# Comment développer une loi de comportement avec MFront

Jean-Michel Proix[(1)] Thomas Helfer [(2)]

[(1)]EDF R&D AMA T64

[(2)]CEA DEN Cad DEC SESC LSC

mai 2014

# Titre du slide : Plan de la présentation


1. un premier exemple simple
   - une loi de Norton
   - discrétisation et développement `mfront`
   - premier test `mtest` et `Code_Aster`
2. ce que permet `mfront`
   - `mfront` ?
   - algorithmesMfront
   - K tangente
   - mtest
   - adao
   - exemples `mfront`
3. développement d'une loi pas-à-pas
   - loi élastoplastique de Chaboche
4. conclusions

# les équations

La loi de Norton est définie en 3D par :

$$\begin{cases} \underline{\epsilon}^{\text{to}} = \underline{\epsilon}^{\text{el}} + \underline{\epsilon}^{\text{vis}} \\ \underline{\sigma} = \underline{\underline{\mathbf{D}}} : \underline{\epsilon}^{\text{el}} \\ \underline{\dot{\epsilon}}^{\text{vis}} = \dot{p}\,\underline{n} \\ \dot{p} = A\,\sigma_{\text{eq}}^{m} \end{cases}$$

- $\underline{\epsilon}^{\text{to}}$, $\underline{\epsilon}^{\text{el}}$, $\underline{\epsilon}^{\text{vis}}$ tenseurs déf. totale, élastique et visqueuse ;
- $\underline{n} = \frac{3}{2}\frac{\underline{s}}{\sigma_{\text{eq}}}$ est le tenseur direction d'écoulement ;
- $\underline{s}$ est le tenseur déviateur des contraintes ;
- $\sigma_{\text{eq}}$ est la norme de VON MISES.

$\underline{\underline{\mathbf{D}}}$ est déduit du module d'YOUNG $E$ et du coef. de POISSON $\nu$

# discrétisation implicite

Discrétisation en temps : ici, implicite

- Les quantités sont écrites à l'instant $t_i$
- les dérivées en temps sont remplacées par leurs incréments sur l'intervalle $\Delta t = t_i - t_{i-1}$

Pour la loi de Norton, on obtient : $\begin{cases} \Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{el}} - \Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{to}} + \Delta p \, \underline{n} = 0 \\ \Delta p - \Delta t \, A \, \sigma_{\mathrm{eq}}^{m} = 0 \end{cases}$

avec :

- $\underline{n} = \dfrac{3}{2} \dfrac{\underline{s}\left(t_i\right)}{\sigma_{\mathrm{eq}}\left(t_i\right)}$ .

Système de 7 équations à 7 inconnues : $\Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{el}}, \Delta p$

# premier développement avec mfront

```
@Parser Implicit;
@Behaviour Norton;
@Algorithm NewtonRaphson_NumericalJacobian;
@RequireStiffnessTensor;
@MaterialProperty real A;
@MaterialProperty real m;
@StateVariable real    p;
@ComputeStress{  sig = D*eel;}
@Integrator{
  real seq = sigmaeq(sig);
  Stensor n = Stensor(0.);
  if(seq > 1.e-15){
    n   = 1.5*deviator(sig)/seq;
  }
  feel = deel + dp*n-deto;
  fp   = dp - dt*A*pow(seq,m);
}
```

*Newton, calcul de J*

$$\sigma = \underline{\underline{\mathbf{D}}} : \underline{\epsilon}^{\mathrm{el}}$$

$$\underline{n} = \frac{3}{2}\frac{\underline{s}}{\sigma_{\mathrm{eq}}}$$

$$\Delta\underline{\epsilon}^{\mathrm{el}} + \Delta p\,\underline{n} - \Delta\underline{\epsilon}^{\mathrm{to}} = 0$$

$$\Delta p - \Delta t\, A\, \sigma_{\mathrm{eq}}^{m} = 0$$

# mtest

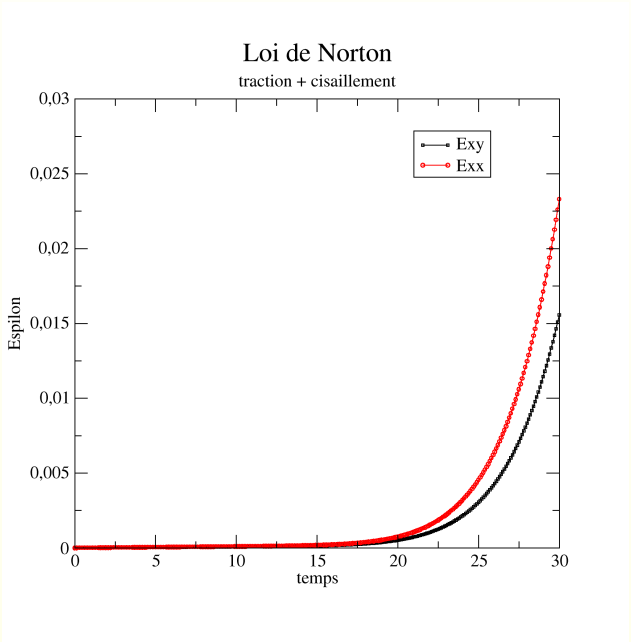
compilation...

```
mfront -obuild -interface=aster norton.mfront
```

test...

```
mtest norton.mtest
```

```
@Behaviour<aster> './src/
    libAsterBehaviour.so' 'asternorton';
@MaterialProperty<constant> 'YoungModulus
    '     2.E11 ;
@MaterialProperty<constant> 'PoissonRatio
    '      0.3 ;
@MaterialProperty<constant> 'A'    8.e-67;
@MaterialProperty<constant> 'm'    8.2;
@ExternalStateVariable 'Temperature'
    293.15;
@StiffnessMatrixType 'Elastic' ;
@ImposedStress 'SXX' {0.:0.,30.:40.e6};
@ImposedStress 'SXY' {0.:0.,30.:40.e6};
@Times {0.,  30. in 300};
```



# utilisation avec Code_Aster—1/2

compilation du comportement ;

- soit avant le calcul Code_Aster : `mfront -obuild -interface=aster norton.mfront => src/libAsterBehaviour.so`
- dans le fichier de commandes :
  - `import os;`
  - `os.system("mfront -obuild -interface=aster norton.mfront".`

dans DEFI_MATERIAU sous UMAT :

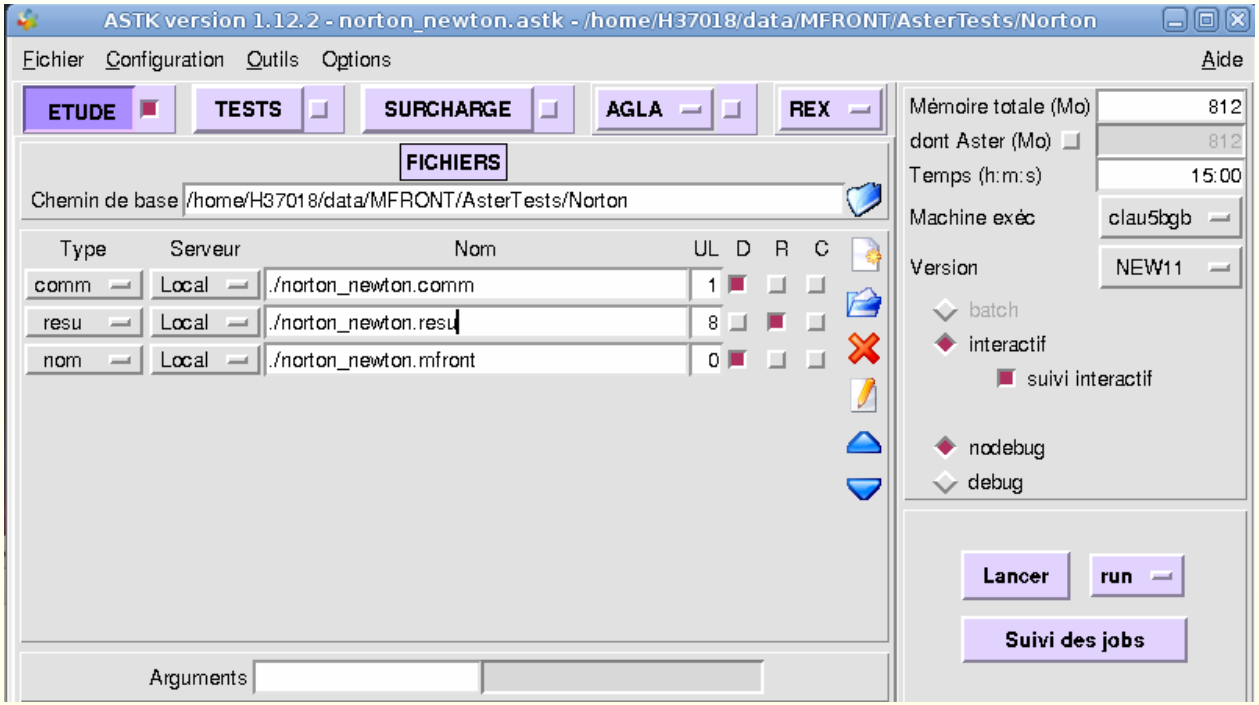
```
C1=178600.0E6;
C2=0.3;
C3=8...;
```

... ; comme définis dans le fichier norton.mfront.

# utilisation avec Code_Aster—2/2

dans STAT_NON_LINE sous COMPORTEMENT;

- RELATION='MFRONT'
- LIBRAIRIE='libAsterBehaviour.so'
- NOM_ROUTINE='asternorton.so'
- NB_VARI=7



# fonctionnalités de mfront

1. un premier exemple simple
   - une loi de Norton
   - discrétisation et développement mfront
   - premier test mtest et Code_Aster
2. ce que permet mfront
   - mfront ?
   - algorithmesMfront
   - K tangente
   - mtest
   - adao
   - exemples mfront
3. développement d'une loi pas-à-pas
   - loi élastoplastique de Chaboche
4. conclusions

# avantages de mfront

mfront a été développé par le CEA (pleiades) pour :

- **permettre** l'écriture de connaissances matériau :
  - les propriétés matériau ; voir ▸ matériaux
  - les comportements mécaniques (plasticité,endommagement) ;
- **mutualiser** ces connaissances matériau :
  - entre différentes applications de la plate-forme pleiades,
  - maintenant interfacé avec Code_Aster
  - la base de données siriusutilise des fichiers mfront en interne (+ de 100 matériaux différents) ;
- **simplifier** le travail des utilisateurs :
  - numérique : on écrit les équations, pas les algos ;
  - informatique peu de lignes à écrire ;
  - donc minimiser le risque d'erreur
- mfront produit un code efficace :
  - opérations tensorielles optimisées ;
  - benchmarks avec Code_Aster de 18 lois depuis 12 mois

# avantages de mfront

mfront a été développé par le CEA (pleiades) pour :

- **permettre** l'écriture de connaissances matériau :
  - les propriétés matériau ; voir ▸ matériaux
  - les comportements mécaniques (plasticité,endommagement) ;
- **mutualiser** ces connaissances matériau :
  - entre différentes applications de la plate-forme pleiades,
  - maintenant interfacé avec Code_Aster
  - la base de données siriusutilise des fichiers mfront en interne (+ de 100 matériaux différents) ;
- **simplifier** le travail des utilisateurs :
  - numérique : on écrit les équations, pas les algos ;
  - informatique peu de lignes à écrire ;
  - donc minimiser le risque d'erreur
- mfront produit un code efficace :
  - opérations tensorielles optimisées ;
  - benchmarks avec Code_Aster de 18 lois depuis 12 mois

# avantages de mfront

mfront a été développé par le CEA (pleiades) pour :

- **permettre** l'écriture de connaissances matériau :
  - les propriétés matériau ; voir ▸ matériaux
  - les comportements mécaniques (plasticité,endommagement) ;
- **mutualiser** ces connaissances matériau :
  - entre différentes applications de la plate-forme pleiades,
  - maintenant interfacé avec Code_Aster
  - la base de données siriusutilise des fichiers mfront en interne (+ de 100 matériaux différents) ;
- **simplifier** le travail des utilisateurs :
  - numérique : on écrit les équations, pas les algos ;
  - informatique peu de lignes à écrire ;
  - donc minimiser le risque d'erreur
- mfront produit un code efficace :
  - opérations tensorielles optimisées ;
  - benchmarks avec Code_Aster de 18 lois depuis 12 mois

# avantages de mfront

mfront a été développé par le CEA (pleiades) pour :

- **permettre** l'écriture de connaissances matériau :
  - les propriétés matériau ; voir ▸ matériaux
  - les comportements mécaniques (plasticité,endommagement) ;
- **mutualiser** ces connaissances matériau :
  - entre différentes applications de la plate-forme pleiades,
  - maintenant interfacé avec Code_Aster
  - la base de données siriusutilise des fichiers mfront en interne (+ de 100 matériaux différents) ;
- **simplifier** le travail des utilisateurs :
  - numérique : on écrit les équations, pas les algos ;
  - informatique peu de lignes à écrire ;
  - donc minimiser le risque d'erreur
- mfront produit un code efficace :
  - opérations tensorielles optimisées ;
  - benchmarks avec Code_Aster de 18 lois depuis 12 mois

# algorithmes disponibles dans mfront

Connaissant en un point et à un instant $t$ le tenseur $\varepsilon_{t+\Delta t}$, et toutes les quantités à l'instant $t$, mfront a pour fonction de calculer :

- les contraintes $\underline{\sigma}_{t+\Delta t}$ et les variables internes $\alpha_{t+\Delta t}$ ;
- l'opérateur tangent cohérent : $\dfrac{\partial \Delta \underline{\sigma}}{\partial \Delta \underline{\epsilon}^{\text{to}}}$.
- pour plus de détail, voir algo global

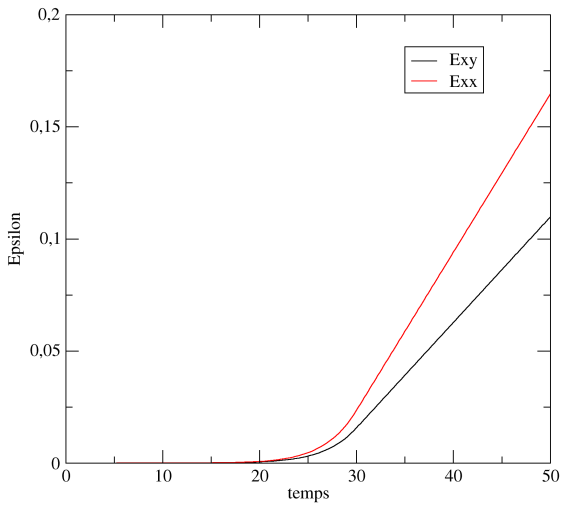
en intégrant le système d'équations régissant la loi de comportement locale à l'aide de divers algorithmes :

- spécifiques (élasto-(visco)-plasticité incompressible) ;
- explicites (méthodes de Runge-Kutta) ;
- implicites (méthode de Newton-Raphson et variantes) ;
- libre (l'utilisateur définit l'intégration).

