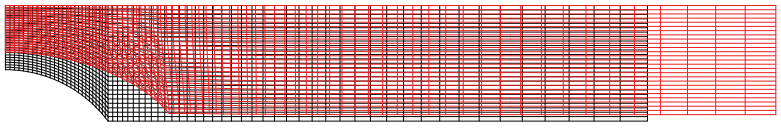
Grandes rotations, petites déformations

- On choisit la contrainte de Green-Lagrange, la sortie est le second tenseur de Piola-Kirchhoff, $\underline{\mathbf{S}}$;
- La transformation du second tenseur de Piola-Kirchhoff en contrainte de Cauchy s'écrit, pour des petites déformations :

$$\underline{\sigma} = \frac{1}{J} \underset{\sim}{\mathbf{F}}^T . \underline{\mathbf{S}} . \underset{\sim}{\mathbf{F}} \approx \underset{\sim}{\mathbf{R}}^T . \underline{\mathbf{S}} . \underset{\sim}{\mathbf{R}}$$

- avantages :
  - pas besoin de réidentifier la loi !
- défauts :
  - n'est pas adapté aux grandes déformations !
  - les conditions d'incompressibilité plastique ne sont pas vérifiées exactement

Déformations logarithmiques



- introduit par Miehe, Apel et Lambrecht ;
- une forme de Graal pour l'équipe de `Code-Aster` ;
- les résultats sont très proches de formulations grandes transformations classiques de type $F^e\,F^p$, mais en tellement plus simple !
- il faut identifier la loi avec cette formulation ;
- en cours de test à DMN sur des aciers de cuve !

Référentiel local objectif

- on décrit le comportement dans un repère qui tourne avec le matériau :
  - la rotation du repère est choisie telle que la loi obtenue est objective ;
  - on obtient (presque toujours) une loi hypoélastique...
  - pas encore implantée...

Conclusions

- deux nouveaux mots clés :
  - `UMATFiniteStrainStrategy`
  - `UMATFiniteStrainStrategies`
- les lois `MFrontMaterials` seront compilées en trois versions :
  - petites déformations ;
  - « grandes rotations, petites déformations » (le défaut en grands déplacements ?) ;
  - déformations logarithmiques ;
- test sur l'essai d'écrasement de plaquettes ;