# quel algorithme choisir ?

- si un intégrateur spécifique existe, l'utiliser :
  - réduction du nombre d'équations et méthode implicite ;
- si l'on doit recourir à un autre intégrateur, **préférer l'intégration implicite** :
  - les temps de calculs sont souvent **très** avantageux ;
  - on a (plus facilement) la **tangente cohérente** ;
- utiliser une méthode de RUNGE-KUTTA si :
  - **rien d'autre** n'est possible (grand nombre de variables) ;
- exemple sur le petit test de Norton :

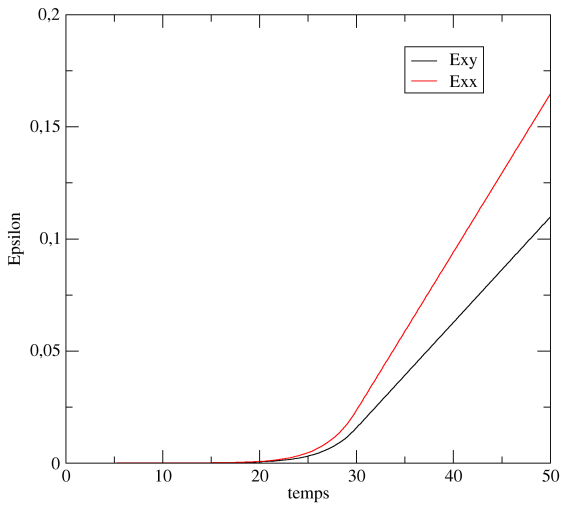
| traction | spec | impl | rk |
|---|---|---|---|
| 30 MPa | 0.032s | 0.128s | 0.372s |
| 50 MPa | 0.218s | 0.228s | 10.37s |



# quel algorithme choisir ?

- si un intégrateur spécifique existe, l'utiliser :
  - réduction du nombre d'équations et méthode implicite ;
- si l'on doit recourir à un autre intégrateur, **préférer l'intégration implicite** :
  - les temps de calculs sont souvent **très** avantageux ;
  - on a (plus facilement) la **tangente cohérente** ;
- utiliser une méthode de RUNGE-KUTTA si :
  - **rien d'autre** n'est possible (grand nombre de variables) ;
- exemple sur le petit test de Norton :

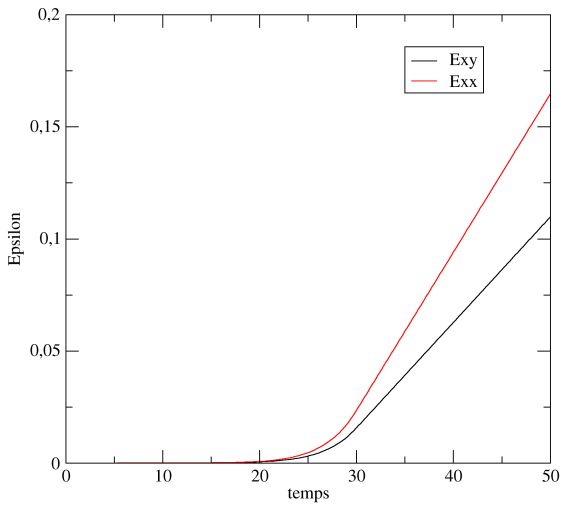
| traction | spec | impl | rk |
|---|---|---|---|
| 30 MPa | 0.032s | 0.128s | 0.372s |
| 50 MPa | 0.218s | 0.228s | 10.37s |



# quel algorithme choisir ?

- si un intégrateur spécifique existe, l'utiliser :
  - réduction du nombre d'équations et méthode implicite ;
- si l'on doit recourir à un autre intégrateur, **préférer l'intégration implicite** :
  - les temps de calculs sont souvent **très** avantageux ;
  - on a (plus facilement) la **tangente cohérente** ;
- utiliser une méthode de RUNGE-KUTTA si :
  - **rien d'autre** n'est possible (grand nombre de variables) ;
- exemple sur le petit test de Norton :

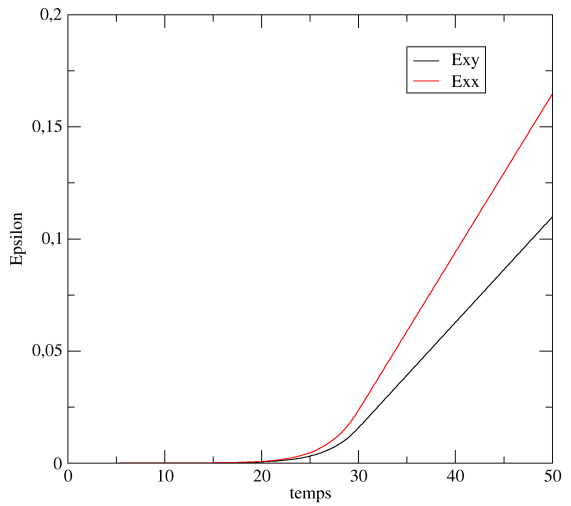
| traction | spec | impl | rk |
|---|---|---|---|
| 30 MPa | 0.032s | 0.128s | 0.372s |
| 50 MPa | 0.218s | 0.228s | 10.37s |



# quel algorithme choisir ?

- si un intégrateur spécifique existe, l'utiliser :
  - réduction du nombre d'équations et méthode implicite ;
- si l'on doit recourir à un autre intégrateur, **préférer l'intégration implicite** :
  - les temps de calculs sont souvent **très** avantageux ;
  - on a (plus facilement) la **tangente cohérente** ;
- utiliser une méthode de RUNGE-KUTTA si :
  - **rien d'autre** n'est possible (grand nombre de variables) ;
- exemple sur le petit test de Norton :

| traction | spec | impl | rk |
|---|---|---|---|
| 30 MPa | 0.032s | 0.128s | 0.372s |
| 50 MPa | 0.218s | 0.228s | 10.37s |



# algorithmes spécifiques

- quatre intégrateurs spécifiques :
  - `IsotropicMisesCreep`, écoulement viscoplastique isotrope $dp = f\left(\sigma_{\text{eq}}\right)$ ;
  - `IsotropicStrainHardeningMisesCreep`, écoulement viscoplastique isotrope avec écrouissage $dp = f\left(\sigma_{\text{eq}}, p\right)$ ;
  - `IsotropicPlasticMisesFlow`, écoulement plastique isotrope $f\left(\sigma_{\text{eq}}, p\right) <= 0$ ;
  - `MultipleIsotropicMisesFlows`, une somme des différents écoulements précédents ;
- l'élasticité est élastique isotrope :
  - les coefficients d'élasticité sont donnés par le code aux éléments finis ;
- il suffit de donner la (ou les) fonction(s) $f$ et ses dérivées ;
- algorithme optimisé, réduction à une équation scalaire.

# algorithmes spécifiques

- quatre intégrateurs spécifiques :
  - `IsotropicMisesCreep`, écoulement viscoplastique isotrope $dp = f\left(\sigma_{\text{eq}}\right)$ ;
  - `IsotropicStrainHardeningMisesCreep`, écoulement viscoplastique isotrope avec écrouissage $dp = f\left(\sigma_{\text{eq}}, p\right)$ ;
  - `IsotropicPlasticMisesFlow`, écoulement plastique isotrope $f\left(\sigma_{\text{eq}}, p\right) <= 0$ ;
  - `MultipleIsotropicMisesFlows`, une somme des différents écoulements précédents ;
- l'élasticité est élastique isotrope :
  - les coefficients d'élasticité sont donnés par le code aux éléments finis ;
- il suffit de donner la (ou les) fonction(s) $f$ et ses dérivées ;
- algorithme optimisé, réduction à une équation scalaire.

# algorithmes spécifiques

- quatre intégrateurs spécifiques :
  - `IsotropicMisesCreep`, écoulement viscoplastique isotrope $dp = f\left(\sigma_{\text{eq}}\right)$ ;
  - `IsotropicStrainHardeningMisesCreep`, écoulement viscoplastique isotrope avec écrouissage $dp = f\left(\sigma_{\text{eq}}, p\right)$ ;
  - `IsotropicPlasticMisesFlow`, écoulement plastique isotrope $f\left(\sigma_{\text{eq}}, p\right) <= 0$ ;
  - `MultipleIsotropicMisesFlows`, une somme des différents écoulements précédents ;
- l'élasticité est élastique isotrope :
  - les coefficients d'élasticité sont donnés par le code aux éléments finis ;
- il suffit de donner la (ou les) fonction(s) $f$ et ses dérivées ;
- algorithme optimisé, réduction à une équation scalaire.

# algorithmes spécifiques

- quatre intégrateurs spécifiques :
  - `IsotropicMisesCreep`, écoulement viscoplastique isotrope $dp = f\left(\sigma_{\text{eq}}\right)$ ;
  - `IsotropicStrainHardeningMisesCreep`, écoulement viscoplastique isotrope avec écrouissage $dp = f\left(\sigma_{\text{eq}}, p\right)$ ;
  - `IsotropicPlasticMisesFlow`, écoulement plastique isotrope $f\left(\sigma_{\text{eq}}, p\right) <= 0$ ;
  - `MultipleIsotropicMisesFlows`, une somme des différents écoulements précédents ;
- l'élasticité est élastique isotrope :
  - les coefficients d'élasticité sont donnés par le code aux éléments finis ;
- il suffit de donner la (ou les) fonction(s) $f$ et ses dérivées ;
- algorithme optimisé, réduction à une équation scalaire.

# exemple d'algorithme spécifique

```
@Parser IsotropicMisesCreep ;
@Behaviour Norton;

@MaterialProperty stress A;
@MaterialProperty stress m;

@FlowRule{
  real tmp=A*pow(seq,m-1.);
  df_dseq = m*tmp ;
  f       = seq*tmp;
}
```

# Intégration par une méthode explicite (RUNGE-KUTTA)

- la loi de comportement est réduite à un système différentiel :
  $\dot{Y} = G\left(Y, t\right)$ avec : $\left[\Delta\, Y\right]^T = \left[\Delta\underline{\epsilon}^{\mathrm{el}}\ ,\ \Delta\alpha\right]$
  où $t$ représente symboliquement l'évolution des variables externes et de la déformation totale ;
- le système différentiel s'écrit dans un bloc `@Derivative` ;
- pour toute variable interne ou externe`X`, `dX` représente la vitesse dans `@ComputeStress` et `@Derivative`
  - ce n'est pas l'incrément !
- le code du bloc `@UpdateAuxiliaryStateVariables` peut être appelé plusieurs fois. Il faut utiliser la variable locale `dt_` pour connaître le pas de temps effectivement utilisé (`dt` désigne toujours le pas de temps total)

# Intégration par une méthode explicite (RUNGE-KUTTA)

- la loi de comportement est réduite à un système différentiel :
  $\dot{Y} = G\left(Y, t\right)$ avec : $\left[\Delta\, Y\right]^T = \left[\Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{el}}\ ,\ \Delta\alpha\right]$
  où $t$ représente symboliquement l'évolution des variables externes et de la déformation totale ;
- le système différentiel s'écrit dans un bloc `@Derivative` ;
- pour toute variable interne ou externe`X`, `dX` représente la vitesse dans `@ComputeStress` et `@Derivative`
  - ce n'est pas l'incrément !
- le code du bloc `@UpdateAuxiliaryStateVariables` peut être appelé plusieurs fois. Il faut utiliser la variable locale `dt_` pour connaître le pas de temps effectivement utilisé (`dt` désigne toujours le pas de temps total)

# Intégration par une méthode explicite (RUNGE-KUTTA)

- la loi de comportement est réduite à un système différentiel :
  $\dot{Y} = G(Y, t)$ avec : $[\Delta Y]^T = \left[\Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{el}}\ ,\ \Delta\alpha\right]$
  où $t$ représente symboliquement l'évolution des variables externes et de la déformation totale ;
- le système différentiel s'écrit dans un bloc `@Derivative` ;
- pour toute variable interne ou externe`X`, `dX` représente la vitesse dans `@ComputeStress` et `@Derivative`
  - ce n'est pas l'incrément !
- le code du bloc `@UpdateAuxiliaryStateVariables` peut être appelé plusieurs fois. Il faut utiliser la variable locale `dt_` pour connaître le pas de temps effectivement utilisé (`dt` désigne toujours le pas de temps total)

# Intégration par une méthode explicite (RUNGE-KUTTA)

- la loi de comportement est réduite à un système différentiel :
  $\dot{Y} = G\left(Y, t\right)$ avec : $\left[\Delta\, Y\right]^T = \left[\Delta\underline{\epsilon}^{\mathrm{el}}\ ,\ \Delta\alpha\right]$
  où $t$ représente symboliquement l'évolution des variables externes et de la déformation totale ;
- le système différentiel s'écrit dans un bloc `@Derivative` ;
- pour toute variable interne ou externe`X`, `dX` représente la vitesse dans `@ComputeStress` et `@Derivative`
  - ce n'est pas l'incrément !
- le code du bloc `@UpdateAuxiliaryStateVariables` peut être appelé plusieurs fois. Il faut utiliser la variable locale `dt_` pour connaître le pas de temps effectivement utilisé (`dt` désigne toujours le pas de temps total)

# Loi de Norton avec Runge_Kutta

```
@Parser RungeKutta;
@Algorithm rk54;
@Behaviour Norton;
@RequireStiffnessTensor;
@MaterialProperty real A;
@MaterialProperty real m;
@StateVariable real    p;
@ComputeStress{ sig = D*eel;}
@TangentOperator{  Dt=D;}
@Derivative{
  real sigeq = sigmaeq(sig);
  Stensor  n(0.);
  if(sigeq > 1.e-15){
    n     = 1.5*deviator(sig)/sigeq;
  }
  dp    = A*pow(sigeq,m);
  deel = deto - dp*n;
```

Runge-Kutta
ordres 4 et 5

$\underline{\sigma} = \underline{\underline{\mathbf{D}}} : \underline{\epsilon}^{\mathrm{el}}$
*eel* défini par défaut

$$\underline{n} = \frac{3}{2}\frac{\underline{s}}{\sigma_{\mathrm{eq}}}$$

$$d\,p = A\,\sigma_{\mathrm{eq}}^{m}$$
$$d\,\underline{\epsilon}^{\mathrm{el}} = d\,\underline{\epsilon}^{\mathrm{to}} - d\,p\,\underline{n}$$

# quelques notations et définitions

- propriété matériau `@MaterialProperty` :
  - fournie par le code appelant !
- variable local `@LocalVariable` :
  - calcul de certains termes avant l'intégration (exemple de termes d'ARRHENIUS) ;
- variable interne `@StateVariable` ;
- variable auxiliaire `@AuxiliaryStateVariable` : permet de réduire la taille des systèmes à intégrer ;
- variable externe `@ExternalStateVariable` ;
- notations ;
  - mots réservés : `eel, eto, sig,` ;
  - explicite : pour toute variable `a`, `da` est la vitesse ;
  - implicite : `da` est l'incrément, `fa` est l'équation, `dfa_dda` la dérivée ;

# Intégration implicite

- Deux analyseurs :
  - `Implicit` qui déclare automatiquement la déformation élastique ;
  - `ImplicitII` qui ne déclare pas automatiquement la déformation élastique ;
- différents algorithmes :
  - `NewtonRaphson` (jacobienne calculée par l'utilisateur) ;
  - `NewtonRaphson_NumericalJacobian` (jacobienne calculée par différence finie centrée) ;
  - `Broyden` (jacobienne partielle) ;
  - `Powell DogLeg` (méthode de Powell combinant Gauss et Newton) ;

# Intégration implicite : principe

- le système différentiel devient un système non-linéaire : $[F(\Delta Y) = \Delta Y - \Delta t\, G(Y_t + \theta \Delta Y, t + \theta\, \Delta t) = 0$ avec : $[\Delta Y]^T = \left[\Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{el}}\ ,\ \Delta\alpha\right]$
- pour les lois indépendantes du temps, on annule directement la surface de charge !
- on résout ce système par un NEWTON-RAPHSON
  - il faut la jacobienne $J = \dfrac{\partial F}{\partial \Delta Y}$
- la jacobienne peut être calculée par blocs :

$$J = \frac{\partial F}{\partial Y} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_{y_1}}{\partial y_1} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \frac{\partial f_{y_i}}{\partial y_j} & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{\partial f_{y_N}}{\partial y_N} \end{pmatrix}$$

- on peut demander une vérification numérique !

```
@CompareToNumericalJacobian true;
```

# Intégration implicite : principe

- le système différentiel devient un système non-linéaire : $[F(\Delta Y) = \Delta Y - \Delta t\, G(Y_t + \theta \Delta Y, t + \theta\, \Delta t) = 0$ avec : $[\Delta Y]^T = \left[\Delta \underline{\epsilon}^{\text{el}}\ ,\ \Delta\alpha\right]$
- pour les lois indépendantes du temps, on annule directement la surface de charge !
- on résout ce système par un NEWTON-RAPHSON
  - il faut la jacobienne $J = \dfrac{\partial F}{\partial \Delta Y}$
- la jacobienne peut être calculée par blocs :

$$J = \frac{\partial F}{\partial Y} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_{y_1}}{\partial y_1} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \frac{\partial f_{y_i}}{\partial y_j} & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{\partial f_{y_N}}{\partial y_N} \end{pmatrix}$$

- on peut demander une vérification numérique !

```
@CompareToNumericalJacobian true;
```

# Intégration implicite : principe

- le système différentiel devient un système non-linéaire : $[F(\Delta Y) = \Delta Y - \Delta t\, G(Y_t + \theta \Delta Y, t + \theta\, \Delta t) = 0$ avec : $[\Delta Y]^T = \left[\Delta \underline{\epsilon}^{\text{el}}\ ,\ \Delta\alpha\right]$
- pour les lois indépendantes du temps, on annule directement la surface de charge !
- on résout ce système par un NEWTON-RAPHSON
  - il faut la jacobienne $J = \dfrac{\partial F}{\partial \Delta Y}$
- la jacobienne peut être calculée par blocs :

$$J = \frac{\partial F}{\partial Y} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_{y_1}}{\partial y_1} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \frac{\partial f_{y_i}}{\partial y_j} & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{\partial f_{y_N}}{\partial y_N} \end{pmatrix}$$

- on peut demander une vérification numérique !

```
@CompareToNumericalJacobian true;
```

# Intégration implicite : principe

- le système différentiel devient un système non-linéaire : $\left[F\left(\Delta Y\right) = \Delta Y - \Delta t\, G\left(Y_t + \theta \Delta Y, t + \theta\, \Delta t\right) = 0\right.$ avec : $\left[\Delta Y\right]^T = \left[\Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{el}}\ ,\ \Delta \alpha\right]$
- pour les lois indépendantes du temps, on annule directement la surface de charge !
- on résout ce système par un NEWTON-RAPHSON
  - il faut la jacobienne $J = \dfrac{\partial F}{\partial \Delta Y}$
- la jacobienne peut être calculée par blocs :

$$J = \frac{\partial F}{\partial Y} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_{y_1}}{\partial y_1} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \frac{\partial f_{y_i}}{\partial y_j} & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{\partial f_{y_N}}{\partial y_N} \end{pmatrix}$$

- on peut demander une vérification numérique !

@CompareToNumericalJacobian true;

# Intégration implicite : principe

- le système différentiel devient un système non-linéaire : $[F(\Delta Y) = \Delta Y - \Delta t\, G(Y_t + \theta \Delta Y, t + \theta\, \Delta t) = 0$ avec : $[\Delta Y]^T = \left[\Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{el}}\ ,\ \Delta\alpha\right]$
- pour les lois indépendantes du temps, on annule directement la surface de charge !
- on résout ce système par un NEWTON-RAPHSON
  - il faut la jacobienne $J = \dfrac{\partial F}{\partial \Delta Y}$
- la jacobienne peut être calculée par blocs :

$$J = \frac{\partial F}{\partial Y} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_{y_1}}{\partial y_1} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \frac{\partial f_{y_i}}{\partial y_j} & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{\partial f_{y_N}}{\partial y_N} \end{pmatrix}$$

- on peut demander une vérification numérique !

```
@CompareToNumericalJacobian true;
```

# Exemple : loi de Norton avec intégration implicite

Le système à résoudre étant toujours défini par :

- `feel`$=\Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{el}} + \Delta p \, \underline{n} - \Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{to}}$
- `fp`$=\Delta p - \Delta t \, A \, \sigma_{\mathrm{eq}}^{m}$

Listons les différentes dérivées à calculer :

- $dfeel_deel = \dfrac{\partial}{\partial \Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{el}}} \left( \Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{el}} + \Delta p \, \underline{n} - \Delta \varepsilon \right) = \tilde{I} + \Delta p \dfrac{\partial \underline{n}}{\partial \Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{el}}}$

  avec $\tilde{I}_{ijkl} = \dfrac{1}{2}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})$
- $dfeel_ddp = \underline{n}$
- $dfp_ddp = 1$
- $dfp_ddeel = -\Delta t \, A \, m \, \sigma_{eq}^{m-1} \dfrac{\partial (\sigma)_{\mathrm{eq}}}{\partial \Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{el}}} = -\Delta t \, A \, m \, \sigma_{eq}^{m-1} \, \theta \, \underline{n} | D$

Les dérivées de la normale $\underline{n}$ sont : $\dfrac{\partial \underline{n}}{\partial \Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{el}}} = \dfrac{2\mu}{(\sigma)_{\mathrm{eq}}} (M - \underline{n} \otimes \underline{n})$

Le tenseur $\underline{\underline{\mathbf{M}}}$ étant défini par : $\underline{\underline{\mathbf{M}}} = \dfrac{3}{2}\underline{\underline{\mathbf{I}}} - \dfrac{1}{2}\underline{I} \otimes \underline{I}$

# Exemple : loi de Norton avec intégration implicite —1/2

La première partie de `norton.mfront` est inchangée. On a oté : Algorithm NewtonRaphson_NumericalJacobian ;

```
@Parser Implicit;
@Behaviour Norton;
@RequireStiffnessTensor;
@Epsilon 1.e-12;
@MaterialProperty stress young;
@MaterialProperty real nu;
@MaterialProperty real A;
@MaterialProperty real m;
@StateVariable real     p;
@TangentOperator{
  Stensor4 Je;
  getPartialJacobianInvert(Je);
  Dt = D*Je;
}
@ComputeStress{  sig = D*eel;}
```

# Exemple : loi de Norton avec intégration implicite —2/2

La matrice jacobienne J est programmée :

```
@Integrator{
  real seq = sigmaeq(sig);
  real inv_seq=0. ;
  if(seq > 1.e-15){
    inv_seq = 1./seq ;
  }
  Stensor n = 1.5*deviator(sig)*inv_seq ;
  feel += dp*n-deto;
  fp   -= dt*A*pow(seq,m);

  // jacobienne
  const Stensor4 Jmn  = Stensor4::M() - (n^n);
  const real mu = young/2/(1.+nu) ;
  dfeel_ddeel += 2.*mu*theta*dp*Jmn*inv_seq ;
  dfeel_ddp    = n;
  dfp_ddeel    = - dt*A*m*pow(seq,m-1)*theta*(n| D);
  dfp_ddp      = 1 ;
}
```

# opérateurs tangents

- L'intégration de la loi de comportement est effectuée soit en explicite, soit en implicite ;
- On obtient les contraintes $\underline{\sigma}_{t+\Delta t}$ et les variables internes $\alpha_{t+\Delta t}$ ;
- Mais pour qu'un calcul de structure converge vite, il faut calculer l'opérateur tangent cohérent :
$$\frac{\partial \Delta \underline{\sigma}}{\partial \Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{to}}}$$

# l'opérateur tangent en mfront

Dans le cas d'une intégration explicite, on utilise l'opérateur d'élasticité $D$

```
@TangentOperator{    Dt=D;}
```

Dans le cas implicite, on peut souvent construire facilement l'opérateur tangent cohérent :

```
@TangentOperator{
  Stensor4 Je;
  getPartialJacobianInvert(Je);
  Dt = D*Je;
}
```

Il est extrait de l'inverse de la jacobienne $J$
soit programmée, soit estimée numériquement par mfront(pour plus de détail, voir ▸ KtgtFromJ).

# fonctionnalités de mtest

- pour simuler la réponse d'un point matériel (comme `SIMU_POINT_MAT`) ;
- piloter en contraintes ou/en déformations ou de manière mixte ;
- l'algorithme de résolution peut être paramétré :
  - matrice de prédiction, matrice tangente cohérente (interface `Code_Aster`) ;
  - sous-découpage du pas de temps ;
  - etc...
- possibilité de comparer les résultats à une solution analytique ou des fichiers de références (non régression) ;
- les lois `mfront` peuvent générer des fichiers `mtest` en cas de non convergence d'un calcul de structure

# exemple de fichier mtest

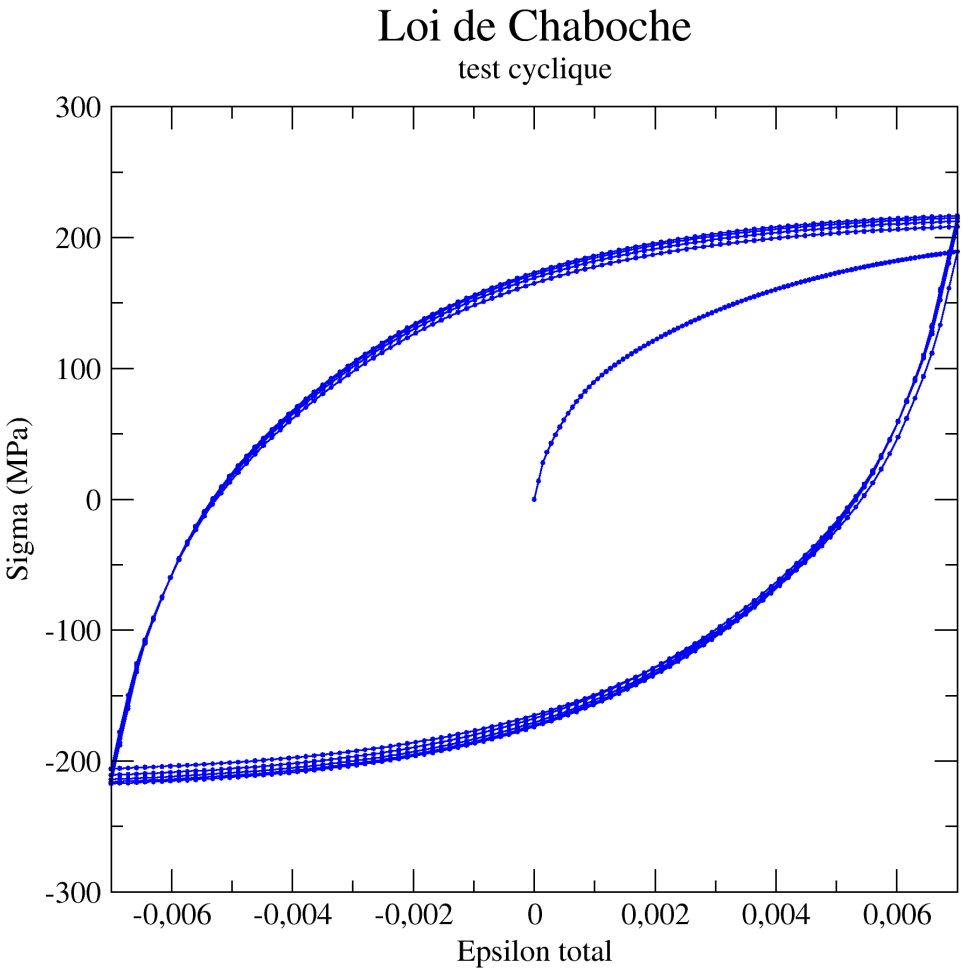
```
@Behaviour<aster> 'src/libAsterBehaviour.so' '
    asterburger';
@MaterialProperty<constant> 'young' 31000. ;
@MaterialProperty<constant> 'nu'     0.3 ;
@MaterialProperty<constant> 'KRS'    2.0E5 ;
@MaterialProperty<constant> 'NRS'    4.0E10 ;
```

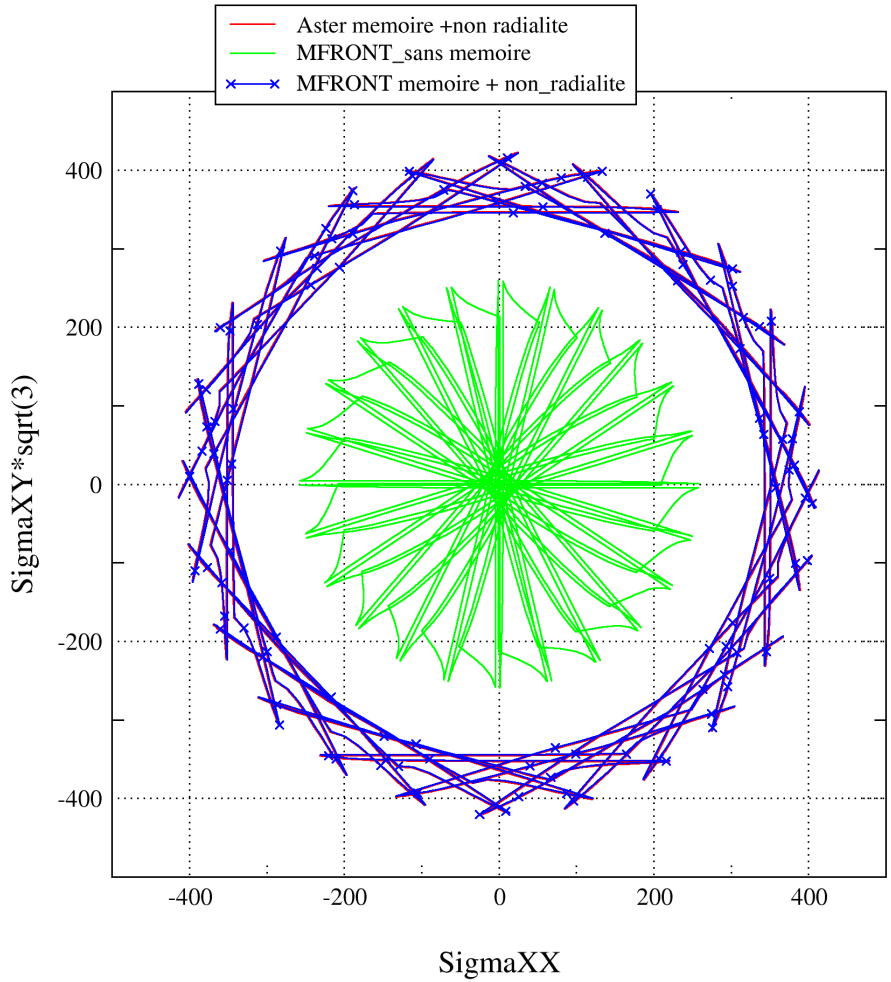
...

```
@ExternalStateVariable 'Temperature' 293.15;
@ExternalStateVariable 'C' 1.;
@ImposedStress 'SZZ' {0.: 0., 1.: -1., 31536010. : -1.};
@Times {0.,1. in 1, 138629.44 in 10,8640000. in 10 };
@Test<file> 'burger.ref' {'EZZ':4} 1.e-8 ;
```

Utilisation : `mtest fichier.mtest`

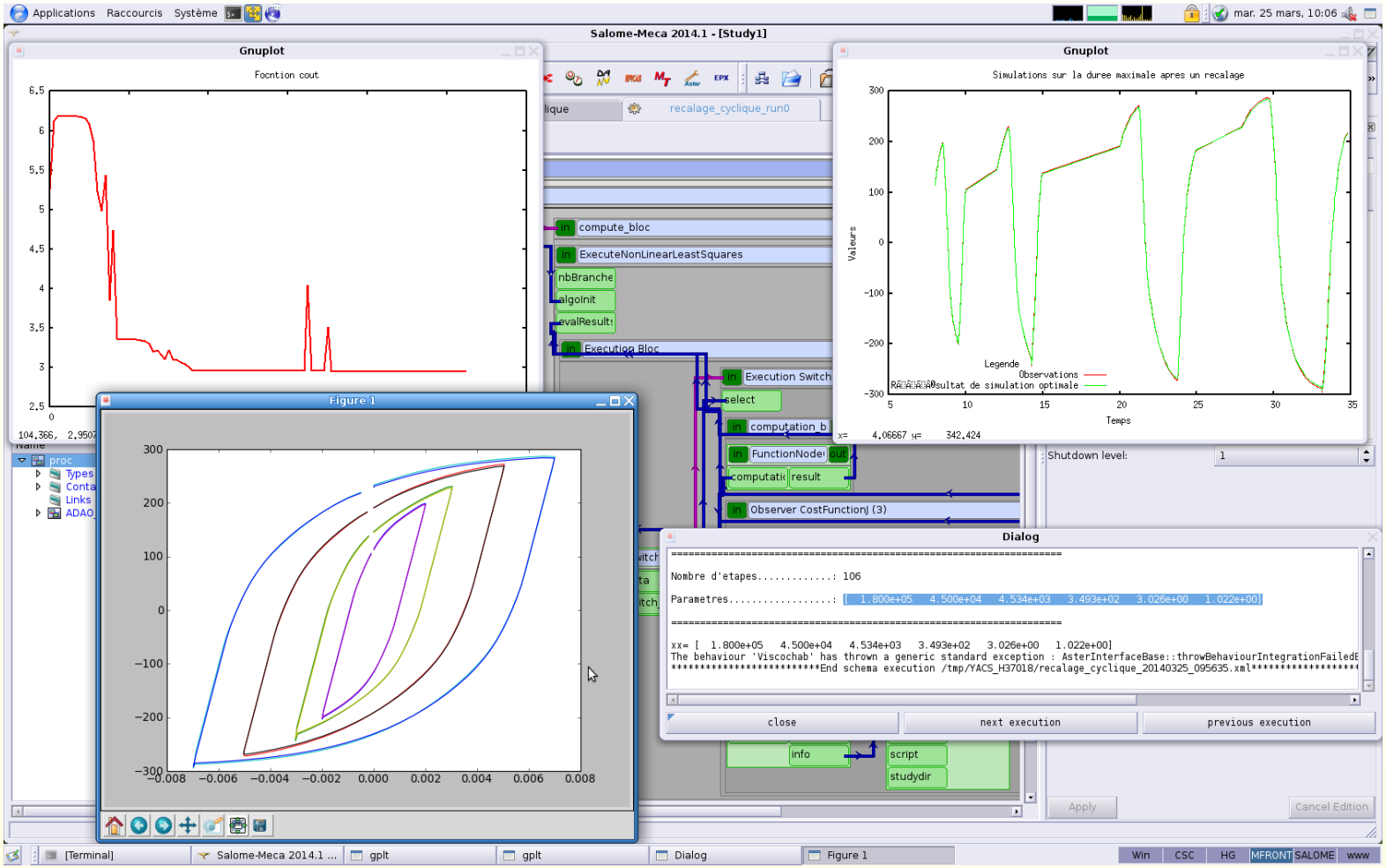
# exemples de simulations mtest



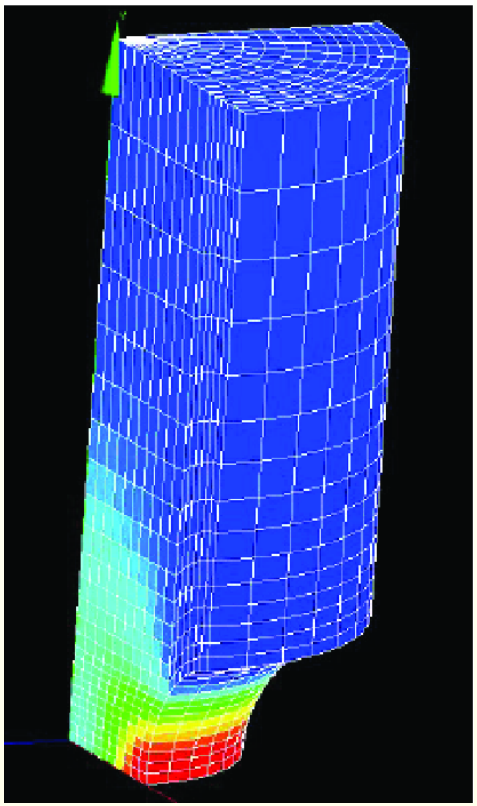
# adao

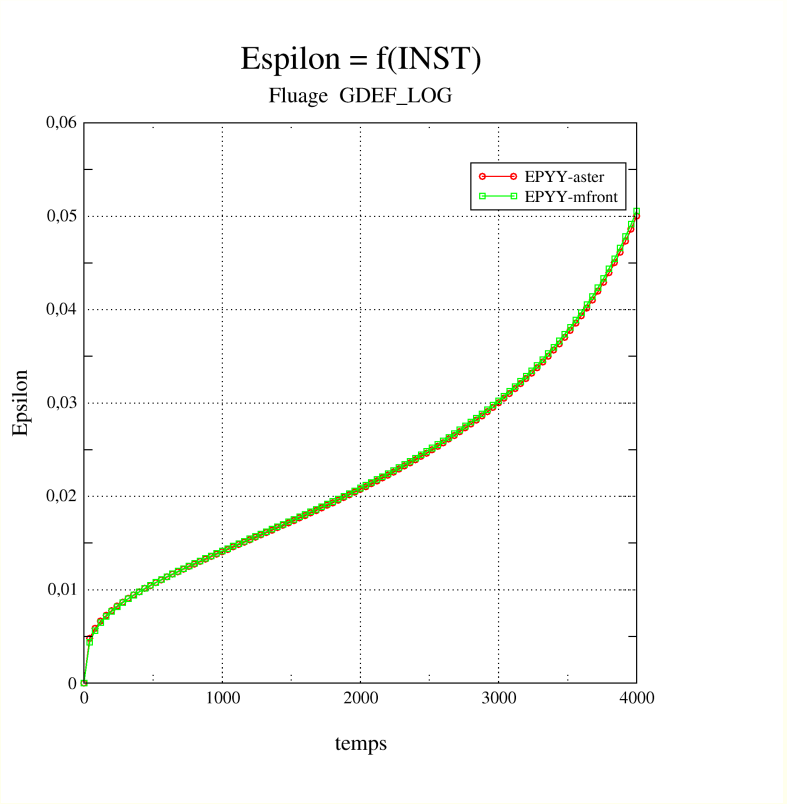
- recalage des propriétés matériau ;
- utilise `Code_Aster` + `mfront` ou directement `mtest` ;




(pour plus de détail, voir adao).

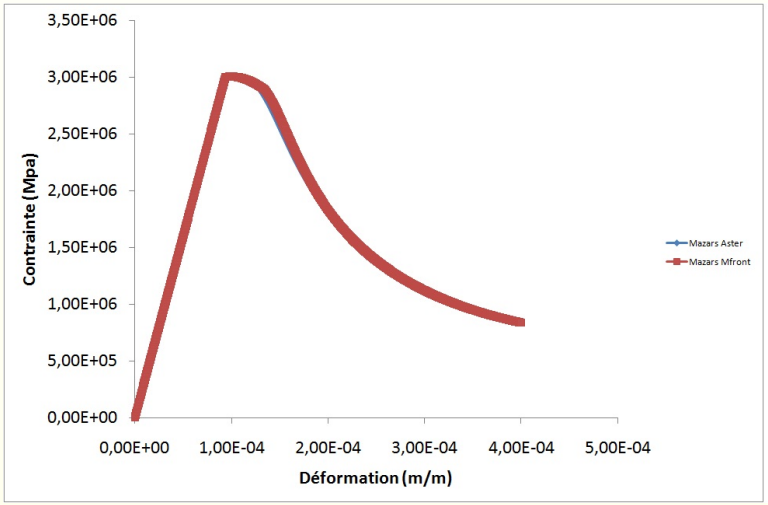
# Hayhurst

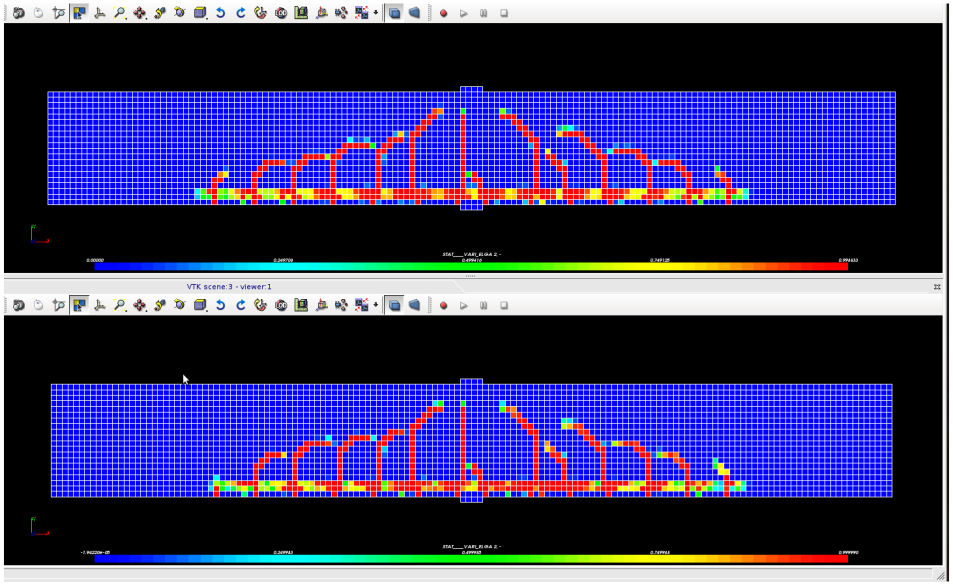





- loi de fluage tertiaire (avec endommagement) ▸ Hayhurst.mfront

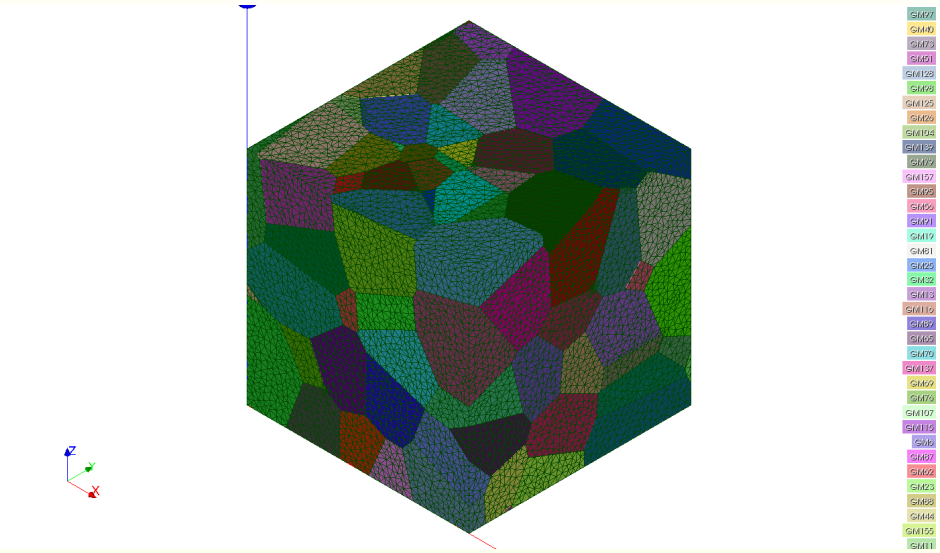
# Mazars

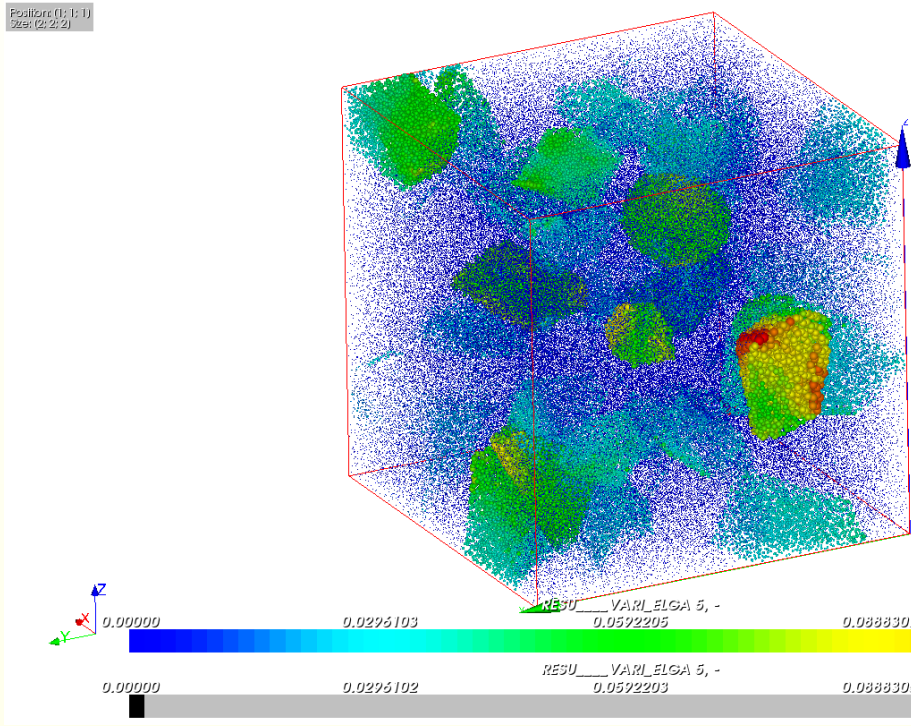


- loi de Mazars ▸ Mazars.mfront

# lois monocristallines - MC—DD-CFC—DD-CC






- loi monocristalline, 172 grains ▸ monocrystal.mfront

# à vos claviers !


1. un premier exemple simple
   - une loi de Norton
   - discrétisation et développement mfront
   - premier test mtestet Code_Aster
2. ce que permet mfront
   - mfront ?
   - algorithmesMfront
   - K tangente
   - mtest
   - adao
   - exemples mfront
3. développement d'une loi pas-à-pas
   - loi élastoplastique de Chaboche
4. conclusions

# formulation de la loi élastoplastique de Chaboche

Les équations du modèle sont résumées brièvement :

- contraintes déformations élastiques :
  $\underline{\sigma} = \underline{\mathbf{D}} : \ (\underline{\epsilon}^{\mathrm{to}} - \underline{\epsilon}^{\mathrm{p}})$
- Critère de plasticité :
  $F(\underline{\sigma}, \underline{X}) = (\sigma - \underline{X})_{\mathrm{eq}} - R(p) \leq 0$
- loi d'écoulement normale au critère :
  $\underline{\dot{\epsilon}}^{\mathrm{p}} = \dot{p}\,\underline{n}$ avec $\underline{n} = \dfrac{3}{2}\dfrac{\underline{\sigma}^{dev} - \underline{X}}{(\sigma - \underline{X})_{\mathrm{eq}}}$
- $\underline{X}$ écrouissages cinématiques : $\underline{X} = \underline{X}_1 + \underline{X}_2 + \ldots$ ;
- L'évolution de $\underline{X}_i$ :
  $\underline{X}_i = \dfrac{2}{3} C_i \underline{\alpha}_i$ avec : $\underline{\dot{\alpha}}_i = \underline{\dot{\epsilon}}^{\mathrm{p}} - \gamma_i\,\underline{\alpha}_i\,\dot{p}$ ;
- l'écrouissage isotrope $R(p)$ est défini par :
  $R(p) = R^{\infty} + \left(R^0 - R^{\infty}\right)\exp(-b\,p)$ ;
- paramètres $E$, $\nu$, $R^0$, $R^{\infty}$, $b$, $C_1$, $C_2$,..., $C_n$, $\gamma_1$, $\gamma_2$,..., $\gamma_n$

# discrétisation de la loi élastoplastique de Chaboche

Les inconnues sont : $\Delta\,\underline{\epsilon}^{\mathrm{el}}$ ; $\Delta\,p$ ; $\Delta\,\underline{\alpha}_i$ ;

- Test : si
  $F^{el}\left(\underline{\sigma},\underline{X}\right) = \left(\underline{\sigma}^{tr} - \underline{X}|_t\right)_{\mathrm{eq}} - R\left(p|_t\right) < 0$
  avec :
  $\underline{\sigma}^{tr} = \underline{D} : \left(\underline{\epsilon}^{\mathrm{el}}\big|_t + \Delta\,\underline{\epsilon}^{\mathrm{to}}\right)$
  alors la solution est élastique :
  $\Delta\,\underline{\epsilon}^{\mathrm{p}} = 0 \quad \Delta\,p = 0 \quad \Delta\,\underline{\alpha}_i = \underline{0}$
- Sinon, il faut résoudre le système suivant :
  $F(\sigma, X) = 0 \quad \Leftrightarrow$
  $$\begin{cases} \underline{\sigma}|_{t+\Delta\,t} - \underline{X}|_{t+\Delta\,t})_{\mathrm{eq}} - R(p(t+\Delta\,t)) = 0 \\ \Delta\,\underline{\alpha}_i - \Delta\,\underline{\epsilon}^{\mathrm{p}} + \gamma_i(\underline{\alpha}_i + \theta\Delta\underline{\alpha}_i)\Delta\,p = \underline{0} \\ \Delta\,\underline{\epsilon}^{\mathrm{el}} - \Delta\,\underline{\epsilon}^{\mathrm{to}} + \Delta\,\underline{\epsilon}^{\mathrm{p}} = \underline{0} \end{cases}$$
  où $\Delta\,\underline{\epsilon}^{\mathrm{p}} = \Delta\,p\ \ \underline{n}|_{t+\Delta\,t}$

# intégration implicite dans `mfront`—1/3

```
@Parser Implicit;
@Behaviour Chaboche;
@Algorithm NewtonRaphson_NumericalJacobian;
@RequireStiffnessTensor;
@Theta 1.;
@MaterialProperty stress young;
@MaterialProperty real nu;
@MaterialProperty real R_inf;
@MaterialProperty real R_0;
@MaterialProperty real b;
@MaterialProperty real C[2];
@MaterialProperty real g[2];
@StateVariable real    p;
@StateVariable Stensor a[2];
@LocalVariable real Fel;
@InitLocalVars{ Stensor sigel=D*(eel+deto);
  for(unsigned short i=0;i!=2;++i){
      sigel-=C[i]*a[i]/1.5;}
  const real seqel = sigmaeq(sigel);
  const real Rpel  = R_inf + (R_0-R_inf)*exp(-b*p);
  Fel   = seqel - Rpel; // prediction elastique}
@ComputeStress{  sig = D*eel;}
```

# intégration implicite dans mfront—2/3

```
@Integrator{
  if(Fel > 0){          // solution plastique
      // Les variables suivies de _ sont en t+theta*dt
      const real p_  = p +theta*dp ;
      const real Rp_ = R_inf + (R_0-R_inf)*exp(-b*p_) ;
      Stensor a_[2];
      Stensor sr = deviator(sig);
      for(unsigned short i=0;i!=2;++i){
          a_[i]       = a[i]+theta*da[i];
          sr          -= C[i]*a_[i]/1.5;
      } // tenseur Sigma-X
      const stress  seq = sigmaeq(sr);
      Stensor n = 1.5*sr/seq;
      feel = deel - deto + dp*n ;
      fp     = (seq-Rp_)/young; // pour normaliser
      for(unsigned short i=0;i!=2;++i){
        fa[i] = da[i] - dp*(n-g[i]*a_[i]);
      }
  } else {
      feel = deel - deto; // solution elastique }
}
```

# intégration implicite dans `mfront`—3/3

opérateurs tangents

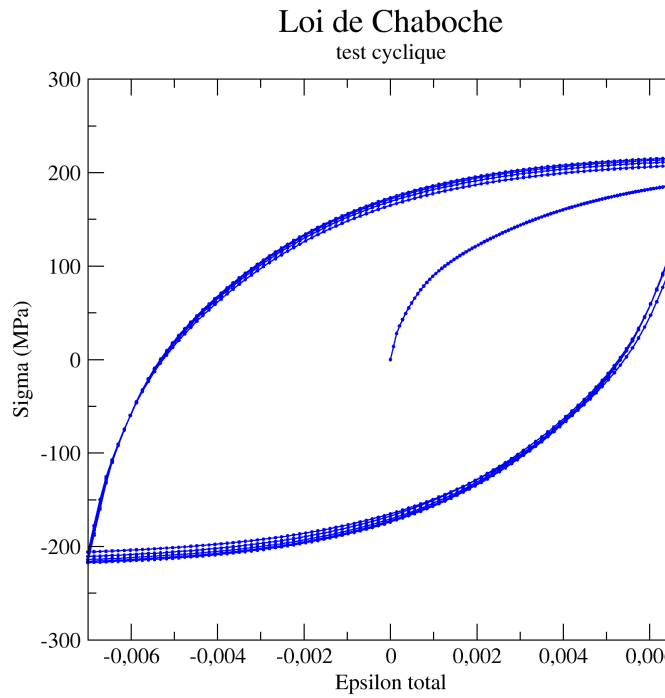
```
@TangentOperator{
  if ((smt==ELASTIC)||(smt==SECANTOPERATOR)){
    Dt=D; // matrice elastique
  } else if (smt==CONSISTANTTANGENTOPERATOR){
    Stensor4 Je;
    getPartialJacobianInvert(Je);
    Dt = D*Je; // matrice tangente coherente
  }
}
```

compilation :

```
mfront -obuild -interface=aster
Chaboche.mfront
```

# petit test : cycles de traction-compression

```
@Behaviour<aster> 'src/libAsterBehaviour.
    so' 'asterchaboche';
@MaterialProperty<constant> 'young'
    200000. ;
@MaterialProperty<constant> 'nu' 0.33 ;
@MaterialProperty<constant> 'R_inf' 50. ;
@MaterialProperty<constant> 'R_0' 30. ;
@MaterialProperty<constant> 'b' 20. ;
@MaterialProperty<constant> 'C[0]'
    187000.;
@MaterialProperty<constant> 'C[1]' 45000.;
@MaterialProperty<constant> 'g[0]' 4460.;
@MaterialProperty<constant> 'g[1]' 340. ;
@ExternalStateVariable 'Temperature' 0.;
@Times {0.,5. in 1000};
@ImposedStrain 'EYY'
    {0.:0.,1.:0.007,2.:-0.007,3.:0.007,4.:-0.007,5.:0.007};
```



# exercice : modèle viscoplastique

Le critère de plasticité : $F(\sigma, X) = (\sigma - X)_{\text{eq}} - R(p) \leq 0$

est remplacé par : $\dot{p} = \langle \frac{F}{K} \rangle^m$ où : $\langle F \rangle = \max(0, F)$

Dans le fichier `mfront`,

```
fp=(seq_-Rp_)/young;
```

devient :

```
fp -= pow(F*UNsurK,m)*dt;
```

Les propriétés matériau ajoutées : `UNsurK` et `m`

# et si cela plante ? Comment faire ?

- erreurs de compilation souvent explicites ;
  - `Viscochab.mfront:94: error: 'F' was not declared in this scope`
  - `Viscochab.mfront:74: warning: unused variable 'Rp'`
  - `Viscochab.mfront:91: error: expected ',' or ';' before 'if'` (oubli d'un `";"` en fin de ligne)
- compilation avec `-debug` ;
- impression de variables `cout « "seq=" « seq « end; ;`
- compilation avec `CXXFLAGS='-g'` ;
- générer des fichiers mtest `@AsterGenerateMTestFileOnFailure=true;`

# petit bilan

- ajouts de nouveaux comportements : "very easy !" ;
- déjà dans la base de tests de Code_Aster ! :

| nom de la loi de comportement | test Code_Aster |
|---|---|
| loi élastoplastique de Chaboche | mfron01a |
| loi viscoplastique de Chaboche | mfron01b |
| loi viscoplastique de Hayhurst | mfron02a,b |
| loi d'endommagement de Mazars | mfron02c,d,e |
| loi de fluage de béton Burger | mfron02f,g |
| loi cristalline Méric-Cailletaud | mfron03b,c,d |
| loi cristalline DD_CFC (IRRA) | mfron03e,f,g |
| loi cristalline DD_CC (IRRA) | mfron03h,i |
| loi meta-lema-ani phases méta | mfron03j-n |

# tests de mfront : lois supplémentaires

- loi de LEMAÎTRE anisotrope : `StrainHardeningCreep.mfront`
- lois d'endommagement : `Lorentz.mfront` ,... ;
- lois CZM : `Tvergaard.mfront`,... ;
- lois monocristallines en grandes déformations `FiniteStrainMonoCristal.mfront`
- ...

72 lois de comportements dans la base de cas tests

# contraintes planes (généralisées)

- déformation axiale $\underline{\epsilon}^{\text{to}}{}_z$ == variable interne supplémentaire ;
- hypothèses :
  - la déformation élastique $\underline{\epsilon}^{\text{el}}$ == variable interne ;
  - la déformation totale n'intervient que dans $f_{\underline{\epsilon}^{\text{el}}}$ ;
- partition des déformations :
  $f_{\underline{\epsilon}^{\text{el}}} = \Delta\underline{\epsilon}^{\text{el}} - \Delta\underline{\epsilon}^{\text{to}} - \Delta\underline{\epsilon}^{\text{to}}{}_z\,\vec{e}_z \otimes \vec{e}_z + \ldots$
- aucune des autres équations du système implicite n'est modifiée ;
- équation associée à $\underline{\epsilon}^{\text{to}}{}_z$ : $f_{\underline{\epsilon}^{\text{to}}{}_z} = \dfrac{1}{E'}\sigma_z$
- contraintes planes généralisées : $f_{\underline{\epsilon}^{\text{to}}{}_z} = \dfrac{1}{E'}\left(\sigma_z - \sigma_z^{\text{équilibre}}\right)$

▸ contraintes planes

# perspectives

- ajouts de nouveaux analyseurs spécifiques :
  - plasticité/viscoplasticité isotrope compressible ;
- matrice tangente cohérente :
  - facile pour algorithmes spécifiques et implicites ;
  - pour l'intégration explicite ou par BROYDEN ? :
- support de lois mécaniques générales :
  - transformations finies (presque fini) ;
  - couplages de lois de fluage, d'endommagement ;
  - autres physiques : thermique non linéaire, métallurgie ;
  - mécanique des sols : Cam-Clay, Drucker-Prager, THM,...
  - lois à gradient ;
  - ... ;

# ANNEXES : algorithme global


5 algorithme global

6 KtgtFromJ

7 lois particulières
- loi de Hayhurst
- loi de Mazars
- un exemple de loi cristalline
- loi meta-lema-ani

8 Propriétés matériau

9 contraintes planes

10 fonctionnement adao

# algorithme global de mécanique quasi-statique

équilibre mécanique : trouver $\Delta\vec{u}$ tel que :

- $\vec{R}\left(\Delta\vec{u}\right) = \vec{O}$ avec $\vec{R}\left(\Delta\vec{u}\right) = \vec{F}_i\left(\Delta\vec{u}\right) - \vec{F}_e$
- force interne élémentaire : $\vec{F}_i^{elem} = \sum_{i=1}^{N_G} \left(\underline{\sigma}_{t+\Delta t}\left(\Delta\underline{\epsilon}^{\text{to}}, \Delta t\right) : \underline{\underline{\mathbf{B}}}\right) w_i$
- résolution par NEWTON-RAPHSON : $\Delta\vec{u}^{n+1} = \Delta\vec{u}^{n} - \underline{\underline{\mathbb{K}}}^{-1}.\vec{R}\left(\Delta\vec{u}^{n}\right)$
- calcul de la raideur élémentaire : $\underline{\underline{\mathbb{K}}}^{e} = \sum_{i=1}^{N^G} {}^t\underline{\underline{\mathbf{B}}} : \dfrac{\partial\Delta\underline{\sigma}}{\partial\Delta\underline{\epsilon}^{\text{to}}} : \underline{\underline{\mathbf{B}}}\, w_i$ où $\dfrac{\partial\Delta\underline{\sigma}}{\partial\Delta\underline{\epsilon}^{\text{to}}}$ est la *matrice tangente cohérente*.

▸ algorithmesMfront

# algorithme global de mécanique quasi-statique

équilibre mécanique : trouver $\Delta\vec{u}$ tel que :

- $\vec{R}\left(\Delta\vec{u}\right) = \vec{O}$ avec $\vec{R}\left(\Delta\vec{u}\right) = \vec{F}_i\left(\Delta\vec{u}\right) - \vec{F}_e$
- force interne élémentaire : $\vec{F}_i^{elem} = \sum_{i=1}^{N_G} \left(\underline{\sigma}_{t+\Delta t}\left(\Delta\underline{\epsilon}^{\text{to}}, \Delta t\right) : \underline{\underline{\mathbf{B}}}\right) w_i$
- résolution par NEWTON-RAPHSON : $\Delta\vec{u}^{n+1} = \Delta\vec{u}^{n} - \underline{\underline{\mathbb{K}}}^{-1}.\vec{R}\left(\Delta\vec{u}^{n}\right)$
- calcul de la raideur élémentaire : $\underline{\underline{\mathbb{K}}}^{e} = \sum_{i=1}^{N^G} {}^{t}\underline{\underline{\mathbf{B}}} : \dfrac{\partial\Delta\underline{\sigma}}{\partial\Delta\underline{\epsilon}^{\text{to}}} : \underline{\underline{\mathbf{B}}}\, w_i$ où $\dfrac{\partial\Delta\underline{\sigma}}{\partial\Delta\underline{\epsilon}^{\text{to}}}$ est la *matrice tangente cohérente*.

▸ algorithmesMfront

# algorithme global de mécanique quasi-statique

équilibre mécanique : trouver $\Delta\vec{u}$ tel que :

- $\vec{R}\left(\Delta\vec{u}\right) = \vec{O}$ avec $\vec{R}\left(\Delta\vec{u}\right) = \vec{F}_i\left(\Delta\vec{u}\right) - \vec{F}_e$
- force interne élémentaire : $\vec{F}_i^{elem} = \sum_{i=1}^{N_G} \left(\underline{\sigma}_{t+\Delta t}\left(\Delta\underline{\epsilon}^{\text{to}}, \Delta t\right) : \underline{\underline{\mathbf{B}}}\right) w_i$
- résolution par NEWTON-RAPHSON :

$$\Delta\vec{u}^{n+1} = \Delta\vec{u}^{n} - \left(\left.\frac{\partial\vec{R}}{\partial\Delta\vec{u}}\right|_{\Delta\vec{u}^n}\right)^{-1}.\vec{R}\left(\Delta\vec{u}^{n}\right) = \Delta\vec{u}^{n} - \underline{\underline{\mathbb{K}}}^{-1}.\vec{R}\left(\Delta\vec{u}^{n}\right)$$

- calcul de la raideur élémentaire : $\underline{\underline{\mathbb{K}}}^{e} = \sum_{i=1}^{N^G} {}^{t}\underline{\underline{\mathbf{B}}} : \frac{\partial\Delta\underline{\sigma}}{\partial\Delta\underline{\epsilon}^{\text{to}}} : \underline{\underline{\mathbf{B}}}\, w_i$ où $\frac{\partial\Delta\underline{\sigma}}{\partial\Delta\underline{\epsilon}^{\text{to}}}$ est la *matrice tangente cohérente*.

▸ algorithmesMfront

# algorithme global de mécanique quasi-statique

équilibre mécanique : trouver $\Delta\vec{u}$ tel que :

- $\vec{R}\left(\Delta\vec{u}\right) = \vec{O}$ avec $\vec{R}\left(\Delta\vec{u}\right) = \vec{F}_i\left(\Delta\vec{u}\right) - \vec{F}_e$
- force interne élémentaire : $\vec{F}_i^{elem} = \sum_{i=1}^{N_G} \left(\underline{\sigma}_{t+\Delta t}\left(\Delta\underline{\epsilon}^{\text{to}}, \Delta t\right) : \underline{\underline{\mathbf{B}}}\right) w_i$
- résolution par NEWTON-RAPHSON : $\Delta\vec{u}^{n+1} = \Delta\vec{u}^{n} - \underline{\underline{\mathbb{K}}}^{-1}.\vec{R}\left(\Delta\vec{u}^{n}\right)$
- calcul de la raideur élémentaire : $\underline{\underline{\mathbb{K}}}^{e} = \sum_{i=1}^{N^G} {}^{t}\underline{\underline{\mathbf{B}}} : \dfrac{\partial\Delta\underline{\sigma}}{\partial\Delta\underline{\epsilon}^{\text{to}}} : \underline{\underline{\mathbf{B}}}\, w_i$ où $\dfrac{\partial\Delta\underline{\sigma}}{\partial\Delta\underline{\epsilon}^{\text{to}}}$ est la *matrice tangente cohérente*.

▸ algorithmesMfront

# ANNEXES : matrice tangente

5 algorithme global

6 KtgtFromJ

7 lois particulières
- loi de Hayhurst
- loi de Mazars
- un exemple de loi cristalline
- loi meta-lema-ani

8 Propriétés matériau

9 contraintes planes

10 fonctionnement adao

# une façon générique de calculer la tangente cohérente

Il faut calculer : $\dfrac{\partial \Delta \underline{\sigma}}{\partial \Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{to}}} = \left.\dfrac{\partial \underline{\sigma}}{\partial \underline{\epsilon}^{\mathrm{el}}}\right|_{\underline{\epsilon}^{\mathrm{el}}+\Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{el}}} : \dfrac{\partial \Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{el}}}{\partial \Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{to}}}$

On a résolu : $F\left(\Delta Y, \Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{to}}\right) = 0$ avec : $[\Delta Y]^T = \left[\Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{el}}\ ,\ \Delta\alpha\right]$

Par différentiation : $\dfrac{\partial F}{\partial \Delta Y}\,\mathrm{d}\,\Delta Y + \dfrac{\partial F}{\partial \Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{to}}}\,\mathrm{d}\,\Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{to}} = 0$

$\dfrac{\partial F}{\partial \Delta Y}$ est la jacobienne $J$, connue après la résolution.

Hyp. l'incrément de déformation $\Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{to}}$ n'apparaît que dans :

$$F_\epsilon = \Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{el}} + \Delta \underline{\epsilon}_i^{\mathrm{p}} - \Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{to}} = 0$$

donc : $J\,\mathrm{d}\,\Delta Y = -\dfrac{\partial F}{\partial \Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{to}}}\,\mathrm{d}\,\Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{to}} = \begin{pmatrix} \mathrm{d}\,\Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{to}} \\ 0 \end{pmatrix}$

Du 1er bloc on déduit : $\mathrm{d}\,\Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{el}} = J^{-1}_{\underline{\epsilon}^{\mathrm{el}}} :\ \mathrm{d}\,\Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{to}}$ où $J^{-1}_{\underline{\epsilon}^{\mathrm{el}}}$ est la partie supérieure gauche de $J^{-1}$.

Finalement, nous obtenons : $\dfrac{\partial \Delta \underline{\sigma}}{\partial \Delta \underline{\epsilon}^{\mathrm{to}}} = D :\ J^{-1}_{\underline{\epsilon}^{\mathrm{el}}}$

$J^{-1}_{\underline{\epsilon}^{\mathrm{el}}}$ est calculée par getPartialJacobianInvert dans le bloc

# ANNEXES : quelques lois en `mfront`


5 algorithme global

6 KtgtFromJ

7 lois particulières
- loi de Hayhurst
- loi de Mazars
- un exemple de loi cristalline
- loi meta-lema-ani

8 Propriétés matériau

9 contraintes planes

10 fonctionnement adao

# présentation de la loi de Hayhurst R5.03.13

- $\sigma = (1 - D)\ C\ \varepsilon^e$ ;
- $\underline{\varepsilon^e} = \underline{\varepsilon} - \dot{p}\ \underline{n}$ avec $\underline{n} = 1.5 \frac{\sigma^{dev}}{\sigma_{eq}}$ ;
- $\dot{p} = \varepsilon_0\ sinh\left(\frac{\sigma_{eq}(1-H)}{K(1-D)(1-\phi)}\right)$ ;
- $H = H_1 + H_2$ ;
- $\dot{H}_i = \frac{h_i}{\sigma_{eq}} \left(H_i^* - \delta_i H_i\right) \dot{p}$ ;
- $\dot{D} = A_0\ sinh\left(\frac{\alpha_D\ <tr(\sigma)>_+ + \sigma_{eq}\ (1-\alpha_D)}{\sigma_0}\right)$

# implantation de la loi de Hayhurst —1/3

```
@Parser Implicit;
@Behaviour Hayhurst;
@IterMax 100 ;
@MaterialProperty stress young;
@MaterialProperty real nu;
@MaterialProperty real rho;
@MaterialProperty real alpha;
@MaterialProperty real K;
@MaterialProperty real epsi0;
@MaterialProperty real sigma0;
@MaterialProperty real h1;
@MaterialProperty real h2;
@MaterialProperty real H1star;
@MaterialProperty real H2star;
@MaterialProperty real A0;
@MaterialProperty real alphaD;
@MaterialProperty real delta1;
@MaterialProperty real delta2;
@MaterialProperty real sequid;
@Includes{
#include"TFEL/Material/Lame.hxx"
}
```

# implantation de la loi de Hayhurst —2/3

```
@StateVariable real     p;
@StateVariable real     H1;
@StateVariable real     H2;
@StateVariable real     d;

@LocalVariable real     lambda;
@LocalVariable real     mu;
@InitLocalVars{  using namespace tfel::material::lame;
  lambda = computeLambda(young,nu);
  mu = computeMu(young,nu);}

@ComputeStress{
  if(d > 1.-1.e-8){
    sig= Stensor(0.);
  } else {
    sig = (1.-d)*(lambda*trace(eel)*Stensor::Id()+2*mu*
    eel);
  }
}
```

# implantation de la loi de Hayhurst —3/3

```
@Integrator{  real seq = sigmaeq(sig);
  Stensor sig0=lambda*trace(eel)*Stensor::Id()+2*mu*eel;
   real seq0 = sigmaeq(sig0);
  if(seq > 1.e-8*young){
     real H1_=H1+theta*dH1; real H2_=H2+theta*dH2;
     real d_=d+theta*dd; const real H_=H1_+H2_;
     real shp  = sinh(seq*(1-H_)/K/(1-(d_)));
     real chp  = sqrt(1.+shp*shp) ;
     real trsig=max(trace(sig),0.); const real inv_seq =
     1/seq;
     real shd= sinh((alphaD*trsig+(1-alphaD)*seq)/sigma0
    );
     real chd= sqrt(1.+shd*shd) ; const real dtrsde=(3.*
    lambda+2.*mu)*theta*(1.-d_)*trsig/trace(sig);
    Stensor n  = 1.5*deviator(sig)*inv_seq;
    feel += dp*n-deto;
    fp   = dp-epsi0*dt*shp;
    fH1  = dH1-h1*dp*(H1star-delta1*H1_)*inv_seq ;
    fH2  = dH2-h2*dp*(H2star-delta2*H2_)*inv_seq ;
```

retour

# implantation de la loi de Mazars —1/3

```
@Parser DefaultParser;
@Behaviour mazars;
@MaterialProperty stress young;
@MaterialProperty real nu;
@MaterialProperty real Ac;
@MaterialProperty real At;
@MaterialProperty real Bc;
@MaterialProperty real Bt;
@MaterialProperty real k;
@MaterialProperty real ed0;
@ProvidesSymmetricTangentOperator;
@Includes{#include"TFEL/Material/Lame.hxx"}
@StateVariable real d;
@StateVariable real Y;
@StateVariable real eeqcor;
@LocalVariable real    lambda;
@LocalVariable real    mu;
@InitLocalVars{using namespace tfel::material::lame;
  lambda = computeLambda(young,nu);
  mu = computeMu(young,nu);}
```

# implantation de la loi de Mazars —2/3

```
@Integrator{ using namespace tfel::material::lame;
  real e1,e2,e3;
  real s1,s2,s3;
  real ppe1,ppe2,ppe3;
  real pns1,pns2,pns3;
  real pps1,pps2,pps3;
  const Stensor e  = eto+deto;
  const real    tr = trace(e);
  const Stensor s0 = lambda*tr*Stensor::Id()+2*mu*e;
  const real dmax=0.99999;
  e.computeEigenValues(e1,e2,e3);
  // eigen values of s0
  s1 = 2*mu*e1+lambda*tr;
  s2 = 2*mu*e2+lambda*tr;
  s3 = 2*mu*e3+lambda*tr;
  const real sn = max(abs(s1),max(abs(s2),abs(s3)));
  ppe1=max(0.,e1);
  ppe2=max(0.,e2);
  ppe3=max(0.,e3);
  pps1=max(0.,s1);
  pps2=max(0.,s2);
  pps3=max(0.,s3);
```

# implantation de la loi de Mazars —3/3

```
real r=1.;
if (sn>1.e-6*young){
    r=(pps1+pps2+pps3)/(abs(s1)+abs(s2)+abs(s3));
}
real gam=1. ;
if ((min(s1,min(s2,s3))<0.)&&(r==0.)){
    pns1=min(0.,s1);
    pns2=min(0.,s2);
    pns3=min(0.,s3);
    gam=-sqrt(pns1*pns1+pns2*pns2+pns3*pns3)/(pns1+pns2
  +pns3);
}
real eeqc= sqrt(ppe1*ppe1+ppe2*ppe2+ppe3*ppe3);
eeqcor=max(gam*eeqc,eeqcor);
real A=At*(2*r*r*(1.-2*k)-r*(1-4*k))+Ac*(2*r*r-3*r+1);
real B=r*r*Bt+(1-r*r)*Bc;
real Y1=max(ed0,eeqcor);
Y=max(Y1,Y);
d=max(d,1-(1-A)*ed0/Y-A*exp(-B*(Y-ed0)));
d=min(dmax,d);
sig = (1.-d)*s0;
```

# expression d'une loi cristalline

- $\Delta\underline{\varepsilon^e} = \Delta\underline{\varepsilon} - \Delta\underline{\varepsilon^p}$
- $\Delta\underline{\varepsilon^p}$ est déduit des glissements de chaque système : $\Delta\underline{\varepsilon^p} = \sum_{s=1,12} \Delta\gamma_s \underline{M_s}$
- Ceux-ci sont obtenus pour chaque système de glissement par : $\Delta\gamma_s = \Delta p_s \mathrm{sgn}(\tau_s - C\alpha_s)$ avec $\Delta p_s = \Delta t \left\langle \frac{|\tau_s - C\alpha_s| - R(p_s)}{K} \right\rangle^m$
- Ecrouissage isotrope : $R(p_s) = R_0 + Q \sum_r h_{sr} \left(1 - \exp(-bp_r)\right)$ $h_{sr}$ matrice d'interaction entre systèmes.
- Ecrouissage cinématique : $\Delta\alpha_s = \Delta\gamma_s - D\alpha_s \Delta p_s$
- Avec : $\tau_s = \underline{\sigma} : \underline{M_s} = \underline{\sigma} : \frac{1}{2}\left(\underline{m_s} \otimes \underline{n_s} + \underline{n_s} \otimes \underline{m_s}\right)$
  - $\underline{n_s}$ et $\underline{m_s}$ sont les normales et directions de glissement.
  - L'élasticité peut être isotrope ou orthotrope : $\underline{\sigma} = \underline{\underline{D}}\left(\underline{\varepsilon^e}\right)$

# implantation d'une loi cristalline —1/3

```
@Parser       Implicit;
@Behaviour  monocrystal;
@Algorithm  NewtonRaphson_NumericalJacobian;
@OrthotropicBehaviour;
@RequireStiffnessTensor;
@MaterialProperty  real m;
@MaterialProperty  real K;
@MaterialProperty  real C;
@MaterialProperty  real R0;
@MaterialProperty  real Q;
@MaterialProperty  real b;
@MaterialProperty  real d1;
@StateVariable              real g[12];
@AuxiliaryStateVariable  real p[12];
@AuxiliaryStateVariable  real a[12];
@TangentOperator{
     Stensor4 Je;
     getPartialJacobianInvert(Je);
     Dt = D*Je;   }
@Import "MonoCrystal_CFC_SlidingSystems.mfront";
@Import "MonoCrystal_InteractionMatrix.mfront";
@ComputeStress{   sig = D*eel;}
```

# implantation d'une loi cristalline —2/3

```
@Integrator{  StrainStensor vepsp(real(0));
  real tau[12], vp[12], va[12], ag[12];
  real tma[12], tmR[12],Rp[12], pe[12] ;
  for(unsigned short i=0;i!=12;++i){
    ag[i]  = abs(dg[i]);
    pe[i] = Q*(1.-exp(-b*(p[i]+theta*ag[i]))) ;  }
  for(unsigned short i=0;i!=12;++i){
    Rp[i] = R0 ;
    for(unsigned short j=0;j!=12;++j){
        Rp[i] +=mh(i,j)*pe[j] ;      }
    tau[i] = mus[i] | sig ;
    va[i]  = (dg[i]-d1*a[i]*ag[i])/(1.+d1*theta*ag[i]);
    tma[i] = tau[i]-C*(a[i]+theta*va[i]) ;
    tmR[i] = abs(tma[i])-Rp[i] ;
    if (tmR[i]>0.){real sgn=tma[i]/abs(tma[i]);
      vp[i]  = dt*sgn*pow((tmR[i]/K),m);     }
    else{  vp[i]=0.;     }
    vepsp+=vp[i]*mus[i] ;  }
  feel += vepsp-deto;
  for(unsigned short i=0;i!=12;++i){
```

# implantation d'une loi cristalline —3/3

```
    fg[i]  -= vp[i];  }
}
@UpdateAuxiliaryStateVars{
for(unsigned short i=0;i!=12;++i){
  p[i]+=abs(dg[i]);
  a[i]+=(dg[i]-d1*a[i]*abs(dg[i]))/(1.+d1*abs(dg[i]));}}
```

```
// MonoCristal_CFC_SlidingSystems
@LocalVariable tfel::math::tvector<12,StrainStensor> mus
    ;
@InitLocalVariables{
  const real nx[12]={ 1.0,1.0,1.0, 1.0, 1.0,
    1.0,-1.0,-1.0,-1.0,-1.0,-1.0,-1.0};
  const real ny[12]={ 1.0,1.0,1.0,-1.0,-1.0,-1.0, 1.0,
    1.0, 1.0,-1.0,-1.0,-1.0};
  const real nz[12]={ 1.0,1.0,1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0,
    1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0};
  const real mx[12]={-1.0, 0.0,-1.0,-1.0,0.0,1.0,
    0.0,1.0,1.0,-1.0,1.0,0.0};
```

retour

# expression discretisée de la loi meta-lema-ani

- $\Delta\varepsilon^e - \Delta\varepsilon + \Delta p\,\underline{n} = 0$
- $\sqrt{\underline{\sigma} : \underline{\underline{\mathbf{M}}} : \underline{\sigma}} - \sum_{i=1,3} f_i[Z]\sigma_{vi} = 0$

avec :

$$\sigma_{vi} = a_i \left(e^{Q_i/T}\right)^{1/n_i} (p^- + \Delta p)^{m_i} \left(\frac{\Delta p}{\Delta t}\right)^{1/n_i}$$

# meta-lema-ani —1/5

```
@Parser       Implicit;
@Behaviour  metalemani;
@Includes{  #include<TFEL/Material/Hill.hxx>
            #include<TFEL/Material/Lame.hxx>
}
@OrthotropicBehaviour;
@Algorithm  NewtonRaphson_NumericalJacobian;
@Theta  1.;  @Epsilon  1.e-10;
@MaterialProperty  real  young;
young.setGlossaryName("YoungModulus");
@MaterialProperty  real  nu;
nu.setGlossaryName("PoissonRatio");
@MaterialProperty  real  a[3];
@MaterialProperty  real  m[3];
@MaterialProperty  real  pn[3];
@MaterialProperty  real  Q[3];
@MaterialProperty  real  M1[6];
@MaterialProperty  real  M3[6];
@StateVariable  real  p;
@AuxiliaryStateVariable  real  seq;
@AuxiliaryStateVariable  real  svi[3];
```

# meta-lema-ani —2/5

```
@LocalVariable stress lambda;
@LocalVariable stress mu;
@LocalVariable tfel::math::st2tost2<N,real> H;
@LocalVariable real T_ ;
@LocalVariable real invn[3], f[3], gamma[3], sv[3]  ;
// variables de commande aster
@ExternalStateVariable real SECH,HYDR,IRRA,NEUT1,NEUT2,
    CORR,ALPHPUR,ALPHBETA;
@IsTangentOperatorSymmetric true;
@TangentOperator{using namespace tfel::material::lame;
     StiffnessTensor Hooke;      Stensor4 Je;
     computeElasticStiffness<N,Type>::exe(Hooke,lambda,mu
    );
     getPartialJacobianInvert(Je);
     Dt = Hooke*Je;  }
@InitLocalVariables{
  using namespace tfel::material::lame;
  lambda = computeLambda(young,nu);
  mu = computeMu(young,nu);
  // proportion en phase alpha en milieu de pas de temps
  const real Z = min(max(ALPHPUR  + theta*dALPHPUR+
    ALPHBETA + theta*dALPHBETA,0.),1.);
```

# meta-lema-ani —3/5

```
// fonctions f
if          (Z >= 0.99) { f[0]=1. ;
} else if (Z >= 0.9)  { f[0] = (Z-0.9)/0.09 ;
} else                { f[0] = 0. ;  }

if          (Z >= 0.1)  { f[2]=0. ;
} else if (Z >= 0.01) { f[2] = (0.1-Z)/0.09 ;
} else                { f[2] = 1. ;  }

if          (Z >= 0.99) { f[1]=0. ;
} else if (Z >= 0.9)  { f[1] = 1.0-(Z-0.9)/0.09 ;
} else if (Z >= 0.1)  { f[1] = 1.0 ;
} else if (Z >= 0.01) { f[1] = 1.0-(0.1-Z)/0.09 ;
} else                { f[1] = 0. ;  }
// Temperature Aster en Celsius
T_ = 273.0 + T + theta * dT ;
for(unsigned short i=0;i!=3;++i){
  invn[i] = 1.0 / pn[i] ;
  gamma[i] = a[i]* exp(Q[i]/T_*invn[i]) ;  }
```

# meta-lema-ani —4/5

```
// correspondance M aster (repere x,y,z) et H
  real M[6];
  if          (Z >= 0.99) {for(unsigned short i=0;i!=6;++i
    ){M[i]=M1[i];}
  } else if (Z >= 0.01) {for(unsigned short i=0;i!=6;++i
    ){M[i]=Z*M1[i]+(1.-Z)*M3[i];}
  } else                    {for(unsigned short i=0;i!=6;++i
    ){M[i]=M3[i];}}
  const real H_F = 0.5*( M[0]+M[1]-M[2]);
  const real H_G = 0.5*(-M[0]+M[1]+M[2]);
  const real H_H = 0.5*( M[0]-M[1]+M[2]);
  const real H_L = 2.0*M[3];
  const real H_M = 2.0*M[4];
  const real H_N = 2.0*M[5];
  H = hillTensor<N,real>(H_F,H_G,H_H,H_L,H_M,H_N);
}
@ComputeStress{
  sig = lambda*trace(eel)*Stensor::Id()+2*mu*eel;}
@Integrator{
  const real sigeq = sqrt(sig|H*sig);
  real p_=p+theta*dp ;
  real sigv =  0. ;  real pm[3];  real dpn[3] ;
```

# meta-lema-ani —5/5

```
  for(unsigned short i=0;i!=3;++i){
    pm[i]  = (p_ > 0.) ? pow(p_,m[i])          : 0.;
    dpn[i] = (dp > 0.) ? pow((dp/dt),invn[i]) : 0. ;
    sv[i]=gamma[i]*pm[i]*dpn[i] ;
    sigv += f[i]*sv[i] ; }
  Stensor  n(0.);
  if(sigeq > 1.e-10*young){ n= (H*sig)/sigeq; }
  feel += dp*n-deto;
  fp    = (sigeq-sigv)/young;
}
@UpdateAuxiliaryStateVars{
  for(unsigned short i=0;i!=3;++i){ svi[i]=sv[i] ; }
}
```

# gestion des propriétés matériau


5 algorithme global

6 KtgtFromJ

7 lois particulières
- loi de Hayhurst
- loi de Mazars
- un exemple de loi cristalline
- loi meta-lema-ani

8 Propriétés matériau

9 contraintes planes

10 fonctionnement adao

## propriétés matériaux

- introduction en 3 étapes :
  - écriture d'une fonction `Young=f(Temperature)` ;
  - création d'une librairie `libInconel600.so` ;
  - appel depuis `Cast3M` ou `cyrano` (`Code_Aster` à venir)
- voir la documentation de `mfront`

# Exemple en mfront

```
@Parser     MaterialLaw;
@Material   Inconel600;
@Law        YoungModulus  ;
@Input TK;

TK.setGlossaryName("Temperature");

@Output E;
@PhysicalBounds TK in [0:*[;
@Bounds TK in [0:*[;

@Function
{
  const real TC = TK-273.15;
  E=(-3.1636e-3*TC*TC-3.8654*TC+2.1421e+4)*1e7;
}
```

retour

# gestion des contraintes planes


5 algorithme global

6 KtgtFromJ

7 lois particulières
- loi de Hayhurst
- loi de Mazars
- un exemple de loi cristalline
- loi meta-lema-ani

8 Propriétés matériau

9 contraintes planes

10 fonctionnement adao

# contraintes planes (généralisées) —1/3

- exemple de la loi de NORTON.
- nouvelle variable interne : déformation axiale $\epsilon_z^{to}$,
- contrainte imposée variable externe

```
@StateVariable<PlaneStress> strain etozz;
PlaneStress::etozz.setGlossaryName("AxialStrain");

@StateVariable<AxisymmetricalGeneralisedPlaneStress>
    strain etozz;
AxisymmetricalGeneralisedPlaneStress::etozz.
    setGlossaryName("AxialStrain");
@ExternalStateVariable<
    AxisymmetricalGeneralisedPlaneStress> stress sigzz;
AxisymmetricalGeneralisedPlaneStress::sigzz.
    setGlossaryName("AxialStress");
```

# contraintes planes (généralisées) —2/3

Partie spécifique auxe contraintes planes :

```
@Integrator<PlaneStress,Append,AtEnd>{
  // the plane stress equation is satisfied at the end
    of the time
  // step
  const stress szz = (lambda+2*mu)*(eel(2)+deel(2))+
    lambda*(eel(0)+deel(0)+eel(1)+deel(1));
  fetozz    = szz/young;
  // modification of the partition of strain
  feel(2) -= detozz;
  // jacobian
  dfeel_ddetozz(2)=-1;
  dfetozz_ddetozz  = real(0);
  dfetozz_ddeel(2) = (lambda+2*mu)/young;
  dfetozz_ddeel(0) = lambda/young;
  dfetozz_ddeel(1) = lambda/young;
}
```

# contraintes planes (généralisées) —3/3

Partie spécifique aux contraintes planes généralisées :

```
@Integrator<AxisymmetricalGeneralisedPlaneStress,Append,
    AtEnd>{
  // plane stress equation is satisfied at end
  const stress szz = (lambda+2*mu)*(eel(1)+deel(1))+
    lambda*(eel(0)+deel(0)+eel(2)+deel(2));
  fetozz    = (szz-sigzz-dsigzz)/young;
  // modification of the partition of strain
  feel(1) -= detozz;
  // jacobian
  dfeel_ddetozz(1)=-1;
  dfetozz_ddetozz  = real(0);
  dfetozz_ddeel(1) = (lambda+2*mu)/young;
  dfetozz_ddeel(0) = lambda/young;
  dfetozz_ddeel(2) = lambda/young;
}
```

retour

# adao


5 algorithme global

6 KtgtFromJ

7 lois particulières
- loi de Hayhurst
- loi de Mazars
- un exemple de loi cristalline
- loi meta-lema-ani

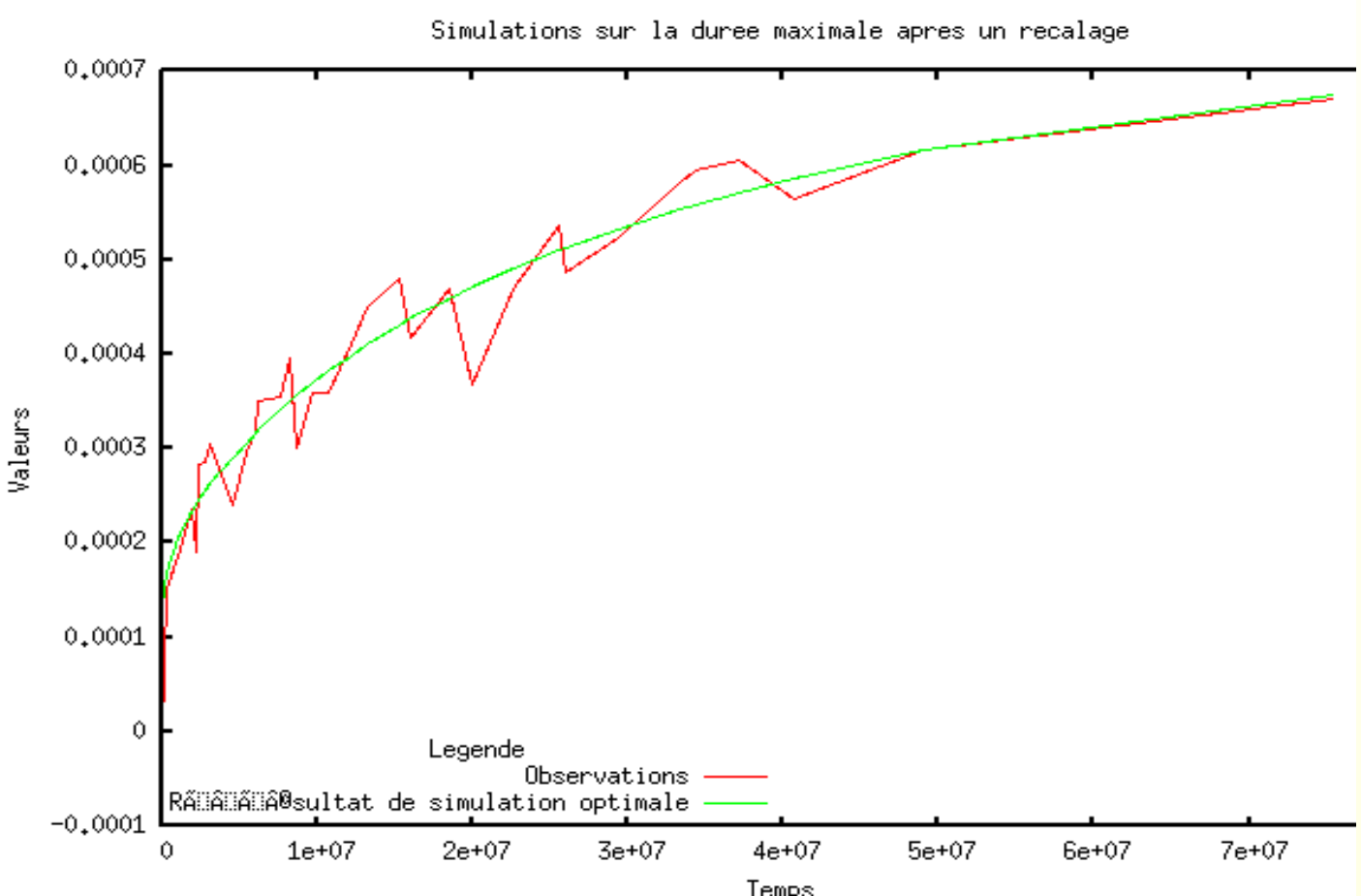
8 Propriétés matériau

9 contraintes planes

10 fonctionnement adao

# principe d'Adao

- algorithmes d'optimisation pour trouver les paramètres $X$ ;
- qui minimisent l'écart $F = Y^{obs} - H(X)$ ;
- $Y^{obs}$ valeurs observées (expérimentales, ou autre) ;
- $H(X)$ valeurs simulées (par `mtest` ou `Code_Aster` ... ) ;



# appel de mtest(python) par Adao

```
m = MTest()
setVerboseMode(VerboseLevel.VERBOSE_QUIET)
m.setPredictionPolicy(PredictionPolicy.
LINEARPREDICTION)
m.setBehaviour('aster','src/libAsterBehaviour.so','
asterburger');
m.setMaterialProperty('young',31000.e6) ;
m.setMaterialProperty('nu'    , 0.2 );
```

```
m.setImposedStress('SXX',{0.:0.,1.: 4E6,3.E7:4E6})
s  = MTestCurrentState()
wk = MTestWorkSpace()
m.completeInitialisation()
m.initializeCurrentState(s)
m.initializeWorkSpace(wk)
YY1 = [0]
for i in range(0,len(t)-1):
    m.execute(s,wk,t[i],t[i+1])
    YY1.append(s.e1[0])
return numpy.array(YY1)
```

retour